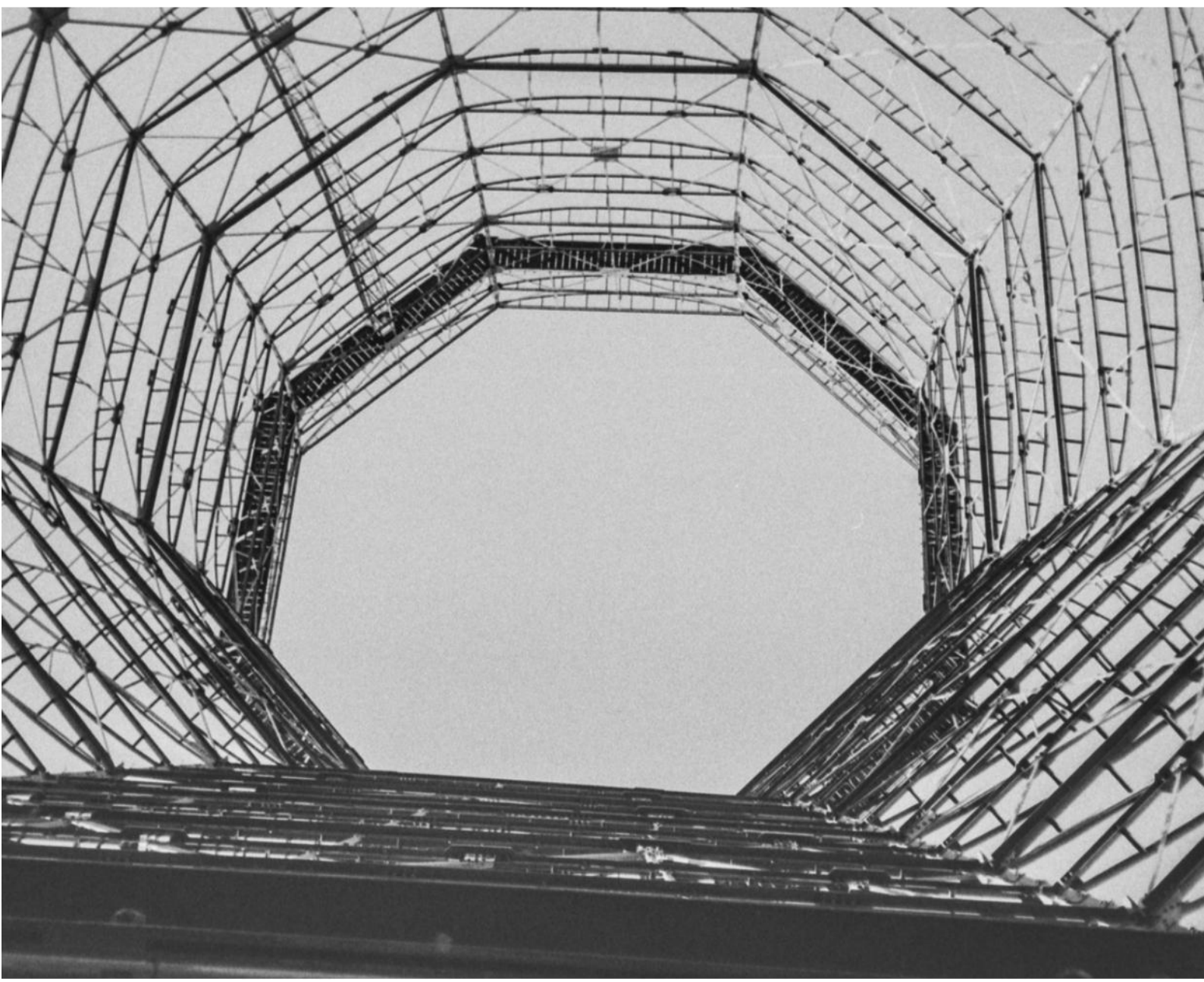


**ESTRUCTURAS INTEGRADAS: EJERCICIOS
PRÁCTICOS DESDE EL AULA HACIA
APLICACIONES PROFESIONALES BASADOS EN
LOS NUEVOS MODELOS EDUCATIVOS**

ISBN: 978-9942-571-22-9

AUTORES:

Marcillo Merino Gery Lorenzo
Ponce Regalado Douglas Stalin
Delgado Mendoza Kevin Alexander
Espín Mosquera Lizbeth Abigail
Pincay López Wilmer Marcelo
Mera Cedeño Joel Alexander



Dedicatoria

A quienes ven en el concreto, el acero y la madera algo más que materiales; a quienes entienden que cada cálculo lleva implícito un compromiso con la vida.

A mis estudiantes, colegas e ingenieros que, día a día, transforman ideas en estructuras sólidas y resilientes, integrando ciencia, tecnología y humanidad.

Y, especialmente, a quienes sueñan con un futuro en el que la ingeniería no solo resista, sino que también inspire

Douglas Ponce

Agradecimiento

A la comunidad académica y profesional que, con su conocimiento y debate constante, ha nutrido la visión de este libro.

A mis colegas ingenieros, que han compartido ideas, experiencias y críticas constructivas, enriqueciendo cada página con su mirada experta.

A mis estudiantes, cuya curiosidad y perseverancia han sido la chispa para explorar nuevos caminos en la ingeniería estructural y su integración con la inteligencia artificial.

A mi familia, por su paciencia y apoyo incondicional, recordándome que toda gran obra, sea de concreto o de palabras, se construye con amor y tiempo.

Gery Marcillo

En general, a los estudiantes Wilmer Pincay, Jhoisy Calva, Lizbeth Espin, Marcelo Pincay y Joel Mera se les extiende un profundo agradecimiento y un especial reconocimiento por su valiosa colaboración, dedicación y compromiso, los cuales resultaron fundamentales en la elaboración del presente libro, dejando en él una huella significativa e imborrable.

Índice

Capítulo I: Fundamentos de las Estructuras Integradas	1 - 15
Capítulo II: Materiales y Sistemas Estructurales	16 - 21
Capítulo III: Ejemplo Prácticos Estructuras 2D.....	22 - 48
Capítulo IV: Método de Rigidez, Principios Elásticos.....	49 - 290
Capítulo V: Proyectos de Aulas Interdisciplinarias.....	291 - 307
Capítulo VI: Habilidades Blandas en el Aula de Ingeniería Civil.....	308 - 333
Capítulo VII: Tecnologías para el aprendizaje y el conocimiento en el proceso formativo...	334 - 367
Conclusión.....	364
Bibliografía	365

PRÓLOGO

La ingeniería estructural moderna se enfrenta a retos sin precedentes a medida que el mundo exige estructuras más seguras, sostenibles, robustas y eficientes. El rol de los ingenieros estructurales está evolucionando hacia una visión más amplia, interdisciplinaria y tecnológica. Las estructuras integradas emergen como un enfoque formativo que conecta la teoría, la práctica y el diseño. Este libro busca transformar la enseñanza de la ingeniería estructural, pasando del análisis estático a un enfoque sistemático, preparando a los futuros ingenieros para abordar realidades complejas con soluciones estructurales coherentes, éticas y socialmente efectivas. Ofrece una combinación de fundamentos conceptuales, ejercicios prácticos, aplicaciones reales en contextos específicos y la transición del ámbito académico al profesional. El libro está dirigido a estudiantes de ingeniería civil, profesores universitarios, jóvenes profesionales y a cualquier persona que desee adoptar un enfoque moderno y realista del diseño estructural. Su objetivo es formar ingenieros conscientes, capaces de construir estructuras que no solo resistan, sino que también protejan, inspiren y perduren, con una responsabilidad social que debe aprenderse desde el primer día de clase.

CAPITULO 1

1. FUNDAMENTOS DE LAS ESTRUCTURAS INTEGRADAS

Douglas Ponce, Karelis Villalba, Marcelo Pincay.

1.1 Concepto

El concepto de estructuras integradas surgió como respuesta a los desafíos contemporáneos del diseño estructural. Ante la creciente demanda de edificios más eficientes, resilientes, sostenibles y tecnológicamente avanzados, los ingenieros estructurales han dejado de ser campos aislados para integrarse en un ecosistema interdisciplinario. La integración se refiere a la interacción entre elementos estructurales, disciplinas científicas, materiales, herramientas digitales y principios de diseño avanzados. Este capítulo proporciona un marco teórico y práctico para comprender las estructuras integradas, su clasificación y los criterios fundamentales de diseño (Afzal et al., 2023).

Desde un punto de vista operativo, una estructura integrada debe cumplir simultáneamente con los siguientes principios:

- **Compatibilidad multidisciplinaria:** Su geometría, materiales y comportamiento deben responder no sólo a criterios estructurales, sino también arquitectónicos, térmicos, funcionales y constructivos.
- **Rendimiento sistémico:** La eficiencia del conjunto es mayor que la suma de las partes individuales. El diseño busca optimizar el desempeño global más que maximizar la capacidad de cada componente por separado.
- **Adaptabilidad y resiliencia:** Capacidad para enfrentar cambios funcionales, condiciones climáticas variables y eventos extremos sin comprometer su integridad.
- **Interoperabilidad digital:** La estructura forma parte de un modelo digital (generalmente BIM) que permite su análisis, simulación y gestión a lo largo del ciclo de vida del proyecto

Figura 1

Diseño estructural integrado



Fuente: Elaboración propia

En este marco, el ingeniero estructural asume un rol más estratégico y menos aislado, integrando conocimientos de análisis computacional, física de materiales, dinámica estructural, sostenibilidad y tecnologías emergentes como la inteligencia artificial.

Una estructura integrada es un sistema que integra elementos estructurales y no estructurales, sistemas funcionales, principios de diseño arquitectónico y herramientas de análisis computacional dentro de un modelo coherente y holístico. No se trata simplemente de un conjunto de estructuras interconectadas, sino de un sistema estructural unificado que cumple diversos requisitos, como coste, confort, condiciones climáticas y energéticas, restricciones e interacciones con otras disciplinas (Zhang et al., 2024).

- Cargas gravitatorias y laterales.
- Requisitos arquitectónicos y de confort.
- Condiciones climáticas y energéticas.
- Restricciones constructivas, económicas y normativas.
- Interacciones con otras disciplinas: eléctrica, mecánica, sanitaria, acústica, etc.

En este contexto, la integración se convierte en una condición necesaria, no opcional, para enfrentar los retos técnicos y ambientales del presente y futuro.

1.1.1 Integración estructural: más allá de la resistencia

Tradicionalmente, la ingeniería estructural ha estado enfocada en garantizar la seguridad, estabilidad y funcionalidad mecánica de las edificaciones. Sin embargo, las estructuras integradas suponen una evolución del paradigma, donde se incorporan dimensiones adicionales como:

- Comportamiento térmico y acústico.
- Interacción con instalaciones y redes.
- Adaptabilidad al uso o condiciones externas.
- Capacidad para albergar sensores, actuadores y sistemas inteligentes.
- Participación en la sostenibilidad del edificio.

Por tanto, una estructura integrada no es un conjunto de elementos portantes aislados, sino un sistema complejo, coherente y conectado, diseñado con múltiples funciones simultáneas.

En la investigación de (Mlote et al., 2024) analizan cómo los edificios adaptables con una estructura diseñada para cambiar de uso o función amplían el diseño estructural tradicional:

“Las edificaciones deben adoptar estrategias tempranas de adaptación estructural para prolongar su vida útil y reducir impactos ambientales”

Este enfoque propone que la estructura no solo sea resistente, sino que esté preparada para modificaciones funcionales a lo largo del tiempo.

Por otra parte (Parracho et al., 2025) presentan una revisión sobre la construcción modular digital, que integra funciones estructurales con tecnologías IA/BIM desde la fábrica.

Defienden que:

“La integración digital y sostenibilidad redefine el rol de los elementos estructurales, que ahora incorporan funciones energéticas y de control desde su diseño modular”

Así se plantea que la estructura no es solo soporte, sino parte del ecosistema tecnológico y energético del edificio.

En la investigación de (González et al., 2017) discuten los exoesqueletos estructurales como solución para regenerar edificios existentes.

Estos sistemas no solo refuerzan sino también dan funciones térmicas, espaciales y de confort, integrándose completamente con la arquitectura y la sostenibilidad.

Tabla 1
Comparativa de posturas

Autor(es)	Enfoque principal	¿Qué aporta más allá de la resistencia?
Mlote et al. (2024)	Adaptabilidad estructural	Flexibilidad para nuevos usos, mayor vida útil
Nguyen & Vande Moere (2024)	Arquitectura robótica adaptativa	Intervenciones activas en espacio y entorno
Parracho et al. (2025)	Modular digital e IA	Estructura como sistema energético y de control integrado
De Vita et al. (2022)	Exoesqueletos multifuncionales	Refuerzo estructural + funciones térmicas y espaciales
Li (2019)	Materiales ECC de alto desempeño	Flexibilidad, auto-curación y funcionalidad estructural

Fuente: Autor, 2025

1.2 Clasificación de las estructuras integradas

La clasificación de las estructuras integradas puede abordarse desde distintos enfoques. A continuación, se proponen cinco tipologías complementarias que permiten entender su diversidad:

- a) Por tipo de integración
 - Formal: La estructura está integrada a la forma arquitectónica desde la etapa conceptual. Ejemplo: fachadas portantes, domos geodésicos, estructuras tipo shell o tensegrity. (Paola & Londoño, 2021)

Figura 2
Domo Bambú



Fuente: Paola & Londoño (2021).

Figura 3

Agrupación de refugios desplegables militares



Fuente: Paola & Londoño (2021)

- Funcional: La estructura cumple funciones adicionales, como aislamiento térmico, transporte de fluidos o integración de dispositivos de iluminación. Ejemplo: losas huecas prefabricadas con ductos embebidos. (Tensar, 2025).

Figura 4

Losa Hueca pretensada

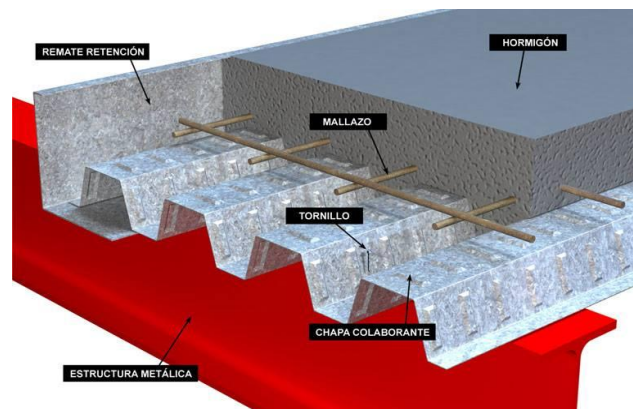


Fuente: Tensar (2025).

- Material: Se utilizan materiales complementarios en un mismo sistema para aprovechar sus propiedades específicas. Ejemplo: losas mixtas de acero-hormigón.

Figura 5

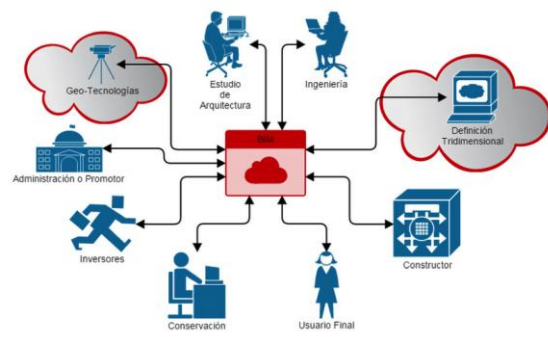
Sección tipo de un forjado mixto



Fuente: Zigurat (2025)

- Digital: Integración a través de plataformas colaborativas digitales (BIM), que permiten el diseño y la coordinación simultánea de todas las disciplinas del proyecto.

Figura 6
Plataformas colaborativas

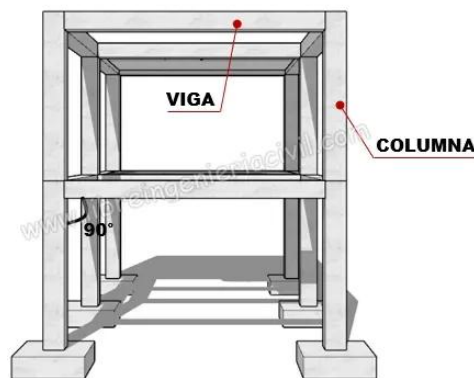


Fuente: Construcciones (2024).

Por nivel de complejidad estructural

- Sistemas simples integrados: Estructuras convencionales (pórticos, muros, losas) coordinadas con otras disciplinas sin alterar significativamente su configuración clásica.

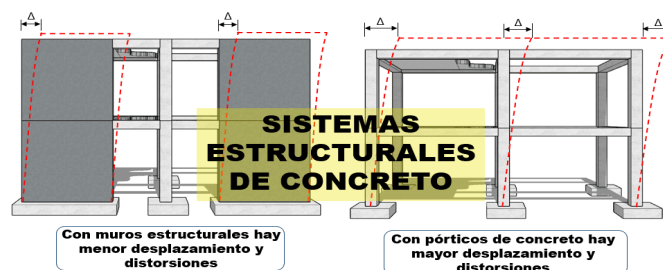
Figura 7
Sistema de estructuras convencionales



Fuente: Ingeniería (2024)

- Sistemas híbridos complejos: Combinación de varios subsistemas estructurales con distinto comportamiento dinámico y mecánico (por ejemplo, sistema dual: pórticos + muros, o núcleo rígido + disipadores).

Figura 8
Sistema de estructuras convencionales

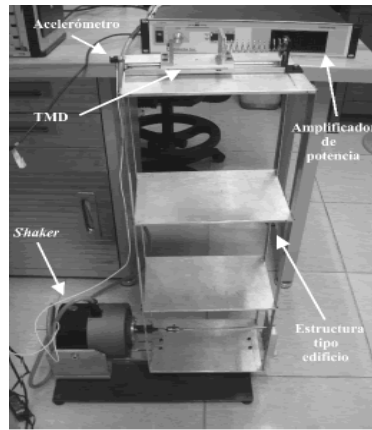


Fuente: Ingeniería (2024)

- Sistemas adaptativos inteligentes: Estructuras equipadas con sensores, actuadores o algoritmos que permiten modificar su comportamiento en tiempo real. Ejemplo: edificios con control activo de vibraciones.

Figura 9

Estructura experimental (Control activo de vibraciones)



Fuente: Enríquez & Silva (2014)

b) Por grado de integración disciplinaria

- Monodisciplinarias extendidas: Integración parcial dentro del ámbito de la ingeniería estructural (por ejemplo, combinación de elementos prefabricados y colados en sitio).

Figura 10

Construcciones Prefabricadas



Fuente: Enríquez & Silva (2014)

- Multidisciplinarias completas: Integración plena entre arquitectura, estructuras, instalaciones, eficiencia energética y gestión del ciclo de vida del edificio.

Figura 11

Estructuras de Frei Otto



Fuente: Costa (2024).

c) Por fase de integración

- Integración temprana: La estructura es concebida desde la fase inicial de diseño en diálogo con arquitectos e ingenieros MEP (modelo ideal).

Figura 12

Modelo BIM



Fuente: Enríquez & Silva (2014)

- Integración correctiva: La estructura se adapta en fases posteriores del diseño a requerimientos de otras disciplinas ya definidas (modelo reactivo).

Figura 13

Monitoreo y automatización de edificios mediante BMS



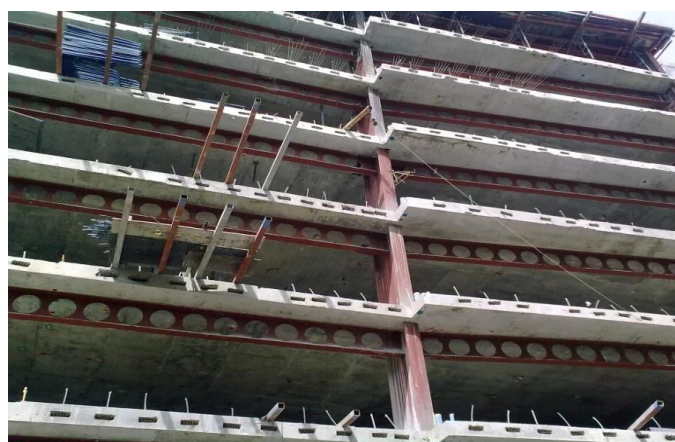
Fuente: <https://sige21.com/wp-content/uploads/2018/09/bms.jpg>

d) Por aplicación o función estructural

- Estructuras integradas horizontales: losas postensadas, losas aligeradas con funciones térmicas o acústicas, techos verdes estructurales.

Figura 14

Losa Postensada

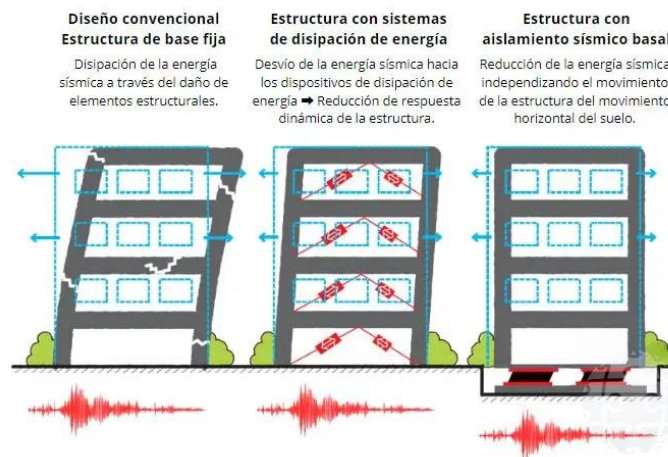


Fuente: Enríquez & Silva (2014)

- Estructuras integradas verticales: muros estructurales que incorporan instalaciones o que funcionan como elementos de disipación sísmica.

Figura 15

Sistemas de protección sísmica



Fuente: Enríquez & Silva (2014)

- Estructuras especiales: núcleos estructurales multifuncionales, sistemas de fachada portante inteligente, elementos con memoria de forma o materiales auto configurables.

Figura 16

Fachada con paneles IKOS

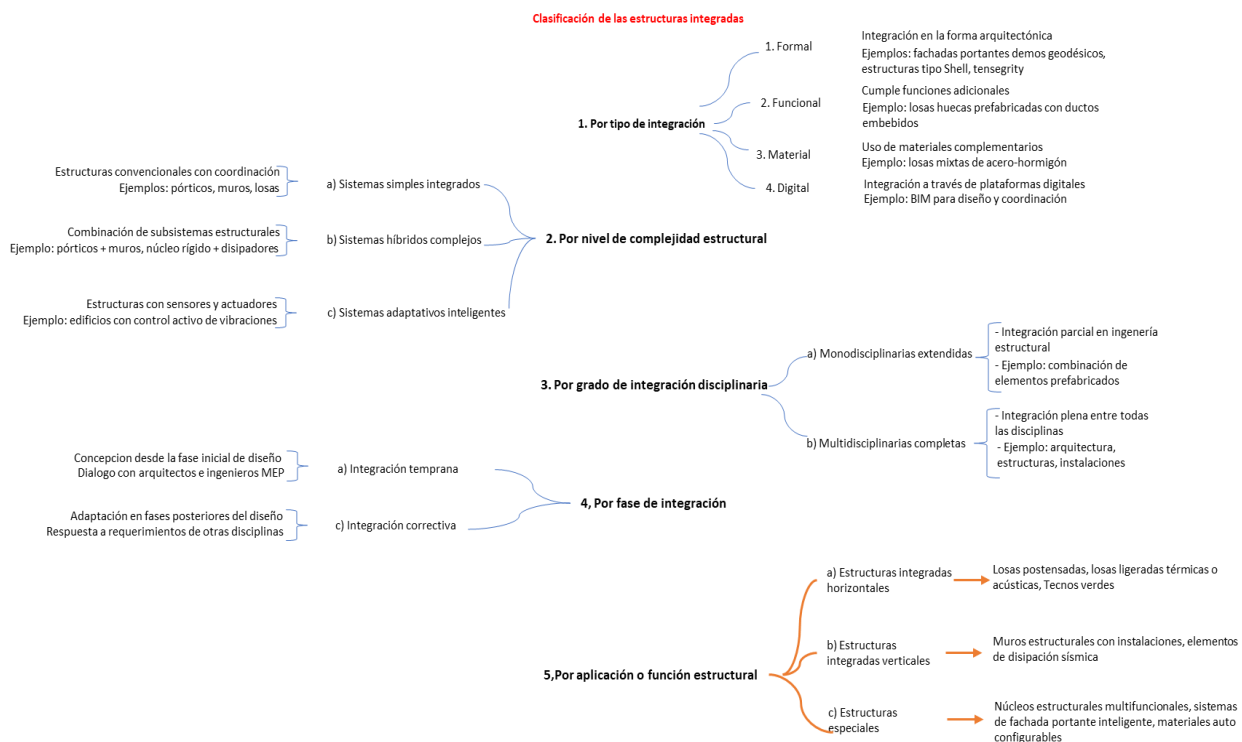


Fuente: Enríquez & Silva (2014)

En la siguiente grafica se menciona la clasificación de una estructura integrada que involucra varios aspectos:

Figura 17

Clasificación de estructura integrada



Fuente: Elaboración propia

1.3 Criterios de diseño integrador

1.3.1 Introducción

Los criterios de diseño estructural han evolucionado desde enfoques prescriptivos hacia marcos más holísticos y adaptativos. En el contexto del diseño estructural integrado, estos criterios no solo se relacionan con la resistencia y la estabilidad, sino también con la sostenibilidad, adaptabilidad, interoperabilidad digital y resiliencia funcional. Esta sección analiza, en forma de debate, los principales criterios de diseño integrador, su estado actual de aplicabilidad, los aportes recientes de la literatura y las necesidades de mejora para su adopción efectiva.

Uno de los principios fundamentales del diseño integrado es la armonización entre arquitectura, estructura, instalaciones y sostenibilidad. La literatura reciente resalta la necesidad de coordinar desde etapas tempranas el diseño arquitectónico con los requerimientos estructurales y de confort (Cennamo & Ferrara, 2023).

Aplicabilidad actual: Herramientas BIM han mejorado esta coordinación, pero aún existe una desconexión significativa entre los equipos estructurales y los demás actores del diseño, especialmente en regiones donde la adopción digital es baja.

“La verdadera integración estructural empieza cuando el ingeniero entra al proyecto antes de que el arquitecto defina su volumetría” (Gasparini et al., 2024).

Los criterios del diseño estructural integrador no son únicamente una extensión técnica del diseño tradicional, sino una transformación profunda en su forma de pensar y actuar. Aunque la normativa internacional como el ACI 318-25 ofrece avances significativos, la aplicabilidad efectiva aún depende de la actualización normativa local, la formación profesional y la cultura del diseño colaborativo. Es indispensable que los criterios integradores evolucionen desde guías conceptuales hacia requisitos obligatorios, mensurables y regulables, para que el diseño estructural no solo resista, sino que dialogue, evolucione y se adapte al mundo contemporáneo.

Tabla 2*Criterios del Diseño Estructural Integrador*

Criterio Integrador	Definición Actual	Aportes Recientes (2019–2025)	Aplicabilidad Actual	Mejoras Necesarias
Compatibilidad multidisciplinaria	Coordinación entre arquitectura, estructura, MEP, etc.	Cennamo & Ferrara (2023) destacan la necesidad de integración desde etapas tempranas usando BIM.	Parcial. Hay resistencia cultural y falta de protocolos formales.	Establecer diseño colaborativo obligatorio desde el anteproyecto.
Eficiencia sistémica	El sistema estructural funciona mejor como conjunto que como suma de partes.	ACI 318-25 introduce ecuaciones que optimizan anclajes y materiales sin sacrificar seguridad (McBride, 2025).	Alta en proyectos de gran escala, baja en estructuras estándar.	Normar análisis orientado al desempeño global y no por elemento.
Adaptabilidad y resiliencia	Capacidad del sistema para resistir cambios funcionales y eventos extremos.	Modelos estructurales reversibles y diseño para recuperación rápida (Atta-Fynn & Adom-Asamoah, 2021).	Débil en NEC-15 y en práctica común.	Incluir resiliencia como criterio obligatorio en diseño normativo.
Interoperabilidad digital	Conectividad de la estructura con modelos BIM y plataformas inteligentes.	Cennamo & Ferrara (2023) abordan estructuras enlazadas a gemelos digitales.	Limitada en Latinoamérica por escasa digitalización normativa.	Incorporar entregables digitales estructurales en códigos nacionales.
Sostenibilidad estructural	Diseño eficiente que minimiza huella ambiental.	ACI 318-25 incorpora apéndice voluntario sobre sostenibilidad.	No se considera el GWP ni criterios ecológicos en NEC-15.	Establecer índices ambientales estructurales obligatorios.

Fuente: Elaboración Propia

1.3.2 Caso Práctico: Hospital del IESS de Manta (Ecuador)

- Título: Aplicación del diseño estructural integrador en infraestructura crítica post-sísmica.
- Ubicación: Manta, Manabí – Ecuador
- Tipo de proyecto: Hospitalario, infraestructura crítica
- Área: 32.000 m²
- Diseño estructural: Hormigón armado + sistemas de disipación de energía
- Normativa aplicable: NEC-SE-DS, NEC-SE-HM, ACI 318-14 (y criterios proyectados del ACI 318-25)

Tabla 3*Aplicación de los Criterios del Diseño Estructural Integrador*

Criterio	Aplicación en el Proyecto	Observaciones
Compatibilidad multidisciplinaria	El diseño estructural fue coordinado con el equipo de arquitectura hospitalaria, instalaciones médicas, sistemas HVAC y diseño de aislamiento acústico.	Uso temprano de modelos BIM en fase de diseño permitió anticipar conflictos y optimizar distribuciones funcionales.
Eficiencia sistémica	Se incorporaron sistemas estructurales redundantes: pórticos de hormigón combinados con disipadores sísmicos pasivos (damper viscoelásticos).	Redujo la demanda de refuerzo convencional en zonas críticas y permitió una respuesta sísmica más uniforme.

Adaptabilidad y resiliencia	El diseño estructural incluyó áreas convertibles (quirófanos modulares, salas expandibles), así como resistencia ante réplicas sísmicas.	Se diseñó para funcionamiento inmediato post-evento (criterio de resiliencia funcional), siguiendo recomendaciones de FEMA P-58 y el ACI.
Interoperabilidad digital	El modelo estructural (ETABS + Revit) fue vinculado a un entorno de datos común para coordinación de especialidades y documentación.	Se generó un modelo as-built que será base para mantenimiento predictivo.
Sostenibilidad estructural	Se usó hormigón con aditivos reciclados y cenizas volantes. Se optimizó el uso de acero mediante modelado de desempeño (pushover).	Aunque NEC no exige sostenibilidad estructural, el diseño se adelantó a estándares internacionales.

Fuente: Autor, 2025

Este caso representa una aplicación concreta de los criterios de diseño estructural integrador en un entorno sísmico y crítico. Refuerza que un diseño exitoso no depende solo del cálculo estructural tradicional, sino de la colaboración temprana, innovación tecnológica y visión sistémica.

La integración estructural en Ecuador no es solo deseable, sino urgente, especialmente en infraestructura crítica en zonas sísmicas.

1.4 Análisis del comportamiento estructural combinado.

Diseñar estructuras integradas requiere ampliar el enfoque clásico del ingeniero estructural. A continuación, se presentan los criterios que deben considerarse desde la etapa conceptual:

- **Coherencia estructural:** La disposición de los elementos debe seguir principios de continuidad, estabilidad y eficiencia mecánica. Evitar elementos redundantes o incoherentes con la función del sistema.
- **Eficiencia constructiva:** Diseñar pensando en la facilidad de construcción, el ensamblaje en sitio, el uso racional de materiales y el tiempo de ejecución.
- **Sostenibilidad:** Uso de materiales reciclables, reducción de huella de carbono, incorporación de análisis de ciclo de vida (ACV) y diseño para desmontaje.
- **Resiliencia y adaptabilidad:** Capacidad de la estructura para resistir eventos extremos (sísmicos, climáticos) y adaptarse a cambios funcionales en el tiempo.
- **Interoperabilidad:** Diseño en entornos colaborativos, integración con modelos multidisciplinarios, gestión de conflictos y simulaciones en tiempo real.

El comportamiento estructural combinado hace referencia a la respuesta sinérgica de distintos sistemas y elementos estructurales que, al actuar de forma simultánea, modifican la distribución de esfuerzos, deformaciones y mecanismos de disipación de energía dentro de una estructura. En lugar de analizar los componentes como entidades aisladas, el enfoque integrado reconoce que la interacción entre materiales, geometrías, apoyos, disipadores, envolventes y conexiones altera significativamente el rendimiento global.

Este análisis se ha vuelto esencial en el contexto del diseño estructural moderno, particularmente en edificaciones que combinan pórticos resistentes a momento, muros estructurales, núcleos rígidos, sistemas de aislamiento sísmico, y disipadores de energía.

Tabla 4*Principios clave del comportamiento estructural combinado*

Principio	Descripción
Interacción entre sistemas portantes	Por ejemplo, un edificio con núcleo de concreto y pórticos perimetrales de acero genera un reparto dual de rigidez y resistencia. El análisis debe captar el reparto inercial y las incompatibilidades de deformación (Zhou & Chan, 2022).
Compatibilidad deformacional	Sistemas con diferentes rigideces (como diafragmas flexibles sobre muros rígidos) tienden a comportamientos impredecibles si no se modela adecuadamente la interacción (ACI 318-25 §6.5, NEC-SE-HM).
Comportamiento no lineal conjunto	La interacción plástica de elementos en diferentes planos genera mecanismos de colapso compuestos. Métodos como <i>pushover combinado</i> y <i>nonlinear time history</i> se vuelven imprescindibles (Maruyama et al., 2021).
Transferencia de esfuerzos entre subsistemas	El vínculo entre sistemas horizontales (losas, diafragmas) y verticales (pórticos, muros) define el modo de vibración y su interacción ante cargas laterales.

Fuente: Autor, 2025

1.4.1 Métodos avanzados de análisis

- Modelos híbridos FEM + comportamiento material avanzado: se implementan modelos multicomponente que integran hormigón no lineal, acero plástico y disipadores viscoelásticos.
- Análisis por historia de tiempo con interacción suelo-estructura (SSI): para estructuras con cimentaciones profundas o ubicadas en suelos blandos como los de Guayaquil o Esmeraldas.
- Análisis basado en desempeño (PBSD): especialmente útil en estructuras integradas con sistemas inteligentes o con control activo.
- Ejemplo: En el diseño del nuevo aeropuerto de Quito (2022), se utilizó un análisis combinado de losas postensadas con pórticos de acero en nudos semiempotrados, modelando transferencia de esfuerzos mediante conectores mecánicos y simulación FEM tridimensional.

Figura 18*Aeropuerto de Quito*

Fuente: Elaboración propia

El análisis del comportamiento estructural combinado no solo mejora la precisión del diseño, sino que es condición necesaria para el diseño de estructuras integradas, donde diversos materiales, sistemas y funciones interactúan en tiempo real. La integración analítica permite reducir sobrediseños, anticipar fallas y garantizar resiliencia estructural y funcional.

1.5 Índice de Rendimiento Estructural Integrado (ERII)

Para cuantificar el rendimiento global de una estructura integrada es una versión ampliada del índice ambiental-económico (EEI), adaptado para incluir criterios estructurales, funcionales y de sostenibilidad:

$$ERII = \sum_{j=1}^N \beta_j i_j$$

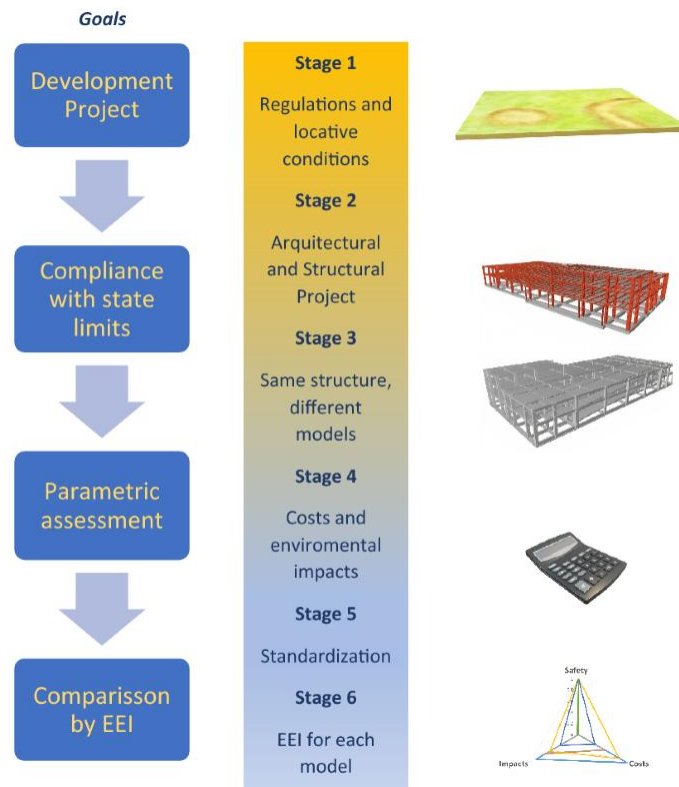
Donde:

i_j = valor normalizado de cada criterio (resistencia estructural, desempeño térmico, durabilidad, adaptabilidad, función energética, etc.).

β_j = peso asignado a cada criterio, reflejando su relevancia en el rendimiento integrado total.

Figura 19

Esquema EEI



Fuente: Basado en EEI

Este enfoque es análogo al utilizado por Gómez et al. para el Environmental-Economic Index (EEI) en estructuras:

Adaptando el modelo EEI al diseño estructural integrado, podríamos definir:

- I1I_1I1: desempeño mecánico-resistencia.
- I2I_2I2: eficiencia energética o aislación térmica del sistema integrado.
- I3I_3I3: potencial de adaptabilidad (modularidad, cambio de uso).
- I4I_4I4: durabilidad o vida útil proyectada.
- I5I_5I5: integración con tecnologías digitales o IA (domótica, monitoreo en tiempo real).
- I6I_6I6: impacto ambiental integrado (huella de carbono construida).

Cada criterio se normaliza (0–1), y se asignan pesos β_j de acuerdo con prioridades del proyecto o tipo de evaluación.

Por ejemplo:

$$ERII = 0.25I_1 + 0.20I_2 + 0.15I_3 + 0.15I_4 + 0.15I_5 + 0.10I_6$$

Este tipo de modelación permite comparar alternativas de diseño o evaluar la integración real en fases avanzadas del proyecto.

Ventajas del enfoque

- Flexibilidad para incorporar múltiples criterios (estructurales, energéticos, funcionales, tecnológicos).
- Comparabilidad: permite comparar diseños integrados frente a estructuras convencionales.
- Decisión informada: facilita análisis multicriterio cuantificado en diseño integrado.

Ejemplo de aplicación

Tabla 5

Ejemplo de aplicación ERII

Criterio	Símbolo	Valor I_{ij}	Peso β_j
1. Desempeño estructural mecánico	I1I_1	0.92	0.25
2. Eficiencia energética integrada	I2I_2	0.78	0.20
3. Adaptabilidad espacial/funcional	I3I_3	0.60	0.15
4. Durabilidad y vida útil esperada	I4I_4	0.70	0.15
5. Nivel de integración digital (BIM/IA)	I5I_5	0.65	0.15
6. Sostenibilidad ambiental	I6I_6	0.55	0.10

Fuente: Elaboración Propia

$$ERII = 0.25 * 0.92 + 0.20 * 0.78 + 0.15 * 0.60 + 0.15 * 0.70 + 0.15 * 0.65 + 0.10 * 0.55$$
$$ERII = 0.7335$$

Interpretación: el sistema estructural analizado tiene un rendimiento integrado global del 73.35% respecto al valor ideal de integración total.

1.6 Normativa internacional y bases filosóficas del diseño integrado

1.6.1 Introducción

El diseño estructural ha evolucionado de un enfoque puramente mecánico hacia una visión integrada que considera el desempeño estructural, la sostenibilidad, la digitalización y la resiliencia. En este contexto, las normas como el ACI 318-25 (2025) y la NEC-SE-HM (Ecuador, 2015, vigente) representan no solo marcos técnicos, sino también posturas filosóficas sobre cómo deben concebirse, construirse y mantenerse las estructuras modernas.

Las normativas actuales, como el Eurocódigo, el ACI 318, o las Normas Técnicas Ecuatorianas (NEC), aún no abordan directamente el concepto de estructuras integradas, pero establecen marcos compatibles para su aplicación, especialmente en términos de:

- Acciones combinadas y cargas excepcionales.
- Sistemas duales y comportamiento no lineal.
- Compatibilidad entre materiales.
- Diseño sismo-resistente con disipadores o aislamiento.

Además, el enfoque sistémico exige adoptar criterios del análisis de sistemas complejos, evaluando vulnerabilidades interdependientes y considerando aspectos como redundancia estructural, robustez y control activo.

1.6.2 Filosofía normativa: del cálculo a la integración sistémica

El ACI 318-25 ya no se limita a criterios de resistencia y servicio. Incorpora guías voluntarias de sostenibilidad, permitiendo a los diseñadores aplicar estrategias de diseño de bajo impacto ambiental sin sacrificar desempeño estructural. El enfoque es abierto, adaptable a regulaciones locales, como las de ciudades net-zero (Rubenstone, 2025).

“Por primera vez, un código estructural adopta explícitamente una guía de sostenibilidad sin imponer criterios prescriptivos, integrando compatibilidad ambiental y estructural” (ACI CODE, 2025).

La filosofía del diseño estructural integrado reconoce la necesidad de que la estructura interactúe digitalmente con el resto del edificio desde su concepción. El ACI 318-25, aunque no regula BIM directamente, lo incorpora en su visión estratégica, mencionando explícitamente el rol de los modelos digitales para gestión del ciclo de vida estructural (Life Cycle Structural Design).

“El diseño estructural ya no termina con el plano de obra; se extiende a la interoperabilidad con modelos digitales y al mantenimiento proyectado”

En contraste, la NEC-SE-HM (2015) mantiene una visión normativa tradicional, centrada en la resistencia sísmica mediante el uso de espectros de diseño, factores de respuesta y categorías de desempeño. Si bien es sólida para contextos sísmicos como el ecuatoriano, no contempla explícitamente integración de sostenibilidad, BIM o desempeño energético.

“La NEC-SE-HM es rigurosa en aspectos sísmicos, pero carece de referencias explícitas a la interoperabilidad digital o criterios de ciclo de vida estructural” (NEC-SE-HM, 2015)

La NEC-15 no menciona BIM ni herramientas de modelado multidisciplinario, lo cual es una limitación frente a los desafíos de la ingeniería 4.0. Para lograr un diseño estructural verdaderamente integrado, se vuelve imprescindible su actualización normativa hacia estándares colaborativos e interoperables.

CAPITULO 2

2. MATERIALES Y SISTEMAS ESTRUCTURALES

Julio Pino, Marisol Zambrano, Sergio Moreira, Bradley Chiquito.

2.1. Hormigón armado y pretensado

Los avances en el diseño estructural integrado no serían posibles sin una evolución paralela de los materiales estructurales y sus combinaciones funcionales. La integración estructural moderna no sólo depende de criterios geométricos o computacionales, sino también de una selección estratégica de materiales que respondan simultáneamente a exigencias de resistencia, durabilidad, eficiencia energética, sostenibilidad y adaptabilidad.

Este capítulo explora los principales materiales utilizados actualmente en estructuras integradas, así como los sistemas estructurales modernos más representativos, destacando sus principios de funcionamiento, aplicaciones, ventajas, limitaciones y potencial de integración con tecnologías digitales y de inteligencia artificial.

2.2. Hormigón armado y pretensado

2.2.1. Hormigón armado convencional

El hormigón armado sigue siendo el pilar de la mayoría de las estructuras civiles. Su versatilidad, durabilidad y resistencia a compresión lo convierten en un material esencial. En el contexto de estructuras integradas, se aprovecha su capacidad para formar parte de:

- Sistemas portantes complejos (núcleos, diafragmas, muros combinados).
- Elementos masivos que aportan inercia térmica.
- Interacción con materiales compuestos o prefabricados.

2.2.2. Hormigón pretensado y postensado

La tecnología del pretensado permite reducir secciones, controlar fisuración y aumentar luces sin apoyos intermedios, lo cual facilita:

- Interacción con espacios arquitectónicos flexibles.
- Disminución de peso propio y cargas gravitatorias.
- Integración con sistemas constructivos modulares o industriales.

Losas postensadas, puentes pretensados y vigas con tendones no adheridos permiten soluciones más esbeltas y adaptables, ideales para estructuras inteligentes y eficientes.

2.3. Acero estructural y soluciones mixtas

El acero ha ganado terreno gracias a su resistencia específica elevada, facilidad de montaje, y compatibilidad con el diseño paramétrico y prefabricado.

2.3.1. Ventajas en sistemas integrados

- Posibilidad de diseño seco y rápido.
- Adaptabilidad a estructuras no convencionales (formas libres).
- Integración con disipadores de energía, amortiguadores y sensores.

2.3.2. Sistemas mixtos acero-hormigón

El uso combinado de acero y hormigón (vigas compuestas, columnas mixtas, losas colaborantes) ofrece:

- Mejor aprovechamiento de esfuerzos: compresión en hormigón, tracción en acero.
- Disminución de deformaciones y vibraciones.
- Facilidad de adaptación a edificios de gran altura y estructuras sismo-resistentes.

2.4. Madera técnica e ingeniería avanzada

La madera laminada encolada (glulam) y el CLT (cross-laminated timber) han renovado el uso estructural de la madera en contextos urbanos y de alto desempeño.

2.4.1. Aplicaciones en integración

- Estructuras livianas y de rápida ejecución.
- Buena resistencia sísmica por ductilidad inherente.
- Integración con sistemas mecánicos y eléctricos embebidos.
- Aporte a edificaciones sostenibles y certificaciones ecológicas.

2.5. Materiales compuestos y avanzados

En el diseño de estructuras integradas también se están introduciendo materiales de alto rendimiento como:

2.5.1. FRP (Fiber Reinforced Polymers)

- Reforzamiento estructural (externo e interno).
- Elementos ligeros prefabricados.
- Comportamiento no corrosivo ideal para ambientes agresivos.

2.5.2. Concretos especiales

- UHPC (Ultra-High Performance Concrete) con resistencia superior a 150 MPa.
- Concreto autocompactable, con alta trabajabilidad.
- Concretos con fibras metálicas, ideales para elementos sometidos a impacto o flexión alternante.

2.5.3. Materiales con memoria de forma

Alloys inteligentes (SMA) aplicadas a disipación de energía sísmica o a estructuras adaptativas.

2.6. Sistemas estructurales modernos

2.6.1. Sistemas prefabricados y modulares

- Aceleración del montaje.
- Mayor control de calidad.
- Integración con instalaciones y envolventes desde fábrica.

2.6.2. Sistemas híbridos (dualidad estructural)

- Combinación de muros resistentes y marcos dúctiles.
- Interacción de disipadores metálicos o viscoelásticos con sistemas tradicionales.
- Diseño sismo-resistente eficiente y controlado.

2.6.3. Sistemas estructurales integrados en fachadas

- Muros cortina portantes.
- Fachadas estructurales autoportantes con comportamiento térmico mejorado.
- Integración de paneles solares, sensores y actuadores en elementos estructurales expuestos.

2.7. Criterios para selección de materiales en diseño integrado

El diseño de estructuras integradas requiere elegir materiales no solo por sus propiedades mecánicas, sino por múltiples factores simultáneos:

Tabla 6*Criterios para selección de material*

Criterio	Importancia
Comportamiento mecánico	Resistencia, ductilidad, deformabilidad
Compatibilidad constructiva	Integración con sistemas prefabricados o modulares
Durabilidad	Resistencia a agentes químicos, humedad, fuego
Sostenibilidad	Reciclabilidad, huella de carbono, ciclo de vida
Adaptabilidad funcional	Capacidad de alojar servicios o responder a cambios
Integración digital	Modelado BIM, análisis paramétrico, modelos digitales

Fuente: Elaboración Propia

2.8. Elementos híbridos y materiales inteligentes

La creciente complejidad funcional de las edificaciones modernas ha impulsado el desarrollo de elementos estructurales híbridos y materiales inteligentes que superan los límites tradicionales de la ingeniería civil. Estos componentes permiten integrar diversas funciones en un solo elemento, respondiendo no solo a cargas estructurales, sino también a factores térmicos, ambientales, energéticos y adaptativos.

Elementos híbridos estructurales

Los elementos híbridos combinan dos o más materiales o tecnologías con el objetivo de potenciar las ventajas individuales de cada uno. Esta estrategia busca una resiliencia estructural y funcional optimizada.

Ejemplos comunes:

- Vigas mixtas acero-hormigón: El acero aporta resistencia a tracción y rapidez constructiva, mientras el hormigón mejora el comportamiento frente al fuego y proporciona rigidez.
- Muros prefabricados con aislamiento térmico incorporado: Cumplen simultáneamente funciones portantes, de cerramiento y eficiencia energética.
- Columnas rellenas de concreto (CFST): Tienen alta resistencia a carga axial y excelente comportamiento sísmico.
- Envoltentes estructurales: Paneles tipo sándwich con núcleo aislante y capas exteriores estructurales (acero, GRC, aluminio estructural, etc.).

2.8.1. Materiales inteligentes en estructuras

Los materiales inteligentes, también llamados materiales activos o adaptativos, poseen la capacidad de cambiar sus propiedades físicas ante estímulos externos (temperatura, deformación, campo eléctrico, humedad).

Principales tipos:

SMA (Shape Memory Alloys): Aleaciones con memoria de forma que recuperan su configuración original al calentarse. Usados en sistemas de disipación sísmica y conexiones autorreparables.

Piezoeléctricos: Materiales que generan carga eléctrica ante deformación o, a la inversa, se deforman bajo un campo eléctrico. Utilizados en control activo de vibraciones.

Materiales auto-curativos: Concretos y recubrimientos capaces de cerrar microfisuras mediante reacciones químicas activadas por la humedad o el dióxido de carbono.

Cristales líquidos estructurales: Utilizados en fachadas adaptativas que modifican su transparencia según el flujo solar.

2.8.2. Aplicación en estructuras integradas

La integración de estos materiales permite desarrollar:

- Estructuras adaptativas: Elementos que modifican su rigidez, amortiguamiento o geometría ante condiciones dinámicas (como terremotos o viento).
- Componentes con múltiples funciones: Por ejemplo, un panel que actúe como estructura, aislamiento térmico, captación solar y amortiguador sísmico.
- Edificaciones autorreguladas: Capaces de responder autónomamente a cambios térmicos o de carga mediante algoritmos de control y sensores embebidos.

2.9. Integración con sistemas no estructurales: envolventes, instalaciones

En una estructura integrada, los sistemas no estructurales ya no se consideran elementos secundarios o añadidos tardíamente, sino partes constitutivas del diseño. Su correcta interacción con los componentes estructurales determina el rendimiento, la durabilidad y el confort de todo el edificio.

Envolventes arquitectónicas estructuradas

Las envolventes (fachadas, cubiertas, pieles solares) no solo definen la estética, sino que hoy en día:

- Pueden ser autoportantes o estructuralmente activas.
- Integran aislamiento térmico, captación solar, ventilación y acústica.
- Participan en la resistencia al viento y sismos si están diseñadas como sistemas semi-rígidos.

Ejemplo:

Fachadas portantes de doble piel con cámaras ventiladas que mejoran el comportamiento térmico mientras contribuyen al arriostramiento lateral.

2.9.1. Integración con instalaciones MEP

Las instalaciones de mecánica, electricidad y plomería (MEP) se incorporan desde fases tempranas mediante diseño digital coordinado (BIM), evitando conflictos espaciales y favoreciendo:

- Conductos embebidos en vigas y losas, sin afectar la resistencia.
- Bandejas técnicas integradas en elementos prefabricados.
- Sistemas HVAC con soportes estructurales compartidos.
- Sensores estructurales conectados al sistema de control domótico del edificio.

2.9.2. Ventajas de la integración estructural-no estructural

- Reducción de duplicidades constructivas.
- Disminución de tiempos y costos en obra.
- Mayor durabilidad y facilidad de mantenimiento.
- Mejora en el comportamiento frente a eventos extremos (por ejemplo, evitando colapsos por desprendimiento de elementos no estructurales en terremotos).

2.10. Arcilla como Material de Construcción

La arcilla es un material natural compuesto por partículas finas de silicatos de aluminio hidratados, que se ha utilizado en la construcción desde tiempos ancestrales. Su maleabilidad y facilidad de moldeado la convierten en una opción versátil para la fabricación de ladrillos, paneles y revestimientos. En la actualidad, su uso sigue vigente debido a sus propiedades térmicas y mecánicas, lo que permite su integración en proyectos de construcción sostenible (Fernández & Gómez, 2020).

Históricamente, civilizaciones como la Mesopotámica y la egipcia utilizaron la arcilla para la fabricación de viviendas y edificaciones monumentales, demostrando su durabilidad y adaptabilidad (Pérez et al., 2018). En Ecuador, el uso de la arcilla ha sido parte del saber ancestral, permitiendo a comunidades como Sancán mantener técnicas tradicionales que combinan eficiencia estructural y beneficios ambientales.

2.10.1. Propiedades Mecánicas y Aplicaciones en Construcción

Las propiedades mecánicas de la arcilla, como su resistencia a la compresión y su baja conductividad térmica, la hacen ideal para su aplicación en edificaciones. Según la normativa ecuatoriana INEN 297 (2014), los ladrillos cerámicos se clasifican en macizos y huecos, dependiendo de su resistencia y aplicación específica.

2.10.1.1. Clasificación según INEN 297 (2014).

- Ladrillos macizos: Tipo A (25 MPa), Tipo B (16 MPa) y Tipo C (8 MPa).
- Ladrillos huecos: Tipo D (6 MPa), Tipo E (4 MPa) y Tipo F (3 MPa).

Esta normativa permite evaluar la viabilidad de los materiales en la construcción, garantizando su seguridad y estabilidad. Además, el método de ensayo INEN 294 establece los procedimientos para verificar la resistencia de los ladrillos, asegurando su conformidad con estándares de calidad y seguridad en la edificación de viviendas y otras infraestructuras.

2.10.1.2. Diseño de Paneles y Adoquines de Arcilla según INEN 3049-1.

Para el desarrollo de paneles y adoquines con arcilla, es fundamental seguir los parámetros establecidos en la norma INEN 3049-1, que regula las dimensiones y características técnicas de estos elementos.

Según esta normativa, los paneles de arcilla deben cumplir con requisitos de resistencia, estabilidad y durabilidad, asegurando su aplicabilidad en construcciones sostenibles. Asimismo, los adoquines deben cumplir con especificaciones que garanticen su resistencia al desgaste y su capacidad de carga en pavimentos urbanos y rurales (INEN 3049-1, 2017).

La aplicación de esta normativa en el diseño de prototipos permite evaluar la viabilidad de la arcilla como alternativa sostenible para el sector de la construcción, promoviendo su uso en proyectos de impacto social como el desarrollado en Sancán.

2.10.2. Construcción Sostenible y el Impacto Social del Uso de la Arcilla

La construcción sostenible promueve el uso eficiente de los recursos naturales y materiales ecológicos, minimizando el impacto ambiental y mejorando la calidad de vida de las comunidades. La arcilla, al ser un material abundante y biodegradable, se alinea con este enfoque al reducir la huella de carbono en la producción de materiales de construcción (González & Martínez, 2021).

En comunidades rurales como Sancán, la implementación de ladrillos y paneles de arcilla no solo representa una alternativa asequible, sino que también fomenta la inclusión social al generar empleo local y rescatar conocimientos tradicionales. Esta combinación de innovación y saber ancestral permite fortalecer la identidad cultural y promover un desarrollo sostenible alineado con las necesidades de la población.

2.10.3. Geotecnia y Seguridad en Construcciones con Arcilla

El análisis geotécnico es fundamental para evaluar la seguridad estructural de edificaciones construidas con tierra. Factores como la estabilidad del suelo, la presencia de líneas de falla y la compactación del material influyen directamente en la resistencia y durabilidad de las estructuras (López et al., 2019).

Estudios han demostrado que la mezcla de arcilla con otros elementos naturales, como fibras vegetales, puede mejorar su resistencia a la tracción y disminuir su vulnerabilidad ante sismos (Rodríguez & Pacheco, 2022). En este contexto, la geotecnia proporciona herramientas científicas para optimizar el uso de la arcilla en la construcción, asegurando edificaciones más seguras y eficientes.

2.10.4. Normativas y Estándares en la Construcción con Arcilla

El cumplimiento de normativas es clave para garantizar la seguridad y calidad en proyectos de construcción sostenible. En Ecuador, las siguientes normativas regulan el uso de la arcilla en la edificación:

INEN 297: Especificaciones técnicas para ladrillos cerámicos.

INEN 294: Métodos de ensayo para determinar resistencia a la compresión.

INEN 3049-1: Parámetros para el diseño de paneles y adoquines de arcilla.

A nivel internacional, la ASTM C67 regula los procedimientos de prueba para ladrillos y bloques cerámicos, mientras que la ISO 14001 establece directrices para la construcción sostenible (ASTM, 2021; ISO, 2020).

2.10.5. Métodos para evaluar el impacto social en incubadoras

Relacionando lo expuesto Ponce et al. (2025) para la evaluación del impacto social en incubadoras, es fundamental aplicar métodos mixtos que combinen indicadores cuantitativos y cualitativos; se utilizan herramientas de medición cuantitativa como encuestas estructuradas, análisis estadístico de beneficiarios atendidos, número de empleos generados, grado de inclusión social, nivel de satisfacción de los participantes; estas métricas permiten establecer resultados tangibles sobre cómo los proyectos incubados contribuyen al desarrollo económico local y a la mejora en la calidad de vida de la comunidad.

Se emplean metodologías cualitativas como entrevistas en profundidad, grupos focales, estudios de caso, permiten captar percepciones, experiencias y transformaciones sociales que no son fácilmente cuantificables; este enfoque resalta cambios en valores, actitudes, empoderamiento comunitario y fortalecimiento de capacidades, ofreciendo una visión integral del impacto social. La combinación de ambos métodos garantiza una evaluación más completa y objetiva, alineada con los objetivos de sostenibilidad y responsabilidad social de las incubadoras.

Indicadores de sostenibilidad social y ambiental

Da a conocer, Marín (2024) los indicadores orientan medir de manera objetiva el grado en que los proyectos incubados contribuyen al bienestar comunitario y a la preservación del entorno natural. A continuación, se presentan los principales:

- **Acceso a servicios básicos:** porcentaje de población beneficiada con agua potable, saneamiento, energía y conectividad.
- **Generación de empleo digno:** número de empleos creados con condiciones laborales justas y permanentes.
- **Inclusión y equidad social:** participación de grupos vulnerables (mujeres, jóvenes, comunidades rurales o indígenas) en los proyectos.
- **Fortalecimiento comunitario:** nivel de organización social alcanzado y capacidad de autogestión posterior al proyecto.
- **Educación y capacitación:** cantidad de beneficiarios formados en competencias técnicas, ambientales y de liderazgo social.
- **Reducción de residuos:** volumen de desechos sólidos gestionados mediante reciclaje, reutilización o disposición adecuada.
- **Uso eficiente de recursos:** disminución del consumo de agua, energía y materiales no renovables en el desarrollo de los proyectos.
- **Protección de la biodiversidad:** impacto positivo o neutral en ecosistemas locales, áreas verdes y especies nativas.
- **Huella de carbono:** medición de emisiones de gases de efecto invernadero y estrategias aplicadas para mitigarlas.
- **Resiliencia y adaptación climática:** capacidad del proyecto para enfrentar riesgos ambientales y sociales a largo plazo.

CAPITULO 3

3. EJEMPLO PRACTICOS ESTRUCTURAS 2D

Ivanova Orejuela, Maholy Alcívar, Marcelo Pincay, Galo Marcillo.

3.1. Vigas isostáticas

Una viga es un elemento estructural que trabaja por lo general a flexión, la cual está articulada en sus extremos. Existen vigas de acero, hormigón y madera.

La viga isostática es aquella que se puede analizar estáticamente aplicando las tres condiciones o ecuaciones de equilibrio, es decir, sumatoria de momento en un punto, sumatoria de fuerzas en el eje de coordenadas “x” y sumatoria de fuerzas en el eje de coordenadas “y”.

Una viga isostática se puede analizar mediante los principios de la estática, ya que el número de reacciones de los apoyos es igual al número de ecuaciones de equilibrio

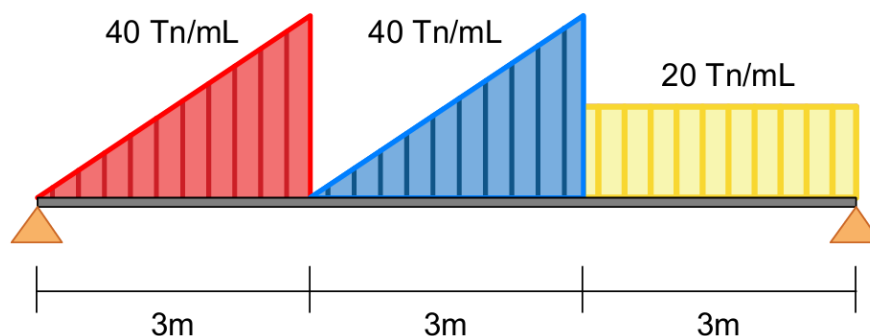
Existen vigas que son isostática, aunque el número de reacciones de apoyos sean mayor al número de ecuaciones de equilibrio, esto ocurre en vigas tipo Gerber, o vigas con articulaciones. Para saber si este tipo de viga, es una viga isostática se debe aplicar el grado de indeterminación estática de la estructura, donde se debe de contar el número de reacciones de apoyos, el número de vínculo de unión que posee la estructura o viga y el número de cuerpo que posee la misma.

El análisis estructural de una viga isostática sirve como principio básico para los temas fundamentales de las materias de estructuras, hormigón y mecánica en las universidades.

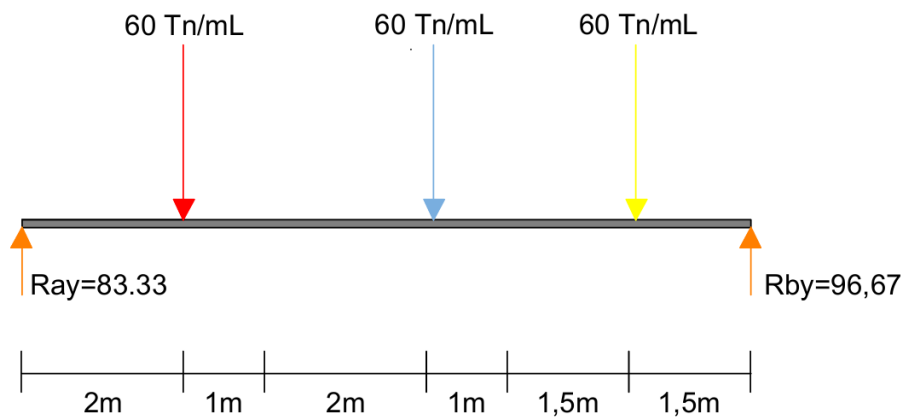
El esfuerzo de flexión provoca tensiones de tracción y compresión, produciéndose las máximas en el cordón inferior y en el cordón superior respectivamente, las cuales se calculan relacionando el momento flector y el segundo momento de inercia. En las zonas cercanas a los apoyos se producen esfuerzos cortantes o punzonamiento. También pueden producirse tensiones por torsión, sobre todo en las vigas que forman el perímetro exterior de un forjado. Estructuralmente el comportamiento de una viga se estudia mediante un modelo de prisma mecánico.

3.1.1. Ejercicio de Aplicación 1

En estos problemas se analiza una viga simplemente apoyada sometida a diferentes tipos de cargas distribuidas. El objetivo es obtener las cargas equivalentes, sus posiciones y posteriormente calcular las reacciones en los apoyos para continuar con el análisis estructural.



Convertimos las cargas distribuidas en cargas puntuales



Primero se saca reacciones, empezamos sacando momento M_{Ay} para eliminar una de las incógnitas.

$$\begin{aligned}
 -60 \text{ Tn/mL} (2m) - 60 \text{ Tn/mL} (5m) - 60 \text{ Tn/mL} (7,5m) + R_{By}(9) &= 0 \\
 9R_{By} - 870 \text{ Tn/mL} &= 0 \\
 R_{By} &= \frac{870}{9} \text{ Tn/mL} \\
 \mathbf{R_{By} = 96,67 \text{ Tn/mL}}
 \end{aligned}$$

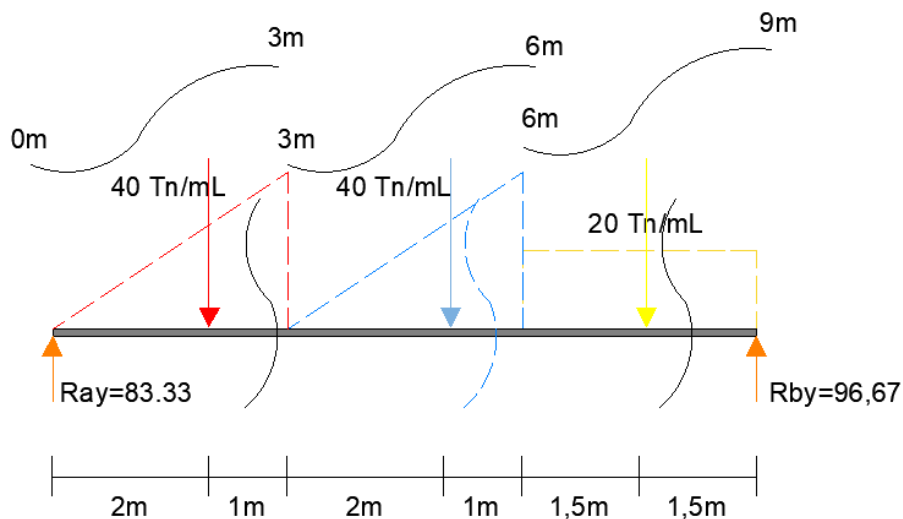
Encontramos la siguiente incógnita que es R_{Ay}

$$\begin{aligned}
 R_{Ay} - 60 \text{ Tn/mL} - 60 \text{ Tn/mL} - 60 \text{ Tn/mL} + R_{By} &= 0 \\
 R_{Ay} &= 180 \text{ Tn/mL} - R_{By}
 \end{aligned}$$

Con esa ecuación podemos reemplazar R_{By} y encontrar R_{Ay}

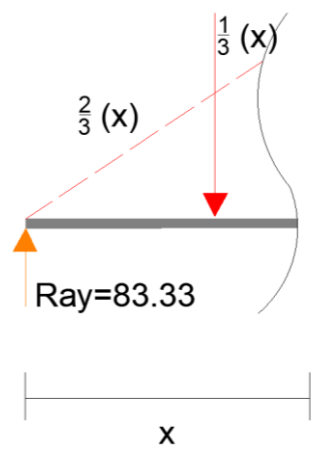
$$\begin{aligned}
 R_{Ay} &= 180 \text{ Tn/mL} - 96,67 \text{ Tn/mL} \\
 \mathbf{R_{Ay} = 83,33 \text{ Tn/mL}}
 \end{aligned}$$

Seguidamente, definimos las secciones y los intervalos por analizar, obteniendo el siguiente planteamiento

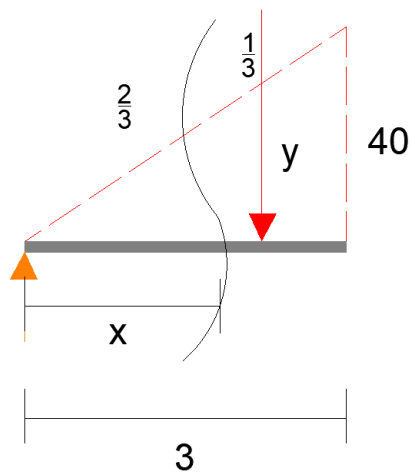


CORTE 1-1'

$$0 \leq X \leq 3$$



Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para analizar el equilibrio. Con las ecuaciones de fuerzas y momentos se determinan los valores internos del corte (x y y).



$$\begin{aligned} \frac{40 Tn/mL}{3 m} &= \frac{x}{y} \\ y &= \frac{40 Tn/mL * (x)}{3 m} \\ y &= b \\ y &= \frac{40 Tn/mL * (x)}{3 m} * \frac{x}{2} \\ y &= \frac{20x^2 Tn/mL}{3 m} \end{aligned}$$

Para la ecuación de la cortante (V)

$$\begin{aligned} 83,33 Tn/mL - \frac{20}{x^2} - V &= 0 \\ V &= 83,33 Tn/mL - \frac{20}{x^2} \\ X &= \sqrt{\frac{3m * 83,33 Tn/mL}{20}} \\ x &= 3,54 m \end{aligned}$$

Para la ecuación del Momento (M)

$$\begin{aligned} -83,33(x) Tn/mL + \frac{20x^2}{3} \left(\frac{1}{3} x \right) + M &= 0 \\ M &= 83,33(x) Tn/mL - \frac{20x^2}{3} \left(\frac{1}{3} x \right) \end{aligned}$$

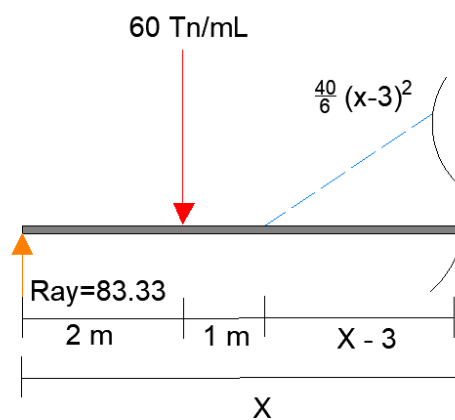
$$M = 83,33(x) Tn/mL - \frac{20x^3}{9}$$

Reemplazando en las ecuaciones en sus intervalos nos queda:

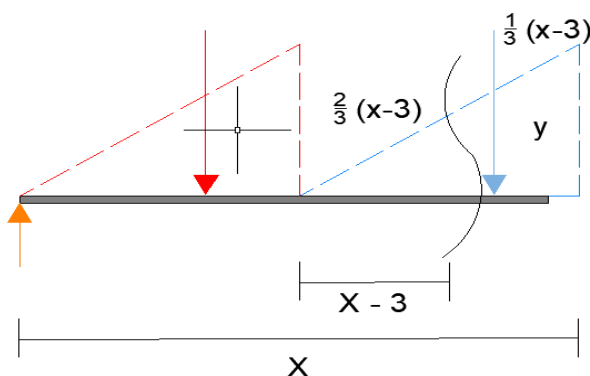
X	V	M
0 m	$83,33 Tn/mL$	0
3 m	$23,33 Tn/mL$	$190 Tn/mL$

CORTE 2-2'

$$3 \leq X \leq 6$$



Se continúa el método de secciones, considerando ahora la parte de la viga desde los 3 m hasta el punto x. Se analiza el tramo adicional $(x - 3)$ para obtener la carga equivalente y su posición, aplicando nuevamente las ecuaciones de equilibrio.



$$\begin{aligned} \frac{40 Tn/mL}{3 m} &= \frac{(x-3)}{y} \\ y &= \frac{40 Tn/mL * (x-3)}{3 m} \\ y &= b \\ y &= \frac{40 Tn/mL * (x-3)}{3 m} * \frac{(x-3)}{2} \\ y &= \frac{40(x-3)^2 Tn/mL}{6 m} \end{aligned}$$

Para la ecuación de la cortante (V)

$$83,33 \frac{Tn}{mL} - 60 \frac{Tn}{mL} - \frac{40(x-3)^2 \frac{Tn}{mL}}{6} - V = 0$$

$$V = 83,33 \frac{Tn}{mL} - 60 \frac{Tn}{mL} - \frac{40(x-3)^2 \frac{Tn}{mL}}{6}$$

$$V = 23,33 \frac{Tn}{mL} - \frac{40(x-3)^2 \frac{Tn}{mL}}{6}$$

Para la ecuación del Momento (M)

$$-83,33(x) \frac{Tn}{mL} + 60(x-2) \frac{Tn}{mL} + \frac{40(x-3)^2 \frac{Tn}{mL}}{6} \left(\frac{1}{3}(x-3) \right) + M = 0$$

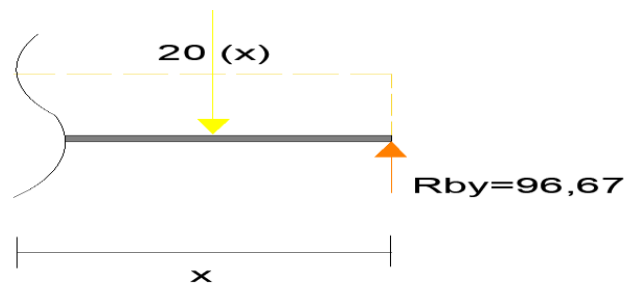
$$M = 83,33(x) \frac{Tn}{mL} - 60(x-2) \frac{Tn}{mL} - \frac{40(x-3)^2 \frac{Tn}{mL}}{6} \left(\frac{1}{3}(x-3) \right)$$

Reemplazando en las ecuaciones en sus intervalos nos queda:

X	V	M
3 m	$23,33 \frac{Tn}{mL}$	$190 \frac{Tn}{mL}$
6 m	$-36,67 \frac{Tn}{mL}$	$200 \frac{Tn}{mL}$

CORTE 3-3'

$$3 \leq X \leq 6$$



Para la ecuación de la cortante (V)

$$96,67 \frac{Tn}{mL} - 20(x) \frac{Tn}{mL} - V = 0$$

$$V = 96,67 \frac{Tn}{mL} - 20(x) \frac{Tn}{mL}$$

Para la ecuación del Momento (M)

$$20(x) \left(\frac{x}{2} \right) \frac{Tn}{mL} - 96,67(x) \frac{Tn}{mL} + M = 0$$

$$M = -20(x) \left(\frac{x}{2} \right) \frac{Tn}{mL} + 96,67(x) \frac{Tn}{mL}$$

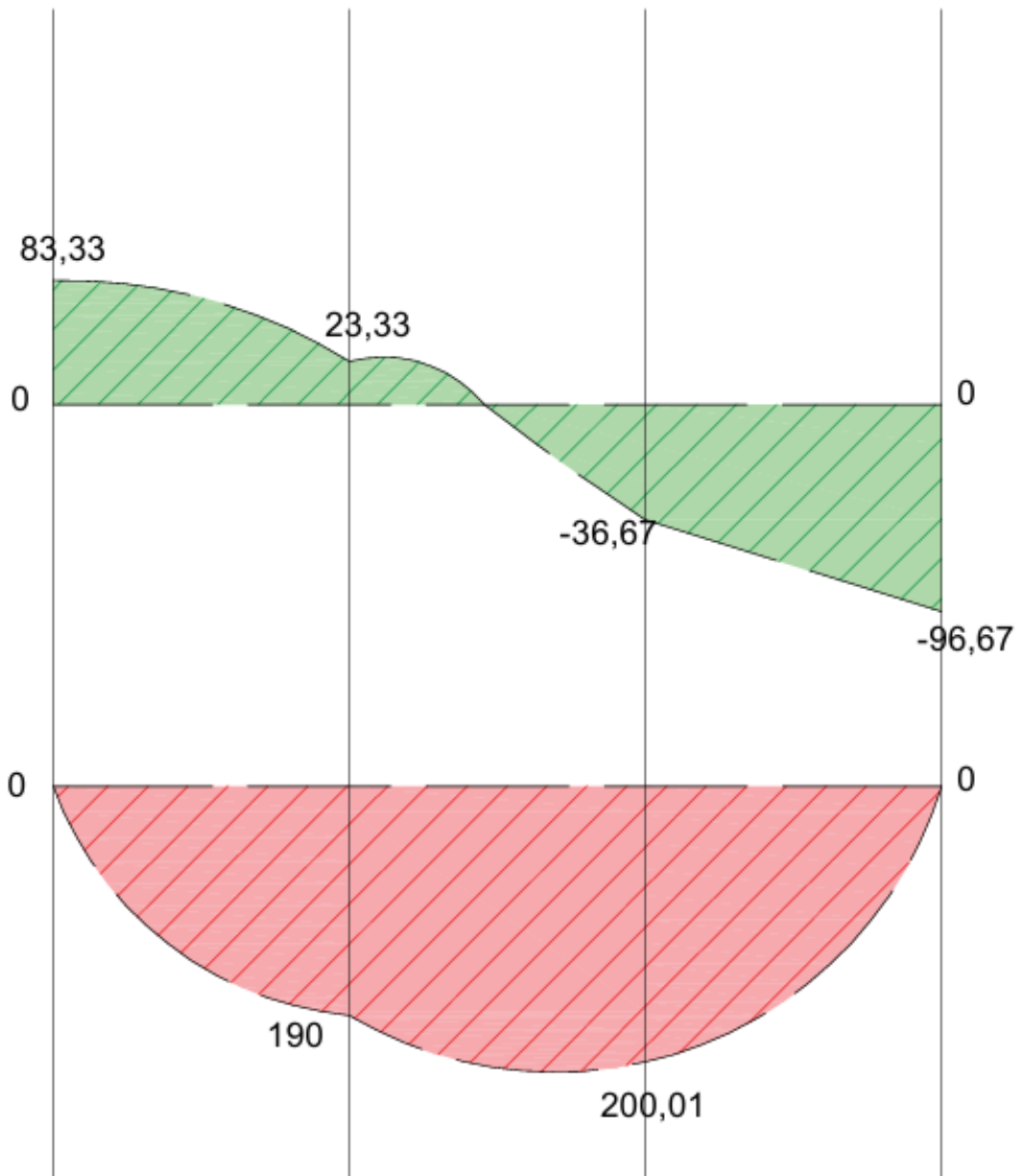
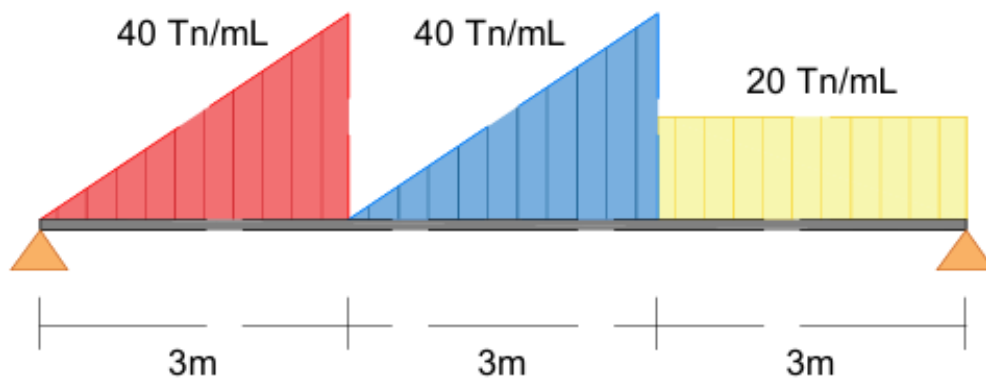
Reemplazando en las ecuaciones en sus intervalos nos queda:

X	V	M
3 m	$-96,67 \text{ } Tn/mL$	$200 \text{ } Tn/mL$
0 m	$96,67 \text{ } Tn/mL$	$0 \text{ } Tn/mL$

Resumen del Ejercicio 1

CORTE	X	V	M	ECUACIÓN (V)	ECUACIÓN (M)	INTERVALOS
1-1'	0m	$83,33 Tn/mL$	0	$V = 83,33 Tn/mL - \frac{20}{x^2}$	$M = 83,33(x) Tn/mL - \frac{20x^3}{9}$	$0 \leq X \leq 3$
	3m	$23,33 Tn/mL$	$190 Tn/mL$			
2-2'	3m	$23,33 Tn/mL$	$190 Tn/mL$	$V = 23,33 Tn/mL - \frac{40(x-3)^2 Tn/mL}{6}$	$M = 83,33(x) Tn/mL - 60(x-2) Tn/mL - \frac{40(x-3)^2 Tn/mL}{6} \left(\frac{1}{3}(x-3) \right)$	$3 \leq X \leq 6$
	6m	$-36,67 Tn/mL$	$200 Tn/mL$			
3-3'	3m	$-96,67 Tn/mL$	$200 Tn/mL$	$V = 96,67 Tn/mL - 20(x) Tn/mL$	$M = -20(x) \left(\frac{x}{2} \right) Tn/mL + 96,67(x) Tn/mL$	$3 \leq X \leq 0$
	0m	$96,67 Tn/mL$	$0 Tn/mL$			

Se obtienen y grafican los diagramas de cortante y momento, usando los resultados de cada tramo de la viga.



3.1.2. Determinación Mediante Equilibrio Estático

En este tipo de vigas, el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones de equilibrio disponibles:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M = 0$$

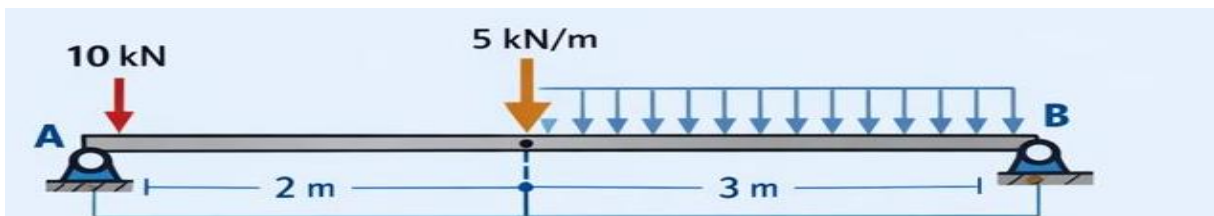
Por lo que su análisis estructural puede resolverse sin necesidad de considerar condiciones adicionales de deformación.

3.1.3. Igualdad Entre Incógnitas Y Ecuaciones

En una viga isostática, el número de reacciones desconocidas es igual al número de ecuaciones de equilibrio independientes disponibles. Esta condición garantiza que la estructura sea estáticamente determinada.

3.2. Ejercicios De Aplicación

3.2.1. Ejercicio 1: Viga isostática simplemente apoyada



Datos

- Tipo de viga: **Simplemente apoyada**
- Longitud total: $L = 6 \text{ m}$
- Apoyo A: articulado

Paso 1: Reemplazo de la carga distribuida

Cargas aplicadas

1. Carga puntual

- $P = 10 \text{ kN}$
- Ubicada a 2 m del apoyo A

2. Carga distribuida uniforme

- $w = 5 \text{ kN/m}$
- Actúa desde $x = 3 \text{ m}$ hasta $x = 6 \text{ m}$

Paso 2: Cálculo de las reacciones

$$W = w \cdot L = 5 \cdot 3 = 15 \text{ kN}$$

- Punto de aplicación: centro del tramo cargado

$$x = 3 + \frac{3}{2} = 4.5 \text{ m desde A}$$

Equilibrio vertical

$$R_A + R_B = 10 + 15 = 25 \text{ kN}$$

Momentos respecto a A

$$R_B(6) - 10(2) - 15(4.5) = 0$$

$$R_B = \frac{20 + 67.5}{6} = 14.58 \text{ kN}$$

Reacción en A

$$R_A = 25 - 14.58 = 10.42 \text{ kN}$$

Paso 3: Fuerza cortante

Tramos:

1. 0 – 2 m

$$V = +10.42 \text{ kN}$$

2. 2 – 3 m

$$V = 10.42 - 10 = 0.42 \text{ kN}$$

3. 3 – 6 m

$$V(x) = 0.42 - 5(x - 3)$$

Paso 4: Momento de rotación

Momento en A

$$M_A = 0$$

Momento en $x = 2 \text{ m}$

$$M = 10.42(2) = 20.84 \text{ kN}$$

Momento máximo

El momento máximo ocurre donde $V = 0$:

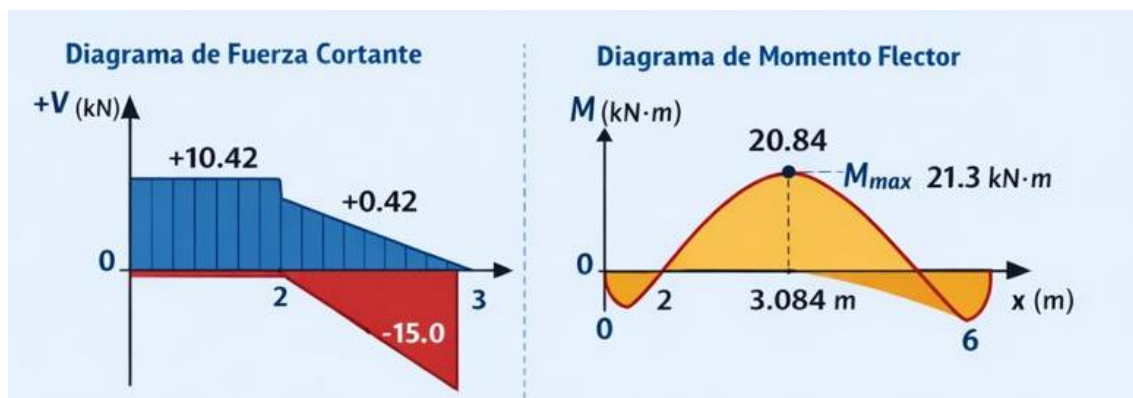
$$0 = 0.42 - 5(x - 3) \Rightarrow x = 3.084 \text{ m}$$

$$M_{max} = 21.3 \text{ kN}$$

Momento en B

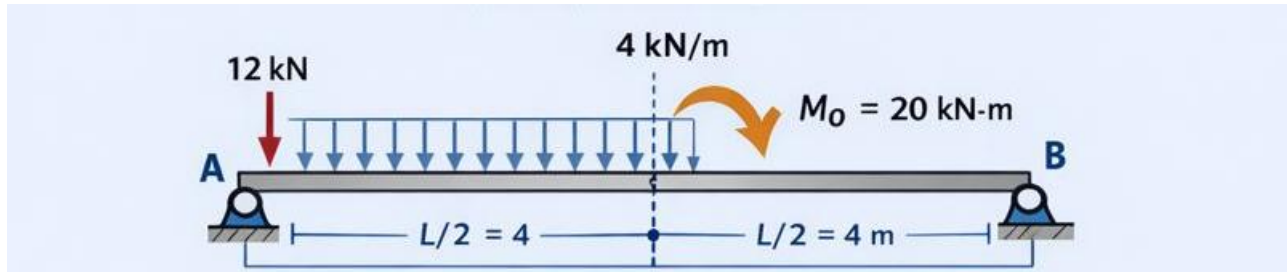
$$M_B = 0$$

3.2.2. Grafica de resultados



El análisis de la viga isostática (Ejercicio 1) la combinación de una carga puntual y una carga distribuida generó un diagrama de cortante con cambio de pendiente, lo cual se reflejó en un diagrama de momento flector continuo y curvilíneo. El momento flector máximo se presentó en el punto donde la fuerza cortante se anuló, confirmando el principio fundamental de la mecánica estructural. Al tratarse de una viga simplemente apoyada, los momentos en los apoyos fueron nulos, validando la condición de isostaticidad del sistema.

3.2.3. Ejercicio 2: Viga Isostática Con Carga Puntual Y Momento Aplicado



Paso 1: Reemplazo de la carga distribuida

Cargas aplicadas

1. Carga puntual

- $P = 12 \text{ kN}$
- Aplicada a 3 m del apoyo A

2. Carga distribuida uniforme

- $w = 4 \text{ kN/m}$
- Actúa en todo el tramo de la viga

3. Momento aplicado

- $M_0 = 20 \text{ kN}$
- Aplicado en el punto medio de la viga ($x = 4 \text{ m}$)
- Sentido horario

Paso 2: Cálculo de las reacciones

$$W = w \cdot L = 4 \cdot 8 = 32 \text{ kN}$$

- Punto de aplicación:

$$x = \frac{8}{2} = 4 \text{ m}$$

Equilibrio vertical

$$R_A + R_B = 12 + 32 = 44 \text{ kN}$$

Momentos respecto a A

(signo positivo antihorario)

$$R_B(8) - 12(3) - 32(4) - 20 = 0$$

$$R_B = \frac{36 + 128 + 20}{8} = 23 \text{ kN}$$

Reacción en A

Paso 3: Fuerza cortante

Para una sección genérica a una distancia x desde A:

$$V(x) = 21 - 4x \quad (0 < x < 3)$$

Después de la carga puntual:

$$V(x) = 21 - 12 - 4x = 9 - 4x \quad (3 < x < 8)$$

Paso 4: Momento de rotación

Ecuaciones de momento

Tramo $0 < x < 3$

$$M(x) = 21x - 2x^2$$

Tramo $3 < x < 8$

$$M(x) = 21x - 12(x - 3) - 2x^2$$

El momento aplicado provoca un salto de:

$$\Delta M = 20 \text{ kN}$$

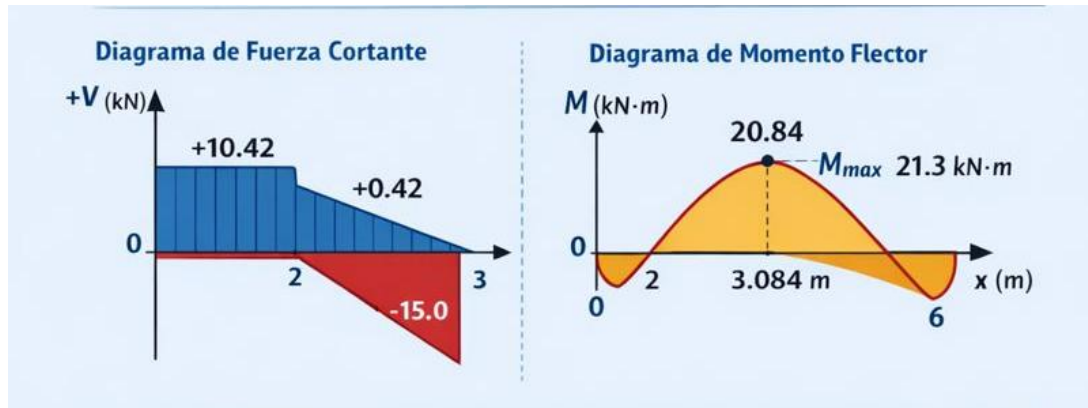
Paso 5: Momento máximo

$$V = 0$$

$$9 - 4x = 0 \Rightarrow x = 2.25 \text{ m}$$

$$M_{max} = 23.6 \text{ kN}$$

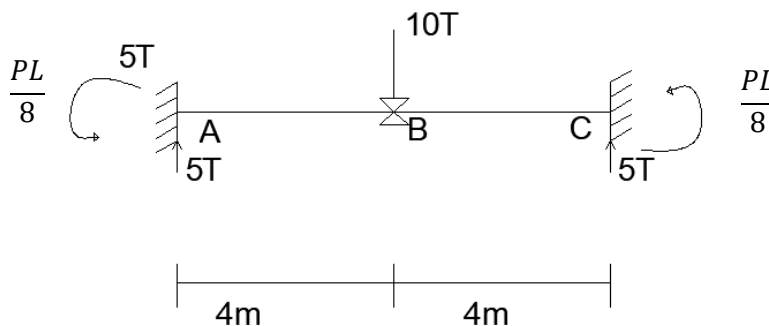
3.2.4. Grafica De Resultados

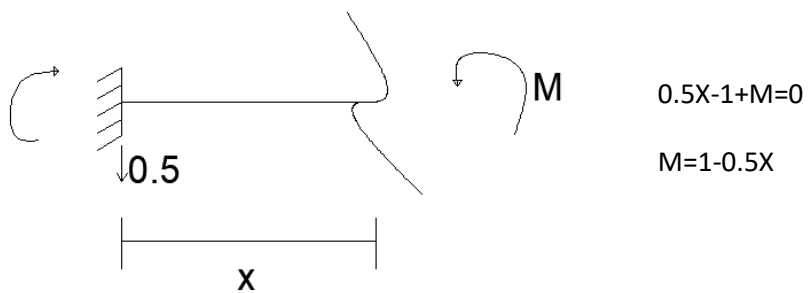
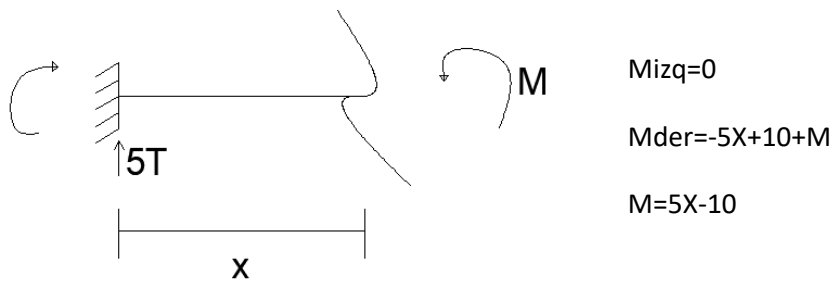
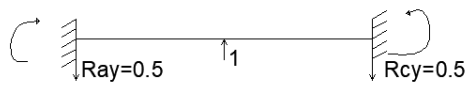


En (Ejercicio 2) se analizó una viga isostática sometida a una carga distribuida uniforme, una carga puntual y un momento externo aplicado, lo cual evidenció el efecto significativo de los momentos concentrados en el comportamiento estructural. A diferencia del primer caso, el momento aplicado produjo un salto en el diagrama de momento flector, sin afectar el diagrama de fuerza cortante, destacando la independencia entre ambos efectos.

Las reacciones obtenidas garantizaron el equilibrio global de la viga, y el momento máximo se localizó en el tramo donde la fuerza cortante se anuló, demostrando nuevamente la coherencia entre teoría y resultados. Este ejercicio resalta la importancia de considerar correctamente los momentos externos en el diseño y análisis estructural.

3.3. Ejercicio 3





$$S_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^4 (5X - 10) (1 - 0.5X) dx$$

$$S_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^4 (-2.5X^2 + 10X - 10) dx$$

$$S_{II} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{2.5x^3}{3} + 5X^2 - 10X \right]_0^4$$

$$S_{II} = \frac{1}{EI} \left[-\frac{2.5(4)^3}{3} + 5(4)^2 - 10X \right]_0^4$$

$$\frac{-13,33}{EI} X^2$$

$$\frac{-26.66}{EI}$$

$$\Delta_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^4 (1 - 0.5)(1 - 0.5) dx$$

$$\Delta_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^4 (1 - X + 0.25X^2) dx$$

$$S_{II} = \frac{1}{EI} \left[X - \frac{X^2}{2} + \frac{0.25X^3}{3} \right]_0^4$$

$$\Delta_{II} = 1.33X^2$$

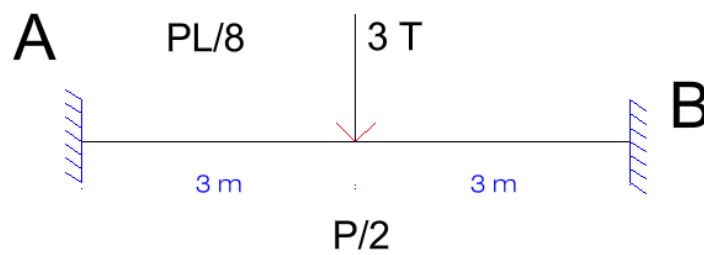
$$\Delta_{II} = 2.67$$

$$S_{II} + \Delta_{II} x_b = 0$$

$$\frac{-26.66}{EI} + x_b(2.67) = 0$$

$$x_b \frac{26.66}{2.67} = 9.98 = 10$$

3.4. Ejercicio 4



REACCIONES

Cortante

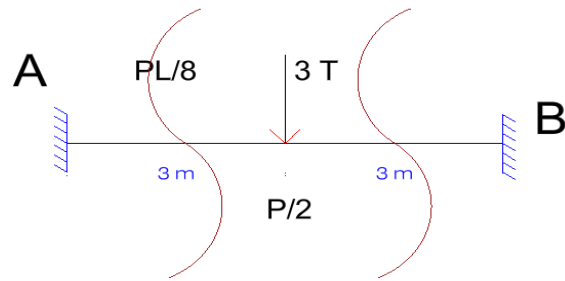
RAY = POR SIMETRIA DE LA VIGA Y POR LA CARGA

$$R_{Ay} = 1.5 T$$

Momento

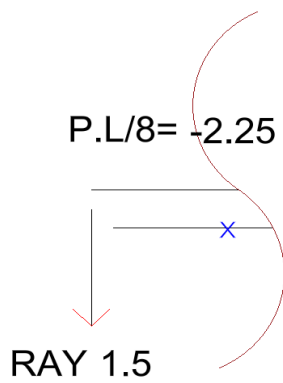
$$\Sigma_{MA} = 0$$

$$MA = P - L/8 = -2.25$$



CORTES

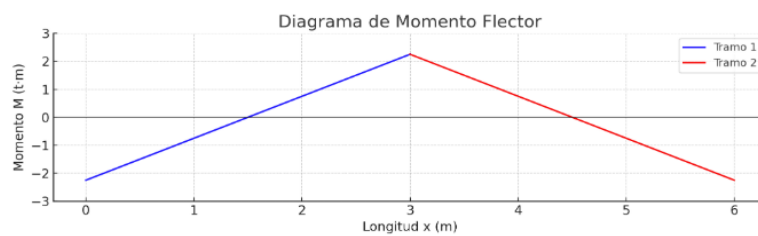
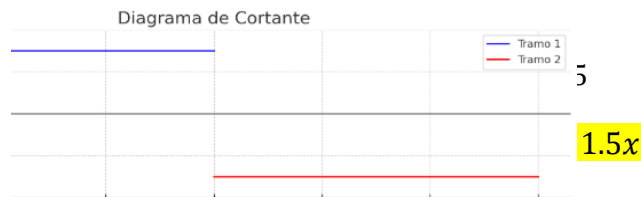
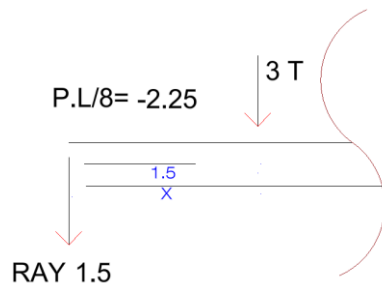
Corte 1 - 1' $0 \leq x \leq 3$



$$M = -2.25 + 1.5x$$

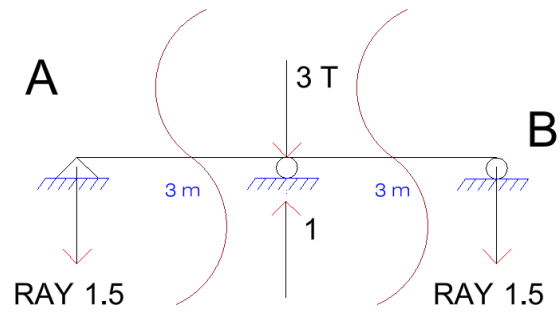
$$V = 1.5$$

Corte 2 - 2' $3 \leq x \leq 6$



SUPOCIÓN DE
POSITIVO

LA CARGA 1



REACCIONES

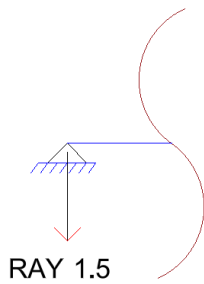
$$R_A = R_B = 0,5 T$$

$$M_A = M_B = P.L/8 = -0.75 T$$

CORTES

Corte 1 – 1'

$$0 \leq x \leq 3$$

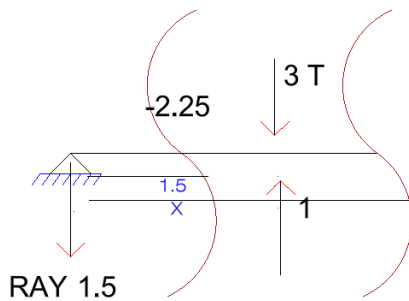


$$M = -1.5x$$

$$m = \frac{6-x}{6}$$

Corte 2 – 2'

$$0 \leq x \leq 6$$



$$M = 18 - 4.5x$$

$$m = \frac{6-x}{6}$$

Cálculo de las deformaciones

$$S_{11} = \frac{S(M_0)(m_1) d_x}{EI} = \frac{1}{EI} \int_0^3 (-1,5x) \left(\frac{6-x}{6} \right) dx = -\frac{1,5}{6} \int_0^3 (6-x) dx = -0,25 \int_0^3 (6x-x^2) dx$$

$$= \frac{-4,5}{EI} T \cdot M^3$$

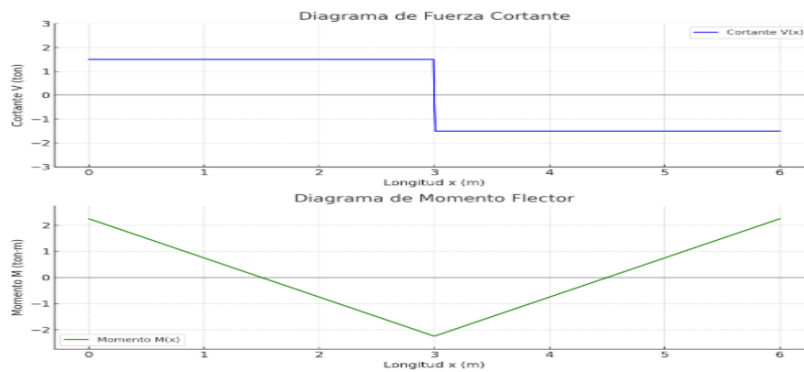
$$\Delta_{11} = \frac{S(M_0)(m_1) d_x}{EI} = \frac{1}{EI} \int_3^6 (18-4,5x) \left(\frac{6-x}{6} \right) dx = \frac{1}{6} \int_3^6 (18-45x)(6-x) dx$$

$$= \frac{0}{EI} T \cdot M^3$$

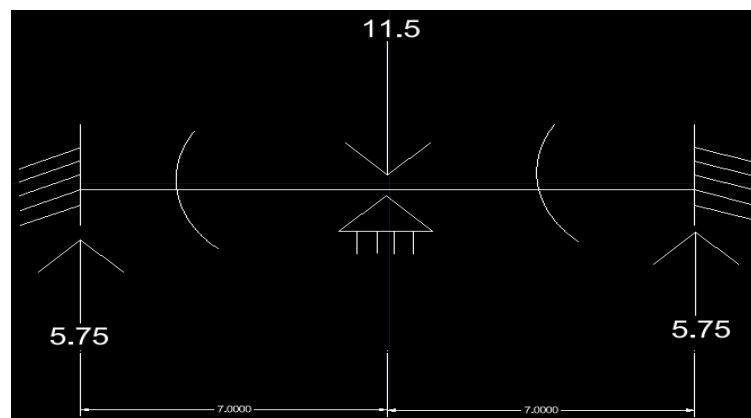
Cálculo de la incógnita

$$\delta + f_{MB} = 0 \Rightarrow MB = -f\delta = \frac{-4,5}{\frac{EI}{2}} = \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ tn.m}$$

Grafica



3.5. Ejercicio 5



$$Ma = \frac{1}{8}PL = \frac{1}{8}(11.5(7)) = 10.06$$

$$MB = \frac{1}{8}PL = \frac{1}{8}(11.5(7)) = 10.06$$

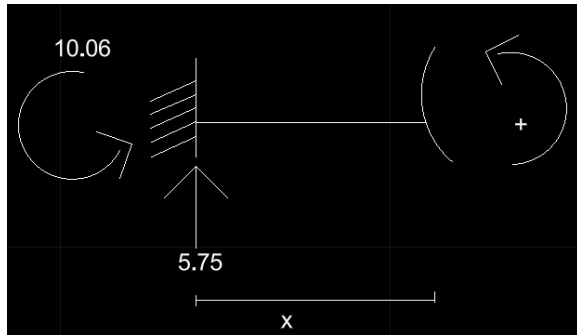
$$\sum Ma = 0$$

$$11.5(7) + 10.06 - 10.06 - Rcy(14) = 0$$

$$80.5 - Rcy(14) = 0$$

$$Rcy = \frac{80.5}{14} = 5.75$$

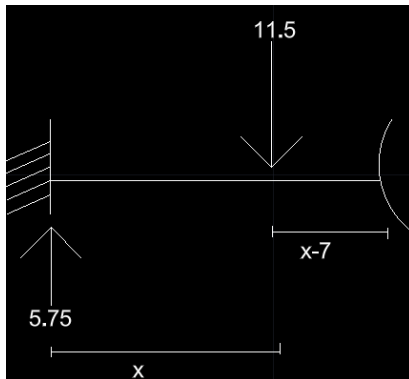
Corte 1 - 1 $0 < x < 7$ M



$$10.06 - 5.75(x) + M = 0$$

$$M = -10.06 + 5.75(X)$$

Corte 2 - 2 $7 < x < 14$



$$10.06 - 5.75(x) + 11.5(X - 7) + M = 0$$

$$M = -10.06 + 5.75(X) - 11.5(X - 7)$$

$$MA = \frac{1}{8}RL = \frac{1}{8}(1(7)) = 0.87$$

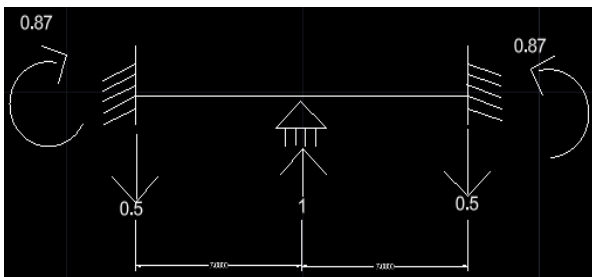
$$MA = MB = 0.87$$

$$\sum Ma = 0$$

$$0.87 - 0.87 - 1(7) - Rcy(14) = 0$$

$$-7 - Rcy(14) = 0$$

$$Rcy = \frac{7}{14} = 0.5$$



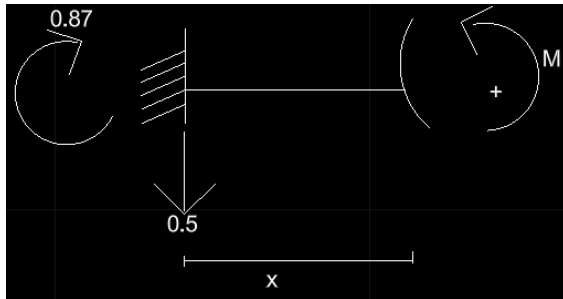
$$\sum Fy = 0$$

$$1 - 0.5 + Ray = 0$$

$$0.5 * Ray$$

$$Ray = -0.5$$

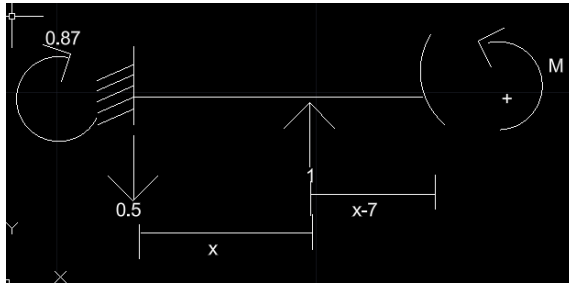
Corte 1 – 1 $0 < x < 7$ m



$$-0.87 + 0.5(X) + M = 0$$

$$M = 0.87 - 0.5(X)$$

Corte 2 – 2 $7 < x < 14$



$$-0.87 + 0.5(X) - 1(X - 7) + M = 0$$

$$M = 0.87 - 0.5(X) + 1(X - 7)$$

$$Sn = \frac{I}{EI} \int_0^7 -10.06 + 5.75(X) * 0.87 - 0.5(X) dx$$

$$Sn = \frac{I}{EI} (-10.06 + 4.5025X) dx$$

$$Sn = \frac{I}{EI} * 39.89125$$

$$Sn = \frac{39.89125}{E}$$

$$Sn = \frac{I}{EI} \int_7^{14} -10.06 + 5.75(X) - 11.5(X - 7) * 0.87 - 0.5(X) + 1(X - 7) dx$$

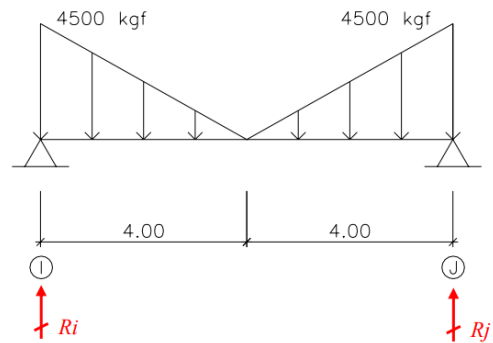
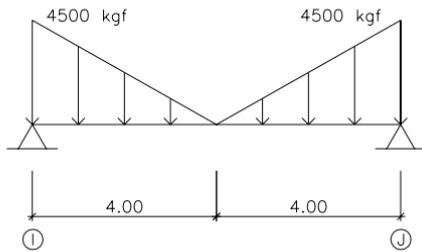
$$Sn = \frac{I}{EI} (-3.755X + 52.975) dx$$

$$Sn = \frac{I}{EI} \int_7^{14} (-3.755X + 52.975) dx = \int_7^{14} (-3.755) dx + \int_7^{14} (52.975) dx$$

$$S_n = \frac{I}{EI} * 94.8325$$

$$S_n = \frac{94.8325}{E}$$

3.6. Ejercicio 6



Cálculo de reacciones

$$\Sigma Mi = 0 \Rightarrow 3 = \frac{1}{3} \times 4 \times \frac{4500 \times 4}{2} + \left(4 \frac{2}{3} \times 4\right) \frac{4500 \times 4}{2} - 8Rj = 0$$

$$Rj = 9000 \text{ kgf} \uparrow$$

$$\Sigma FV = 0 \Rightarrow -\frac{4500 \times 4}{2} \times 2 + 9000 + Ri = 0$$

$$Ri = 9000 \text{ kgf} \uparrow$$

Corte 1

$$0 \leq X \leq 4$$

$$W(x) = \frac{4500}{4}x - 4500 = 1125x - 4500$$

$$V(x) = \int W(x)dx = 562,5x^2 - 4500x + 9000$$

$$M(x) = \int V(x)dx = 187,5x^3 - 2550x^2 + 9000x$$

$$V(4) = 0$$

$$M(4) = 12000 \text{ kgf}$$

Corte 2

$$0 \leq X \leq 4$$

$$W(x) = -\frac{4500}{4}x = -1125x$$

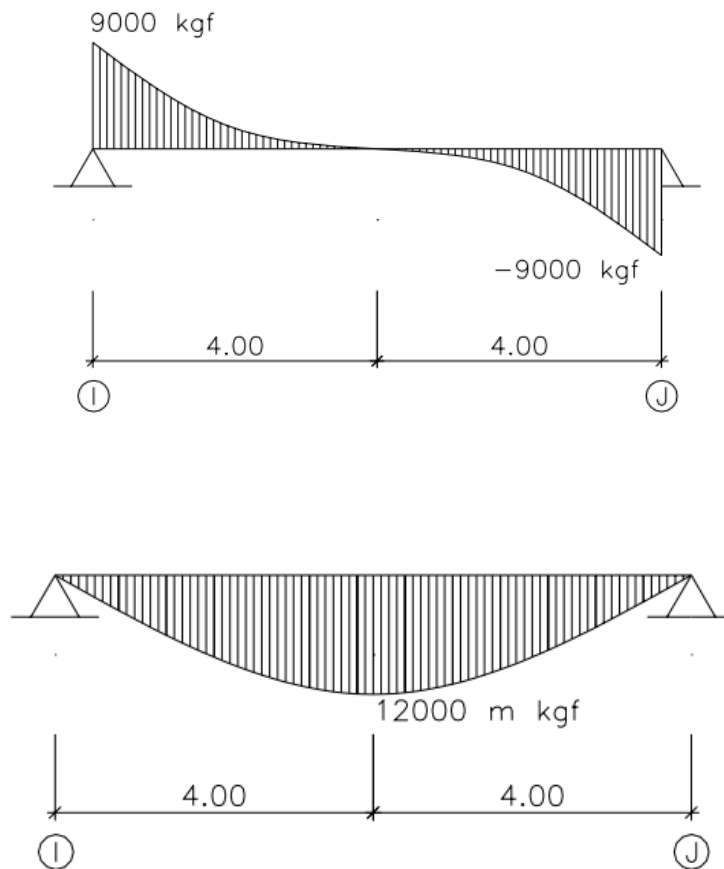
$$V(x) = \int W(x)dx = 562,5x^2$$

$$M(x) = \int V(x)dx = 187,5x^3 + 12000$$

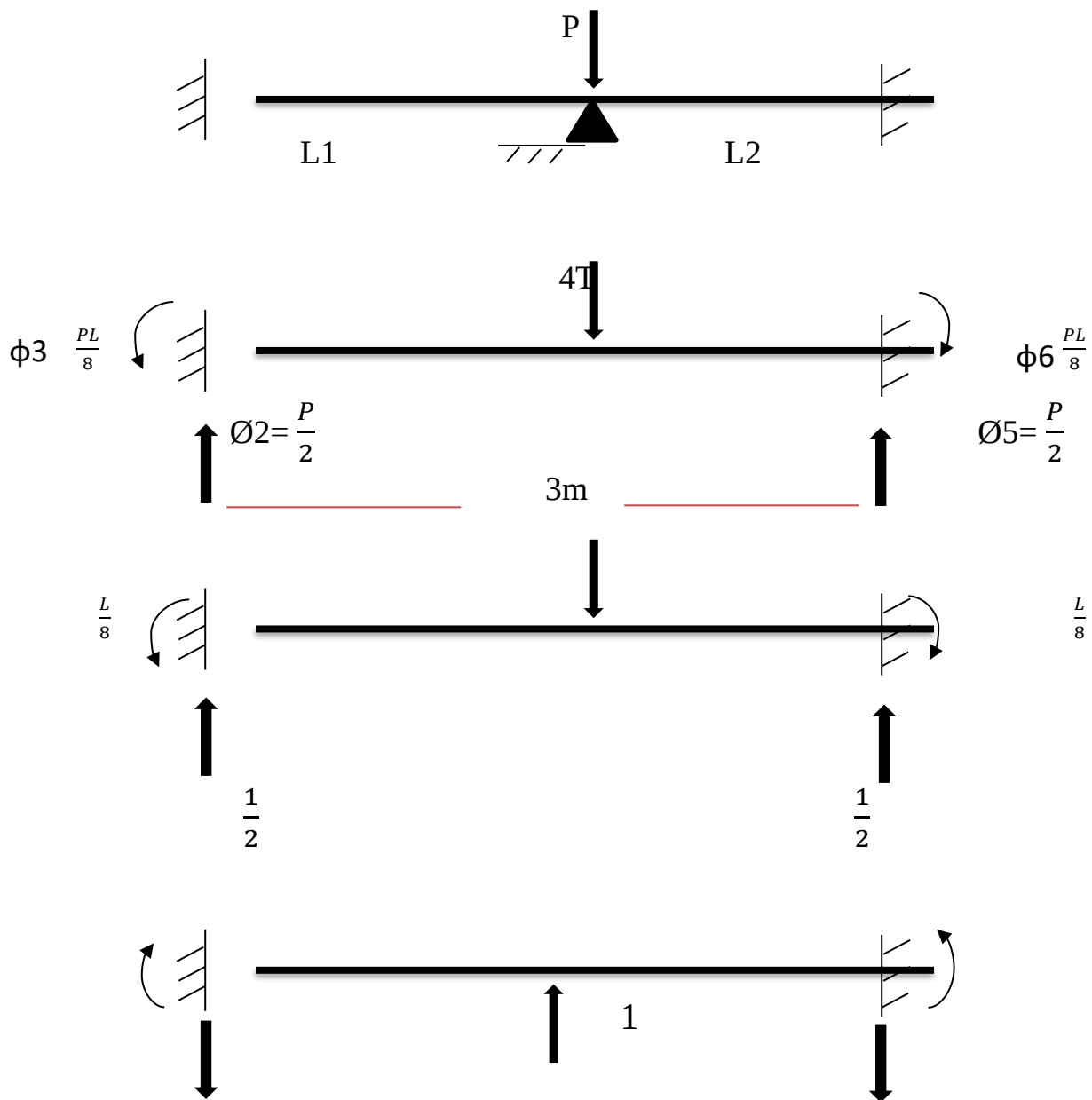
$$V(4) = -9000\text{Kgf}$$

$$M(4) = 0$$

Diagrama de cortante y momento



3.7. Ejercicio 7



Datos

$P = 4 \text{ TN}$

$L = 3m$

$a = b = 1.5 \text{ m}$

DIAGRAMAS DE MOMENTO

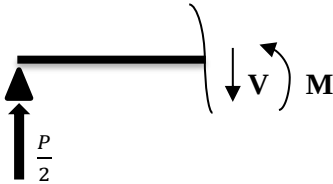
$$MP(x) = \begin{cases} \frac{P}{2}X & 0 \leq x \leq 1.5 \\ \frac{P}{2}X(3-X) & 1.5 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$P = 4$:

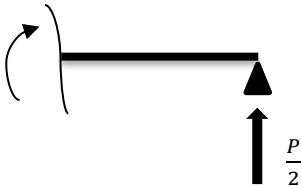
$$MP(x) = \begin{cases} 2X & 0 \leq x \leq 1.5 \\ 2(3-X) = 6-2x & 1.5 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$$m_A(x) = 1 - \frac{x}{3}, \quad m_B(x) = \frac{x}{3}$$

CORTES 1-1' $0 \leq X \leq 1.5$



$$M_{iz\phi} = \frac{PL}{8}(3) \quad 1.5 \leq X \leq 3$$



INTEGRALES

TRAMO: $0 \leq X \leq 1.5$

$$S_{11} = \frac{4}{EI} \int_0^{1.5} 2x \left(1 - \frac{PL}{8}\right) dx = 2 \int_0^{1.5} \left(x - \frac{x^2}{3}\right) dx$$

$$S_{11} = 2 \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{9} \right]_0^{1.5} = 2 \left(\frac{(1.5)^2}{2} - \frac{(1.5)^3}{9} \right) = 2 \left(\frac{2.25}{2} - \frac{3.375}{9} \right) = 2 (1.125 - 0.375) = 2 (0.75) = 1.5$$

TRAMO: $1.5 \leq X \leq 3$

$$S_{11} = \int_{1.5}^3 (6 - 2x) \left(1 - \frac{x}{3}\right) dx = \int_{1.5}^3 \left(6 - 2x - 2 + \frac{2x^2}{3}\right) dx = \int_{1.5}^3 \left(4 - 2x + \frac{2x^2}{3}\right) dx$$

$$S_{11} = \left[4x - x^2 + \frac{2x^3}{9}\right]_{1.5}^3 = \left[12 - 9 + \frac{54}{9}\right] - \left[6 - 2.25 + \frac{2(3.375)}{9}\right] = [12 - 9 + 6] - [6 - 2.25 + 0.75] = 9 - 4.5 = 4.5$$

$$S_{11} = 1.5 + 4.5 = 6$$

• **∂_{AA}**

$$\int_0^3 \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) dx = \int_0^3 \left(1 - \frac{2x}{3} + \frac{x^2}{9}\right) dx = \left[x - \frac{x^2}{3} + \frac{x^3}{27}\right]_0^3 = 3 - 3 + 1 = 1$$

• **∂_{AB}**

$$\int_0^3 \left(1 - \frac{x}{3}\right) \cdot \frac{x}{3} dx = \int_0^3 \left(\frac{x}{3} + \frac{x^2}{9}\right) dx = \left[\frac{x^2}{6} + \frac{x^3}{27}\right]_0^3 = \frac{9}{6} - \frac{27}{27} = 1.5 - 1 = 0.5$$

SISTEMA

$$\begin{cases} 6 + 1 \text{ MA} + 0.5 \text{ MB} = 0 \\ 6 + 0.5 \text{ MA} + 1 \text{ MB} = 0 \end{cases}$$

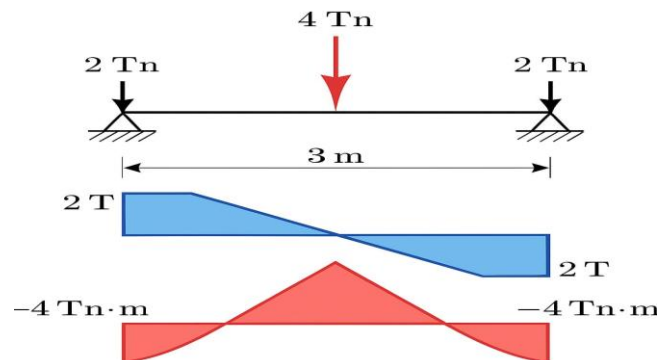
RESOLUCION

$$6 + 1 \text{ MA} + 0.5 \text{ MB} = 0$$

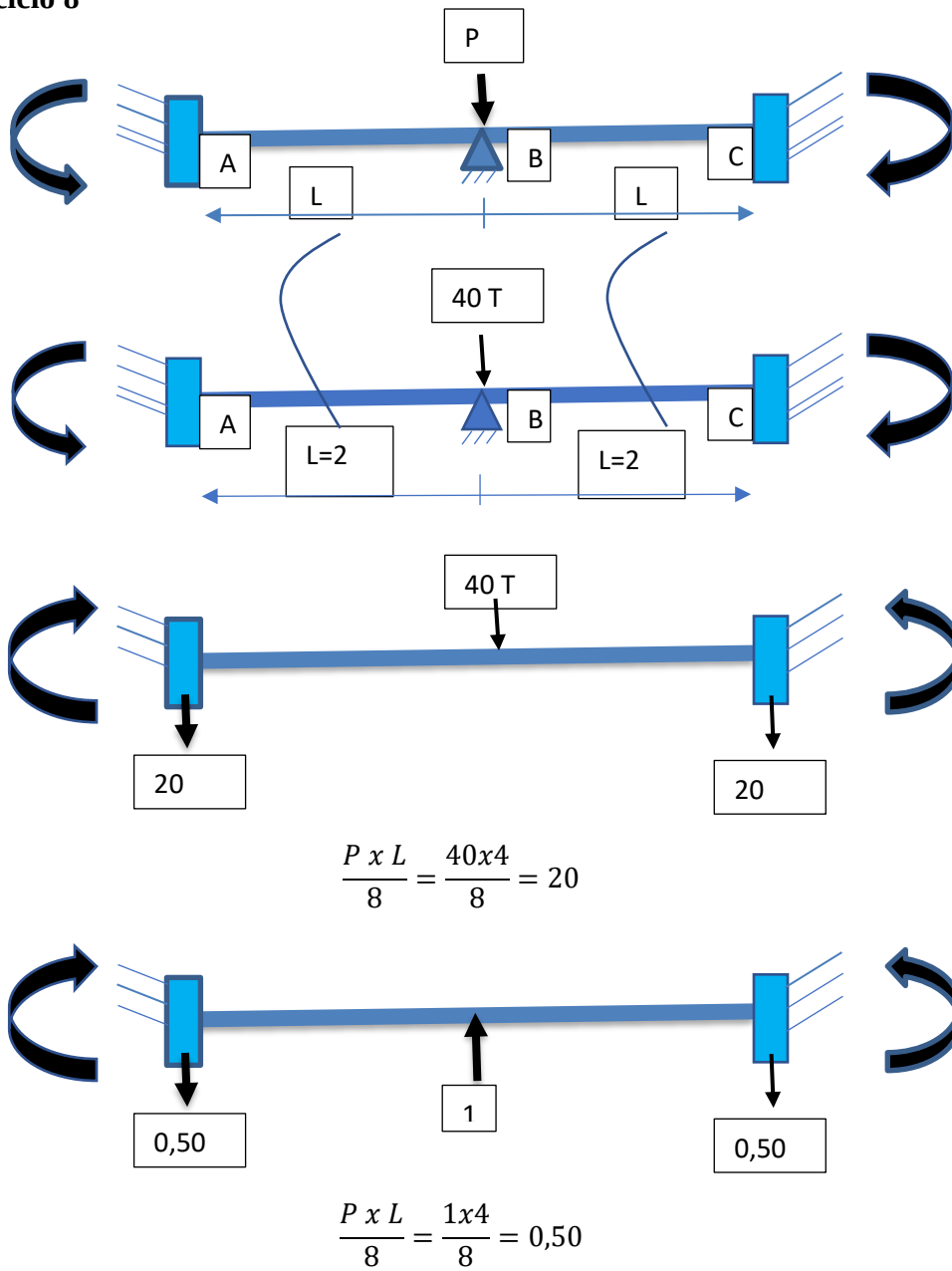
$$6 + 1 \text{ MA} + 0.5 \text{ MB} = 0 \longrightarrow \text{MB} = -4$$

$$6 + \text{MA} + 0.5(-4) = 0 \longrightarrow 6 + \text{MA} - 2 = 0 \longrightarrow \text{MA} = -4$$

DIAGRAMAS



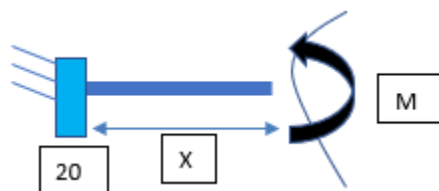
3.8. Ejercicio 8



Cortes

$$\sum M_{izq} = 0$$

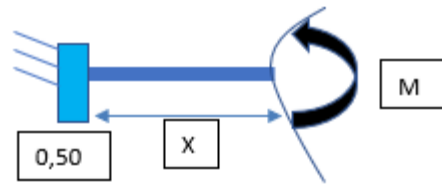
$$-20(x) + 40 + M = 0$$



$$M = 20x - 40$$

$$0,50(x) - 1 + M = 0$$

$$M = 1 - 0,50x$$



$$S_{II} = \frac{1}{E} \int_0^2 (20x - 40)(1 - 0,5x) dx$$

$$S_{II} = \frac{1}{E} \int_0^2 (-40 + 40x - 10x^2) dx$$

$$S_{II} = \frac{1}{E} \left[-40x + \frac{40x^2}{2} - \frac{10x^3}{3} \right]_0^2$$

$$S_{II} = \frac{-26,67}{EI} \times 2 = \frac{-55,33}{EI}$$

$$\Delta_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^2 (1 - 0,5x)(1 - 0,5x) dx$$

$$\Delta_{II} = \frac{1}{EI} \int_0^2 (1 - x + 0,25x^2) dx$$

$$\Delta_{II} = \frac{1}{EI} \left[x - \frac{x^2}{2} + \frac{0,25x^3}{3} \right]_0^2 dx$$

$$\Delta_{II} = 0,67 \times 2 = 1,34$$

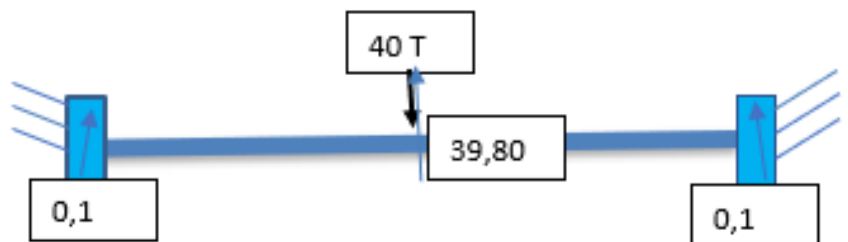
$$S_{II} + \Delta_{II} x_b = 0$$

$$\frac{-55,33}{EI} + x_b 1,34 = 0$$

$$x_b 1,34 = \frac{55,33}{EI}$$

$$x_b = \frac{55,33}{1,34} = 39,80$$

$$\frac{40 - 39,80}{2} = 0,1$$



CAPITULO 4

4. METODO DE RIGIDEZ - PRINCIPIOS ELASTICOS

Gery Marcillo, Fabián Torres, Jennifer Cantos, Andy Baque, Remache Perez.

4.1. Matriz De Rigidez

La matriz de rigidez es uno de los conceptos fundamentales en el análisis matricial de estructuras, método ampliamente utilizado en la ingeniería civil para estudiar el comportamiento de sistemas estructurales como vigas, pórticos y cerchas. Este método permite analizar estructuras complejas mediante procedimientos matemáticos sistemáticos que pueden ser implementados fácilmente en programas computacionales.

La matriz de rigidez establece la relación entre las fuerzas aplicadas en los nodos de una estructura y los desplazamientos que estas fuerzas producen, permitiendo determinar deformaciones, reacciones y esfuerzos internos en cada elemento estructural.

4.2. Propiedades De La Matriz De Rigidez

La matriz de rigidez presenta varias características importantes que facilitan el análisis estructural:

- **Es una matriz cuadrada:** el número de filas es igual al número de columnas, ya que cada grado de libertad tiene una ecuación asociada.
- **Es simétrica:** en la mayoría de los casos la matriz de rigidez es simétrica, porque el efecto de una fuerza aplicada en un punto produce desplazamientos relacionados de forma recíproca en la estructura.
- **Depende de las propiedades del elemento:** los valores de la matriz dependen de características físicas y geométricas como: módulo de elasticidad, área de la sección transversal, momento de inercia, longitud del elemento.
- **Es positiva definida:** esto significa que la estructura siempre ofrece resistencia frente a las deformaciones.
- **Matriz de rigidez de un elemento estructural:** cada elemento estructural (viga, barra o columna) tiene su propia matriz de rigidez local, la cual describe su comportamiento individual.

Una vez obtenidas las matrices de rigidez de cada elemento, se realiza el proceso de ensamblaje para formar la matriz de rigidez global de la estructura. Este procedimiento consiste en combinar las matrices de todos los elementos considerando la conectividad entre nodos. La matriz global describe el comportamiento de toda la estructura y permite calcular los desplazamientos en cada nodo.

Después de obtener la matriz global se aplican:

- Condiciones de apoyo o restricciones.
- Cargas externas.
- Resolución del sistema de ecuaciones.
- De esta manera se obtienen los desplazamientos nodales, a partir de los cuales se determinan esfuerzos internos, reacciones y diagramas estructurales.

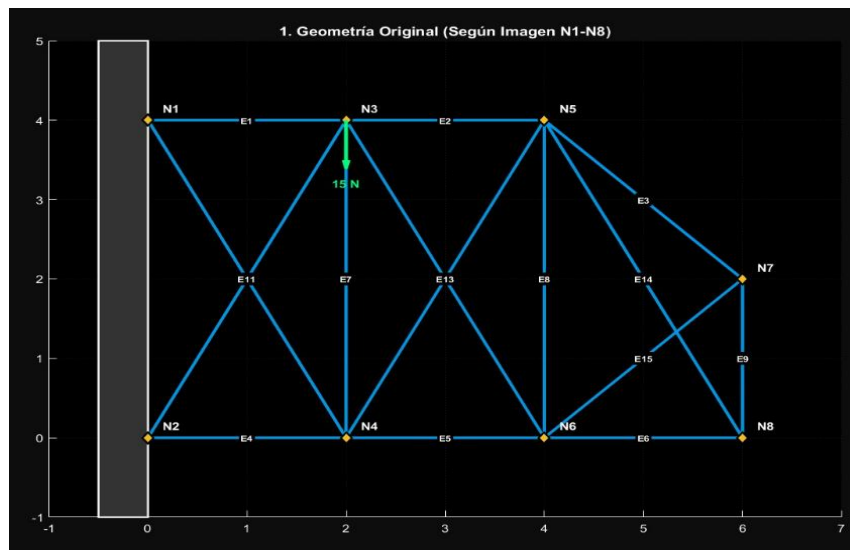
4.3. Ejercicios De Aplicación

4.3.1. Ejercicio 2: Cercha de 15 elementos

Se requiere realizar el análisis estructural de una armadura plana de acero (o material con rigidez axial constante) compuesta por 15 elementos y 8 nudos, la cual se encuentra empotrada en una pared vertical en su extremo izquierdo.

Calcular:

- Matrices de Rigidez
- Desplazamientos
- Reacciones
- Esfuerzos Internos
- Deformada



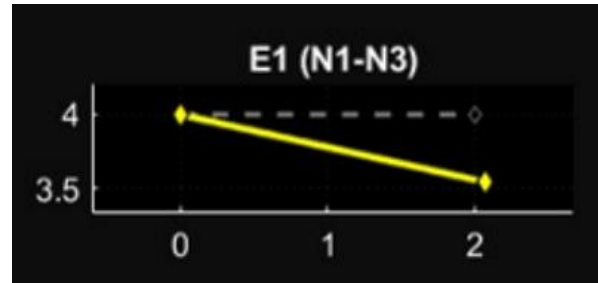
1) Memoria de cálculo: matrices locales de los 15 elementos

ELEMENTO E1 (Nudo N1 -> Nudo N3)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 0.00°
- $EA/L = 157500.00 \text{ kN/m}$
- GDL Globales: [1, 2, 5, 6]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

157500	0	-157500	0
0	0	0	0
-157500	0	157500	0
0	0	0	0

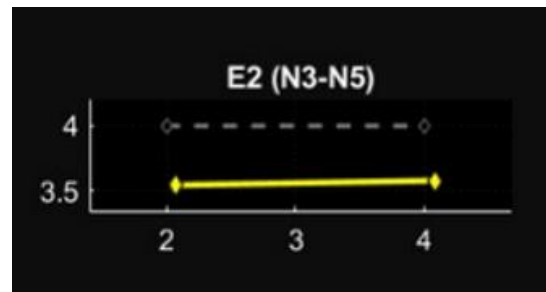


ELEMENTO E2 (Nudo N3 -> Nudo N5)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 0.00°
- EA/L = 157500.00 kN/m
- GDL Globales: [5, 6, 9, 10]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

157500	0	-157500	0
0	0	0	0
-157500	0	157500	0
0	0	0	0

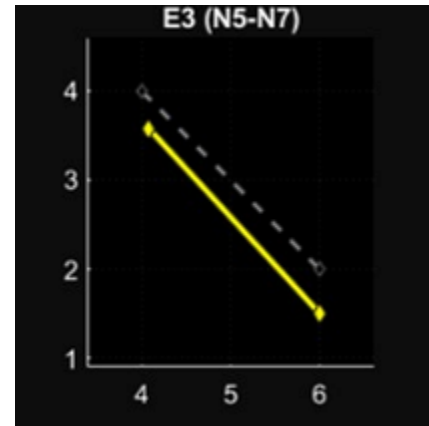


ELEMENTO E3 (Nudo N5 -> Nudo N7)

- Longitud = 2.828 m
- Ángulo = 315.00°
- EA/L = 111369.32 kN/m
- GDL Globales: [9, 10, 13, 14]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

5.5685	-5.5685	-5.5685	5.5685
-5.5685	5.5685	5.5685	-5.5685
-5.5685	5.5685	5.5685	-5.5685
5.5685	-5.5685	-5.5685	5.5685

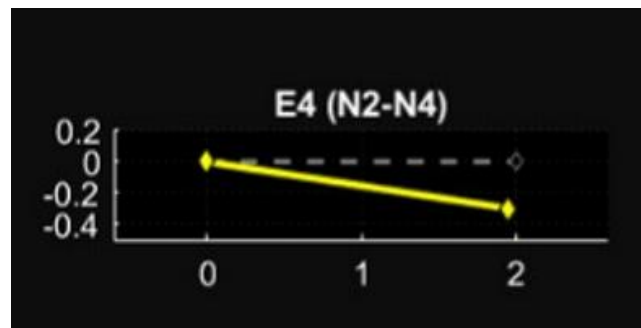


ELEMENTO E4 (Nudo N2 -> Nudo N4)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 0.00°
- EA/L = 157500.00 kN/m
- GDL Globales: [3, 4, 7, 8]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

157500	0	-157500	0
0	0	0	0
-157500	0	157500	0
0	0	0	0

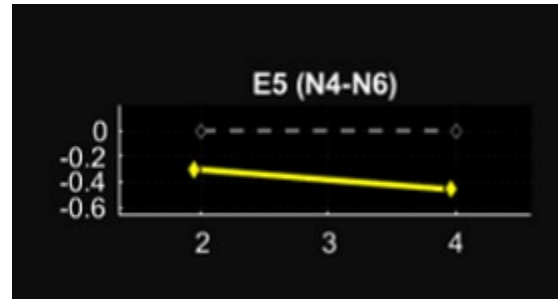


ELEMENTO E5 (Nudo N4 -> Nudo N6)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 0.00°
- EA/L = 157500.00 kN/m
- GDL Globales: [7, 8, 11, 12]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

157500	0	-157500	0
0	0	0	0
-157500	0	157500	0
0	0	0	0

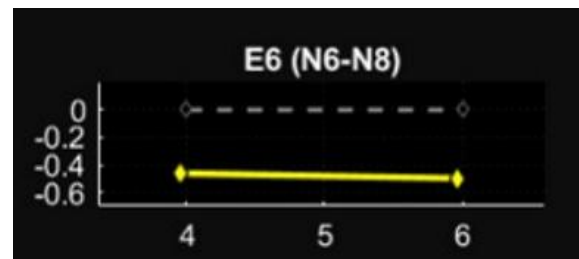


ELEMENTO E6 (Nudo N6 -> Nudo N8)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 0.00°
- EA/L = 157500.00 kN/m
- GDL Globales: [11, 12, 15, 16]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

157500	0	-157500	0
0	0	0	0
-157500	0	157500	0
0	0	0	0



ELEMENTO E7 (Nudo N3 -> Nudo N4)

- Longitud = 4.000 m
- Ángulo = 270.00°
- EA/L = 78750.00 kN/m
- GDL Globales: [5, 6, 7, 8]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

0	0	0	0
0	78750	0	-78750
0	0	0	0
0	-78750	0	78750

ELEMENTO E8 (Nudo N5 -> Nudo N6)

- Longitud = 4.000 m
- Ángulo = 270.00°
- EA/L = 78750.00 kN/m
- GDL Globales: [9, 10, 11, 12]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

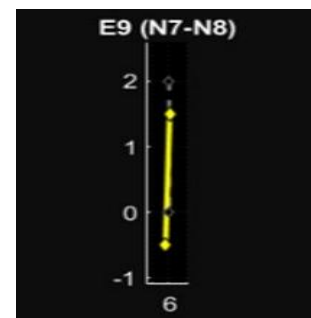
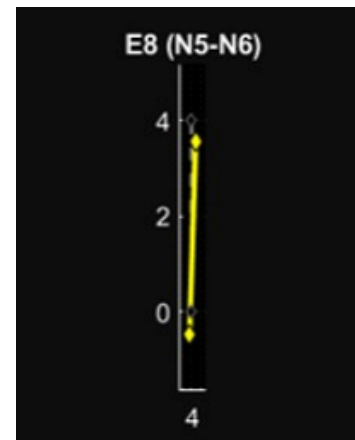
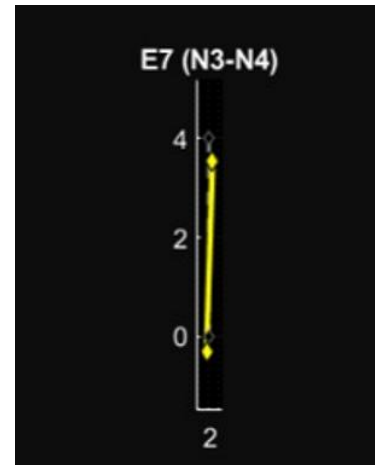
0	0	0	0
0	78750	0	-78750
0	0	0	0
0	-78750	0	78750

ELEMENTO E9 (Nudo N7 -> Nudo N8)

- Longitud = 2.000 m
- Ángulo = 270.00°
- EA/L = 157500.00 kN/m
- GDL Globales: [13, 14, 15, 16]
-

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

0	0	0	0
0	157500	0	-157500
0	0	0	0
0	-157500	0	157500

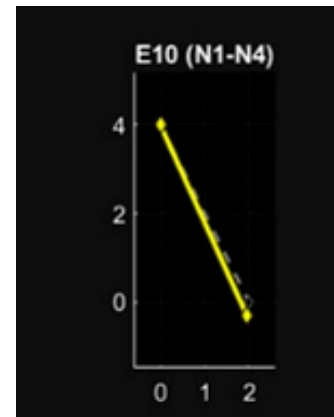


ELEMENTO E10 (Nudo N1 -> Nudo N4)

- Longitud = 4.472 m
- Ángulo = 296.57°
- EA/L = 70436.14 kN/m
- GDL Globales: [1, 2, 7, 8]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

1.4087	-2.8174	-1.4087	2.8174
-2.8174	5.6349	2.8174	-5.6349
-1.4087	2.8174	1.4087	-2.8174
2.8174	-5.6349	-2.8174	5.6349

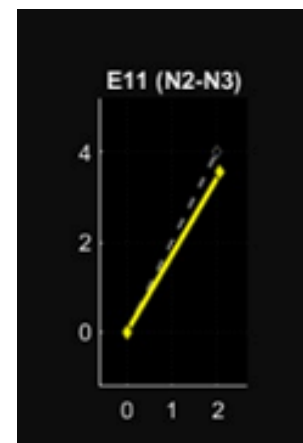


ELEMENTO E11 (Nudo N2 -> Nudo N3)

- Longitud = 4.472 m
- Ángulo = 63.43°
- EA/L = 70436.14 kN/m
- GDL Globales: [3, 4, 5, 6]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

1.4087	2.8174	-1.4087	-2.8174
2.8174	5.6349	-2.8174	-5.6349
-1.4087	-2.8174	1.4087	2.8174
-2.8174	-5.6349	2.8174	5.6349



ELEMENTO E12 (Nudo N3 -> Nudo N6)

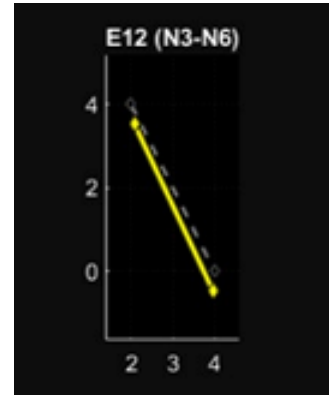
- Longitud = 4.472 m
- Ángulo = 296.57°
- EA/L = 70436.14 kN/m
- GDL Globales: [5, 6, 11, 12]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

1.4087	-2.8174	-1.4087	2.8174
-2.8174	5.6349	2.8174	-5.6349
-1.4087	2.8174	1.4087	-2.8174
2.8174	-5.6349	-2.8174	5.6349

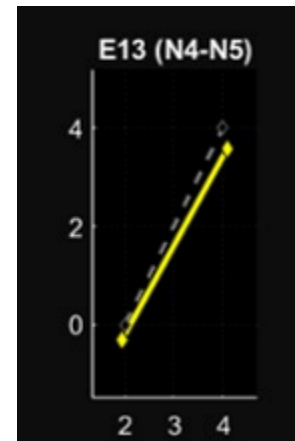
ELEMENTO E12 (Nudo N3 -> Nudo N6)

- Longitud = 4.472 m
- Ángulo = 63.43°
- EA/L = 70436.14 kN/m
- GDL Globales: [7, 8, 9, 10]



Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

1.4087	2.8174	-1.4087	-2.8174
2.8174	5.6349	-2.8174	-5.6349
-1.4087	-2.8174	1.4087	2.8174
-2.8174	-5.6349	2.8174	5.6349



ELEMENTO E14 (Nudo N5 -> Nudo N8)

- Longitud = 4.472 m
- Ángulo = 296.57°
- EA/L = 70436.14 kN/m
- GDL Globales: [9, 10, 15, 16]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

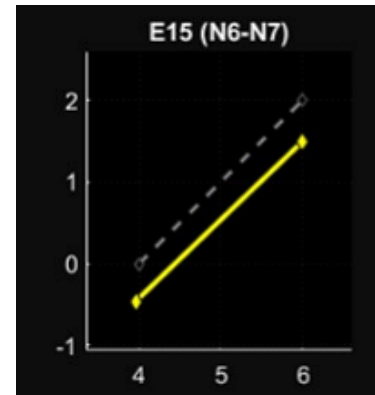
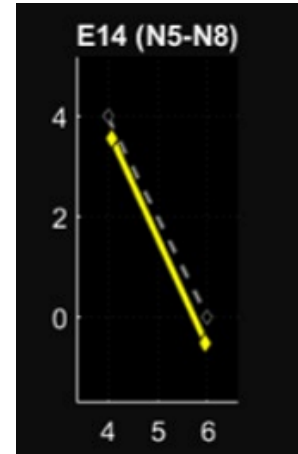
1.4087	-2.8174	-1.4087	2.8174
-2.8174	5.6349	2.8174	-5.6349
-1.4087	2.8174	1.4087	-2.8174
2.8174	-5.6349	-2.8174	5.6349

ELEMENTO E15 (Nudo N6 -> Nudo N7)

- Longitud = 2.828 m
- Ángulo = 45.00°
- EA/L = 111369.32 kN/m
- GDL Globales: [11, 12, 13, 14]

Matriz de Rigidez Local [k] (4x4):

5.5685	5.5685	-5.5685	-5.5685
5.5685	5.5685	-5.5685	-5.5685
-5.5685	-5.5685	5.5685	5.5685
-5.5685	-5.5685	5.5685	5.568



4.3.1.1. Matriz de rigidez global ensamblada [K] (16 x 16).

171587.2	-28174.5	0.0	0.0	-157500.0	0.0	-14087.2	28174.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-28174.5	56348.9	0.0	0.0	0.0	0.0	28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	171587.2	28174.5	-14087.2	-28174.5	-157500.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	28174.5	56348.9	-28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-157500.0	0.0	-14087.2	-28174.5	343174.5	0.0	0.0	0.0	-157500.0	0.0	-14087.2	28174.5	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-28174.5	-56348.9	0.0	191447.8	0.0	-78750.0	0.0	0.0	28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	0.0
-14087.2	28174.5	-157500.0	0.0	0.0	0.0	343174.5	0.0	-14087.2	-28174.5	-157500.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	-78750.0	0.0	191447.8	-28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	-157500.0	0.0	-14087.2	-28174.5	241359.1	-55684.7	0.0	0.0	-55684.7	55684.7	-14087.2	28174.5
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-28174.5	-56348.9	-55684.7	247132.5	0.0	-78750.0	55684.7	-55684.7	28174.5	-56348.9
0.0	0.0	0.0	0.0	-14087.2	28174.5	-157500.0	0.0	0.0	0.0	384771.9	27510.2	-55684.7	-55684.7	-157500.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	-78750.0	27510.2	190783.6	-55684.7	-55684.7	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-55684.7	55684.7	-55684.7	-55684.7	111369.3	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	55684.7	-55684.7	-55684.7	-55684.7	0.0	268869.3	0.0	-157500.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-14087.2	28174.5	-157500.0	0.0	0.0	0.0	171587.2	-28174.5
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	28174.5	-56348.9	0.0	0.0	0.0	-157500.0	-28174.5	213848.9

4.3.1.2. Matriz de rigidez global ensamblada [K] (16 x 16) para sacar la inercia

171587.2	-28174.5	0	0	-157500	0	-14087.2	28174.5	0	0	0	0	0	0	0	0
-28174.5	56348.9	0	0	0	0	28174.5	-56348.9	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	171587.2	28174.5	-14087.2	-28174.5	-157500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	28174.5	56348.9	-28174.5	-56348.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-157500	0	-14087.2	-28174.5	343174.5	0	0	0	-157500	0	-14087.2	28174.5	0	0	0	0
0	0	-28174.5	-56348.9	0	191447.8	0	-78750	0	0	28174.5	-56348.9	0	0	0	0
-14087.2	28174.5	-157500	0	0	0	343174.5	0	-14087.2	-28174.5	-157500	0	0	0	0	0
28174.5	-56348.9	0	0	0	-78750	0	191447.8	-28174.5	-56348.9	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-157500	0	-14087.2	-28174.5	241359.1	-55684.7	0	0	-55684.7	55684.7	-14087.2	28174.5
0	0	0	0	0	0	-28174.5	-56348.9	-55684.7	247132.5	0	-78750	55684.7	-55684.7	28174.5	-56348.9
0	0	0	0	-14087.2	28174.5	-157500	0	0	0	384771.9	27510.2	-55684.7	-55684.7	-157500	0
0	0	0	0	28174.5	-56348.9	0	0	0	-78750	27510.2	190783.6	-55684.7	-55684.7	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-55684.7	55684.7	-55684.7	-55684.7	111369.3	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	55684.7	-55684.7	-55684.7	-55684.7	0	268869.3	0	-157500
0	0	0	0	0	0	0	0	-14087.2	28174.5	-157500	0	0	0	171587.2	-28174.5
0	0	0	0	0	0	0	0	28174.5	-56348.9	0	0	0	-157500	-28174.5	213848.9
KAA	KAB	KBB	KAB												

Se pone descompone dentro del MATLAB la siguiente fórmula para encontrar la rigidez lateral

$$K_L = [K_{aa}] - [K_{ab}] \cdot [K_{bb}]^{-1} \cdot [K_{ba}]$$

4.3.1.3. Resultados Finales

- Desplazamientos Por Nudo (Mm)

Nudo N1: $U_x = 0.00000000$ mm, $U_y = 0.00000000$ mm

Nudo N2: $U_x = 0.00000000$ mm, $U_y = 0.00000000$ mm

Nudo N3: $U_x = 0.02875560$ mm, $U_y = -0.17512652$ mm

Nudo N4: $U_x = -0.01886344$ mm, $U_y = -0.11488157$ mm

Nudo N5: $U_x = 0.03255781$ mm, $U_y = -0.16184719$ mm

Nudo N6: $U_x = -0.01506124$ mm, $U_y = -0.17577995$ mm

Nudo N7: $U_x = 0.00178190$ mm, $U_y = -0.19081847$ mm

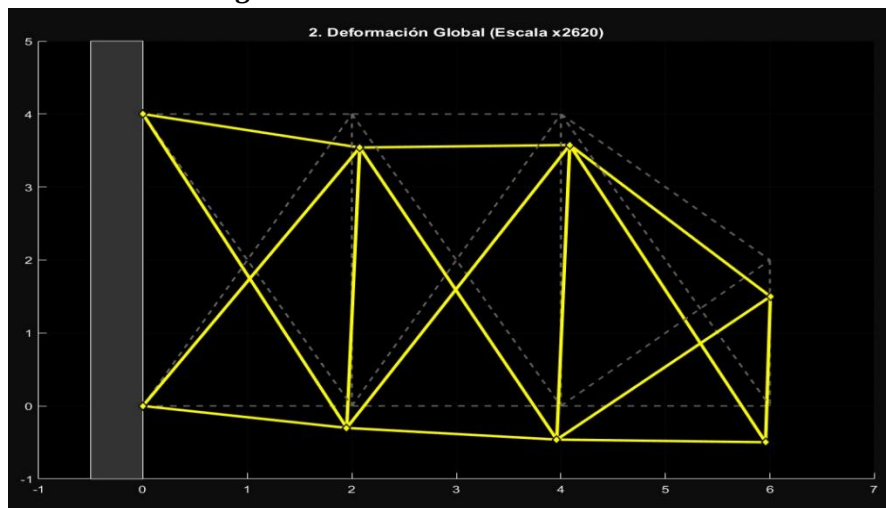
Nudo N8: $U_x = -0.01569927$ mm, $U_y = -0.18954242$ mm

- Reacciones En El Muro (N)

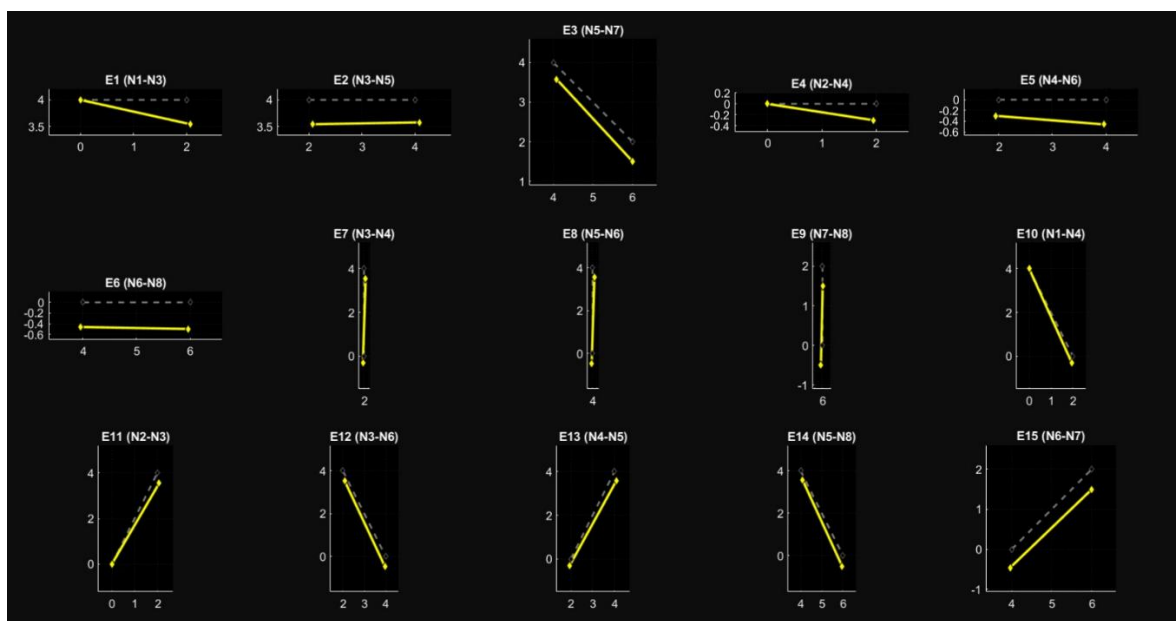
Nudo N1 (Apoyo Sup) : $R_{1x} = -7.50$ N | $R_{1y} = 5.94$ N

Nudo N2 (Apoyo Inf) : $R_{2x} = 7.50$ N | $R_{2y} = 9.06$ N

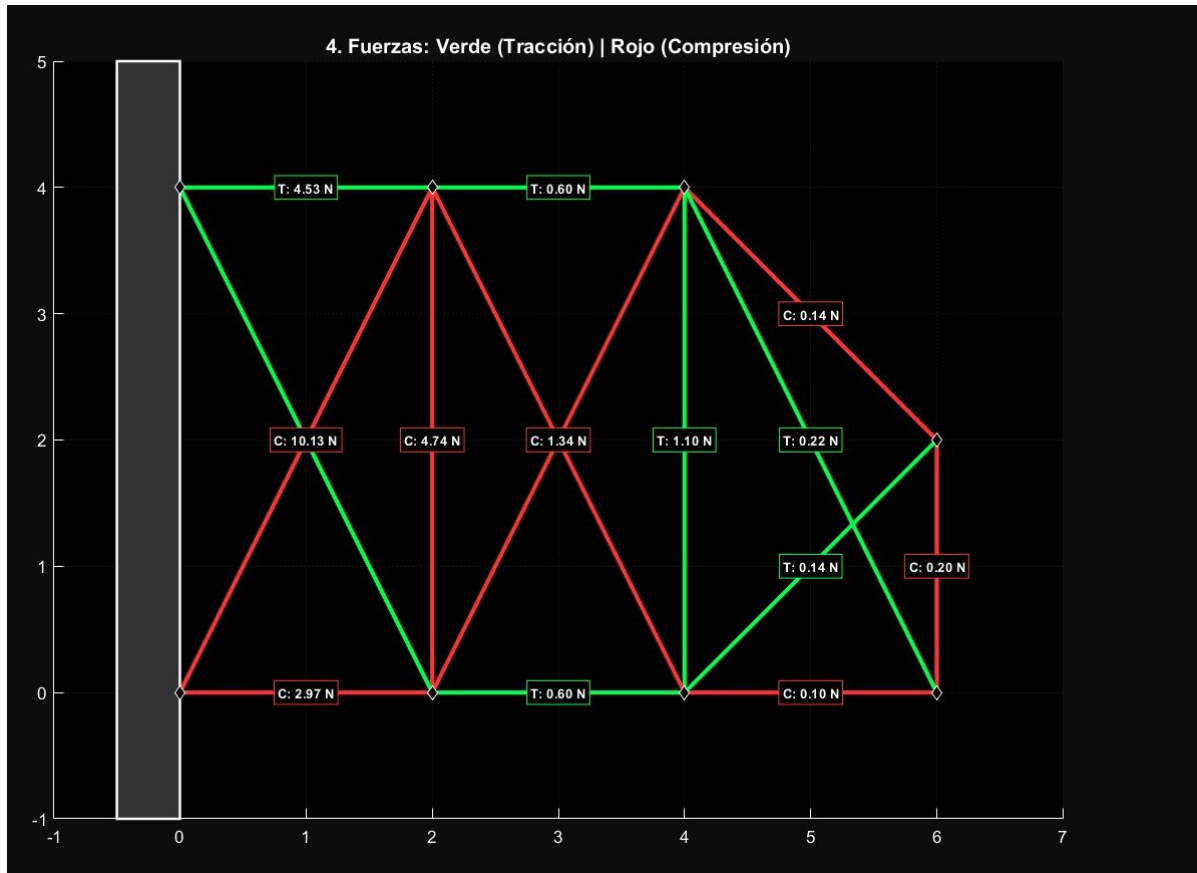
4.3.1.4. Deformaciones globales.



4.3.1.5. Deformaciones Por Elementos.

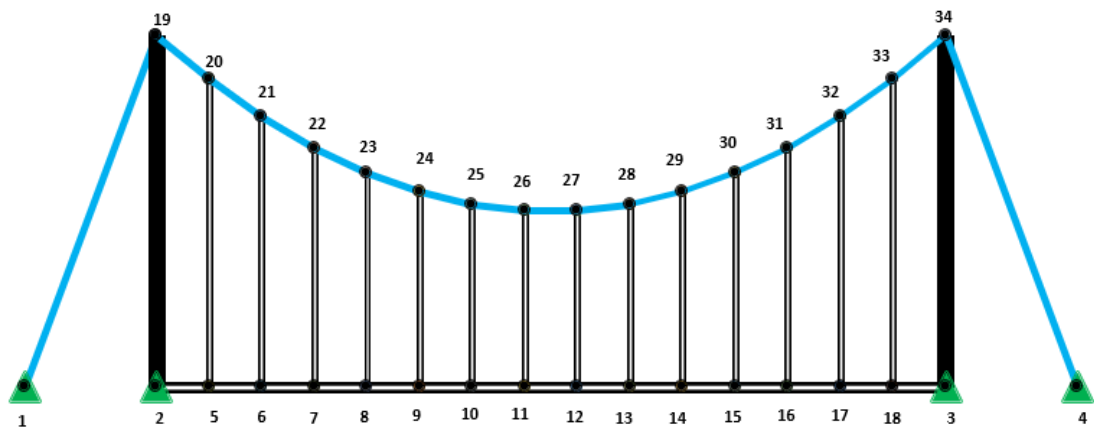


4.3.1.6. Donde se encuentra la tracción y la compresión.



4.4. Diseño Geométrico Del Puente Colgante

4.4.1. Objetivo del diseño geométrico



El diseño geométrico tiene como objetivo definir la forma, dimensiones y disposición de los elementos principales del puente, de modo que se garantice:

- Estabilidad estructural.
- Adecuada distribución de cargas.
- Seguridad para los usuarios.

En este caso se diseña un puente colgante de luz corta (15 m), típico para pasos peatonales o caminos rurales.

4.4.2. Definición de parámetros iniciales del puente

El primer paso consiste en establecer los datos básicos del puente, los cuales determinan toda la geometría de la estructura.

Entre los principales parámetros se encuentran:

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Longitud del puente	L	15.00	m
Altura de torre	H	3.00	m
Flecha del cable	Y	1.50	m
Ancho del tablero	B	1.00	m
Separación entre colgantes	sep	1.00	m
Carga muerta	Cm	0.05	t/m ²
Carga viva	Cv	0.50	t/m ²
Carga total	Cu	0.86	t/m ²

▪ Longitud del puente (L)

Es la distancia horizontal entre apoyos principales. En este caso: L = 15 m

Esta longitud corresponde a la luz del puente, es decir, el tramo que debe salvar el puente sobre el río o quebrada.

▪ Flecha del cable (y)

La flecha es la distancia vertical entre el punto más bajo del cable principal y los apoyos del cable.

Este parámetro es fundamental porque:

- Controla la forma de la catenaria del cable.
- Influye en las fuerzas de tensión.
- Generalmente se adopta una relación aproximada:

$$y = \frac{L}{10} \text{ a } \frac{L}{12}$$

Esto permite evitar tensiones excesivas en los cables.

▪ Altura de torres (H)

La altura de las torres o soportes depende de:

- La flecha del cable.
- La altura libre requerida.
- El sistema de suspensión.

Las torres permiten anclar y sostener los cables principales.

▪ Ancho del tablero (B)

El ancho del puente corresponde al espacio disponible para el paso de peatones o vehículos livianos.

Este valor define:

- La separación entre cables laterales.
- El número de vigas transversales.

▪ Separación entre colgantes

Los colgantes son los elementos verticales que conectan el cable principal con el tablero. Su separación se define considerando:

- Estabilidad del tablero
- Distribución uniforme de cargas
- Generalmente se colocan cada 1 a 2 metros.

4.4.3. Definición de la geometría del cable principal

Una vez establecidos los parámetros básicos, se procede a definir la forma del cable principal. En un puente colgante, el cable adopta aproximadamente la forma de una parábola cuando la carga es uniforme.

La ecuación general utilizada es:

$$y = \frac{4f}{L^2}x(L - x)$$

donde:

- f = flecha del cable
- L = luz del puente
- x = distancia horizontal desde el apoyo

Con esta ecuación se puede determinar:

- La altura del cable en cada punto
- La posición de los colgantes
- Esto permite construir la geometría completa del sistema de suspensión.

4.4.4. Ubicación de los nudos estructurales

Posteriormente se procede a dividir el puente en nudos o puntos estructurales. Estos nudos representan:

- Puntos donde se conectan elementos
- Puntos donde se aplican cargas
- Puntos donde se calculan desplazamientos

Por ejemplo:

- Nudos del cable
- Nudos del tablero
- Nudos de los colgantes

Cada nudo tiene coordenadas geométricas (x , y) dentro del sistema estructural.

Estas coordenadas son necesarias para el análisis estructural posterior.

4.5. Cálculo estructural del puente colgante (Archivo: Puente colgante – cálculos)

Una vez definida la geometría del puente, el siguiente paso es realizar el análisis estructural. Este análisis permite determinar:

- Desplazamientos
- Fuerzas internas

- Tensiones en los cables y barras
- Para ello se utilizó el método de la matriz de rigidez.

4.5.1. Columna principal

Fm=2.1; factor de mayoración

$$Pu = \frac{L * B * Cu}{4} * Fm$$

$$Pu = \frac{15m * 1m * 0.86 \frac{tn}{m^2}}{4} * 2.1$$

Pu = 6.77 Tn; carga ultima a la que esta sometida la columna

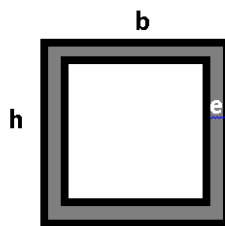
Área del tubo

Datos:

b=10cm

h=10cm

e=0.3cm



$$A = (b * h) - (b - 2e)(h - 2e) = (10 * 10) - (10 - 2(0.3))(10 - 2(0.3))$$

$$A = 11.64 \text{ cm}^2$$

Inercias

$$I_x = \frac{b * h^3}{12} - \frac{(b - 2e) * (b - 2e)^3}{12}$$

$$I_x = \frac{10 * 10^3}{12} - \frac{(10 - 2(0.3)) * (10 - 2(0.3))^3}{12}$$

$$I_x = 182.71 \text{ cm}^4 = I_y$$

Radio de giro

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$r_x = \sqrt{\frac{182.71 \text{ cm}^4}{11.64 \text{ cm}^2}}$$

$$r_x = 3.96 \text{ cm}$$

Esbeltez

$$Esb_x = \frac{kl}{r_x}$$

$$Esb_y = \frac{kl}{r_y}$$

Donde:

K= 1 (constante)

L= altura de columna

$$Esb_x = \frac{1 * 300cm}{3.96 cm}$$

$$Esb_x = 75.72 = Esb_y$$

Esfuerzo de Euler

$$Fe_x = \frac{\pi^2 * E}{Esb_x^2}$$

$$Fe_x = \frac{\pi^2 * \left(2100000 \frac{kg}{cm^2}\right)}{(75.72)^2}$$

$$Fe_x = 3614.81 \frac{kg}{cm^2}$$

$$Fe_y = 3614.81 \frac{kg}{cm^2}$$

Capacidad resistente

$$Pr_x = si \left(Esb_x < 4.71 \sqrt{\frac{E}{fy}}; entonces usar; 0.658 \left(\frac{fy}{Fe_x} \right) * fy * 0.9 * \frac{As}{1000} \right)$$

$$si no cumple entonces usar \left(0.877 * Fe_x * 0.9 * \frac{As}{1000} \right)$$

$$4.71 \sqrt{\frac{E}{fy}} = 4.71 \sqrt{\frac{2100000 \frac{kg}{cm^2}}{2530 \frac{kg}{cm^2}}} = 135.70$$

$$75.72 < 135.70 \text{ entonces;}$$

$$Pr_x = 0.658 \left(\frac{fy}{Fe_x} \right) * fy * 0.9 * \frac{As}{1000}$$

$$Pr_x = 0.658 \left(\frac{2530}{3614.81} \right) * 2530 * 0.9 * \frac{11.64}{1000}$$

$$Pr_x = 19.77 Tn$$

$$Pr_y = 19.77 \text{ Tn}$$

$$Pu < Pr_y ; OK$$

Las dimensiones iniciales resisten la carga actuante

4.5.2. Péndolas

$$Pi = \frac{L * B(ANCHO) * Cu(CARGA \acute{U}LTIMA)}{Num.}$$

$$Pi = \frac{15m * 1m * 0.86 \frac{Tn}{m^2}}{32}$$

$$Pi = 0.41 \text{ Tn}$$

Toda estructura metálica que trabaja a tensión se utiliza la siguiente expresión para calcula el área requerida:

$$As = Pi * \frac{1000}{0.9 * Fy}$$

$$As = 0.41 * \frac{1000}{0.9 * 4200}$$

$$As = 0.11 \text{ cm}^2$$

$$fi = \sqrt{\frac{As * 400}{\pi}}$$

Diámetro de acero a utilizar:

$$fi = \sqrt{\frac{0.11 * 400}{\pi}} = 3.74 \approx 4mm$$

4.5.3. Tubo de piso

Peso a soportar del tubo:

$$Wr = \frac{l * B * Cu}{2}$$

$$Wr = \frac{1m * 1m * 0.86 \frac{Tn}{m^2}}{2}$$

$$Wr = 0.43 \frac{Tn}{m}$$

Momento ultimo:

$$Mu = \frac{Wr * l^2}{9}$$

$$Mu = \frac{0.43 \frac{Tn}{m} * (1m)^2}{9}$$

$$Mu = 0.05 Tn - m$$

El acero del tubo es un A36 (KSI), tiene una densidad de 7860kg/m3

$$fy = \frac{36 * 1000}{14.23} = 2530 \frac{kg}{cm^2}$$

Módulo de sección del tubo a usar:

$$S_x = Mu * \frac{100000}{0.8 * fy}$$

$$S_x = 0.05 * \frac{100000}{0.8 * 2530}$$

$$S_x = 2.36 cm^3$$

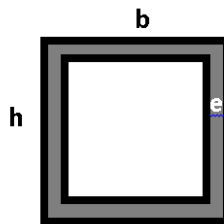
Área del tubo

Datos:

b=4cm

h=4cm

e=0.2cm



$$A = (b * h) - (b - 2e)(h - 2e) = (4 * 4) - (4 - 2(0.2))(4 - 2(0.2))$$

$$A = 3.04 cm^2$$

Módulo de sección del tubo

$$S_x = \frac{2}{h} \left(\frac{b * h^3}{12} - \frac{(b - 2e) * (b - 2e)^3}{12} \right)$$

$$S_x = \frac{2}{4} \left(\frac{4 * 4^3}{12} - \frac{(4 - 2(0.2)) * (4 - 2(0.2))^3}{12} \right)$$

$$S_x = 3.67 cm^3; ok$$

4.5.4. Cordón o Cable Principal

Pi=6.77 Tn; para el caso de este ejercicio tomaremos 10 Tn con fines didácticos.

$$As = Pi * \frac{1000}{0.9 * Fy}$$

$$As = 10 * \frac{1000}{0.9 * 4200}$$

$$As = 2.65 \text{ cm}^2$$

$$fi = \sqrt{\frac{As * 400}{\pi}}$$

Diámetro de acero a utilizar:

$$fi = \sqrt{\frac{2.65 * 400}{\pi}} = 18.36 \text{ mm} \approx 19 \text{ mm}$$

4.6. Ubicación de los nudos estructurales

Posteriormente se procede a dividir el puente en nudos o puntos estructurales.

Estos nudos representan:

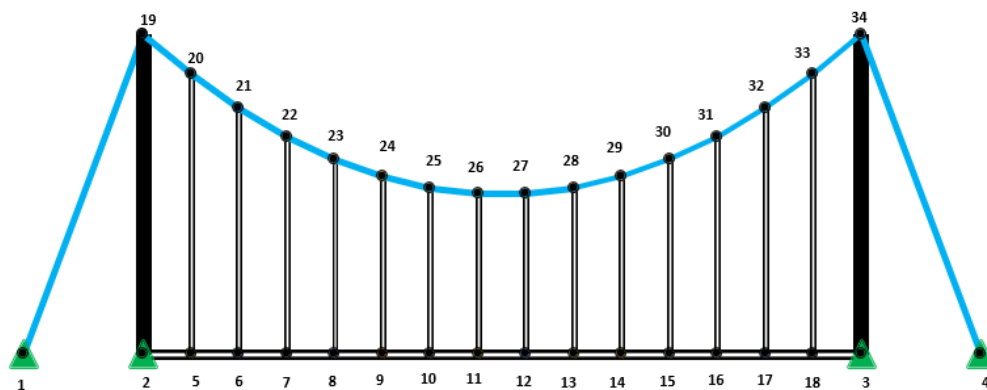
- Puntos donde se conectan elementos
- Puntos donde se aplican cargas
- Puntos donde se calculan desplazamientos

Por ejemplo:

- Nudos del cable
- Nudos del tablero
- Nudos de los colgantes

Cada nudo tiene coordenadas geométricas (x, y) dentro del sistema estructural.

Estas coordenadas son necesarias para el análisis estructural posterior.



Datos de los Nudos						
n	Coordenadas		Fuerzas Concentradas		Apoyos	
	X (m)	Y (m)	F_x (t)	F_y (t)	x	y
1	0.000	0.000			0.000	0.000
2	2.500	0.000			2.500	0.000
3	17.500	0.000			17.500	0.000
4	20.000	0.000			20.000	0.000
5	3.500	0.000				
6	4.500	0.000				
7	5.500	0.000				
8	6.500	0.000				
9	7.500	0.000				
10	8.500	0.000				
11	9.500	0.000				
12	10.500	0.000				
13	11.500	0.000				
14	12.500	0.000				
15	13.500	0.000				
16	14.500	0.000				
17	15.500	0.000				
18	16.500	0.000				
19	2.500	3.000				
20	3.500	2.630		-0.410		
21	4.500	2.310		-0.410		
22	5.500	2.040		-0.410		
23	6.500	1.830		-0.410		
24	7.500	1.670		-0.410		
25	8.500	1.560		-0.410		
26	9.500	1.510		-0.410		
27	10.500	1.510		-0.410		
28	11.500	1.560		-0.410		
29	12.500	1.670		-0.410		
30	13.500	1.830		-0.410		
31	14.500	2.040		-0.410		
32	15.500	2.310		-0.410		
33	16.500	2.630		-0.410		
34	17.500	3.000				

4.7. Cálculo estructural del puente colgante

Una vez definida la geometría del puente, el siguiente paso es realizar el análisis estructural. Este análisis permite determinar:

- Desplazamientos
- Fuerzas internas
- Tensiones en los cables y barras

Para ello se utilizó el método de la matriz de rigidez.

4.7.1. Definición de los elementos estructurales

El puente se modela como un sistema de barras compuesto por:

- Cables principales
- Péndolas
- Elementos del tablero

Cada barra conecta dos nudos y tiene propiedades como:

- Longitud
- Área
- Módulo de elasticidad
- Dirección

4.7.2. Determinación de la longitud de los elementos

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Donde:

x_i, y_i = coordenadas del nodo inicial

x_j, y_j = coordenadas del nodo final

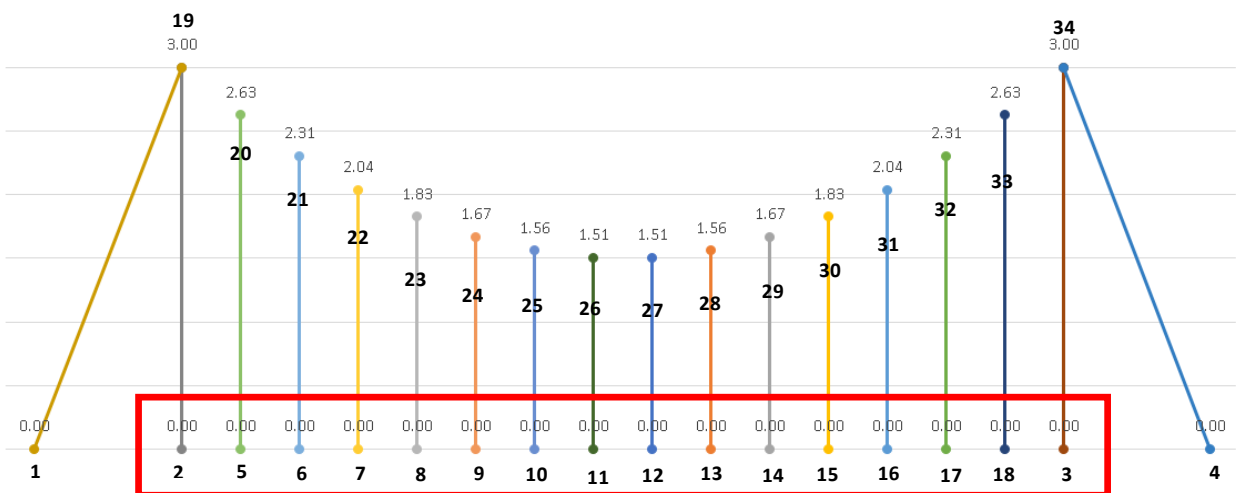
4.7.3. Matriz de rigidez local de cada elemento

La matriz de rigidez local de cada elemento queda expresada como:

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta & -\cos^2\theta & -(\sin\theta \cos\theta) \\ \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta & -(\sin\theta \cos\theta) & -\sin^2\theta \\ -\cos^2\theta & -(\sin\theta \cos\theta) & \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ -(\sin\theta \cos\theta) & -\sin^2\theta & \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

Barras Horizontales:

Primero se definen las coordenadas de los nudos del modelo (nudo 2 y nudo 5) a partir de la geometría del puente; con estas coordenadas se determina la longitud del elemento “L” y su orientación, obteniendo los cosenos directores.



Barra 2-5
Barra 5-6
Barra 6-7
Barra 7-8
Barra 8-9
Barra 9-10

Barra 14-15
Barra 15-16
Barra 16-17
Barra 17-18
Barra 18-3

Barra 10-11
Barra 11-12
Barra 12-13
Barra 13-14

BARRA HORIZONTAL 2-5

En este caso la barra es horizontal, por lo que $\cos\theta=1$ y $\sin\theta=0$. Luego se establecen las propiedades mecánicas del elemento, como el módulo de elasticidad $E=2\ 100\ 000\ \text{kg/cm}^2$ y el área transversal $A=3.04\ \text{cm}^2$ (previamente calculado). Con estos valores se calcula el factor de rigidez axial AE/L .

Finalmente, utilizando la formulación de elementos de armadura plana, se construye la matriz de rigidez local de 4×4, que relaciona los desplazamientos en las direcciones “x” y “y” de los nudos 2 y 5 con las fuerzas internas del elemento; debido a que la barra es horizontal, solo aparecen términos asociados a la dirección x, mientras que los términos en “y” son cero. Esta y las demás matrices posteriormente se utilizan para ensamblar la matriz de rigidez global de la estructura.

$$\theta = 0^\circ$$

$$\cos^2\theta = \cos^2(0^\circ) = 1$$

$$\sin^2\theta = \sin^2(0^\circ) = 0$$

$$\sin\theta * \cos\theta = \sin(0^\circ) * \cos(0^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100cm; A = 3.04cm^2$$

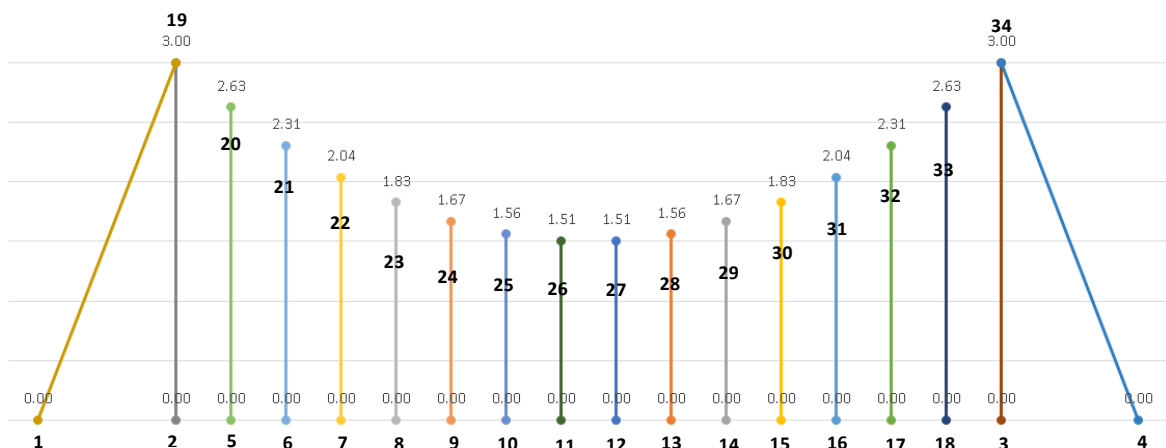
$$\frac{AE}{L} = \frac{(3.04cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100cm} = 63.84 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 2		NUDO 5			
RX	RY	RX	RY		
63.84	0	-63.84	0	RX	NUDO 2
0	0	0	0	RY	
-63.84	0	63.84	0	RX	NUDO 5
0	0	0	0	RY	

$$K_{2-5} = K_{5-6} = K_{6-7} = K_{7-8} = K_{8-9} = K_{9-10} = K_{10-11} = K_{11-12} = K_{12-13} = K_{13-14} \\ = K_{14-15} = K_{15-16} = K_{16-17} = K_{17-18} = K_{18-3}$$

Barras Verticales:

El procedimiento de cálculo es análogo al aplicado para la barra horizontal; sin embargo, en este caso el elemento presenta orientación vertical, por lo que el ángulo de inclinación respecto al eje global X es $\theta=90$. En consecuencia, sus cosenos directores toman los valores $\cos\theta=0$ y $\sin\theta=1$, lo que implica que la contribución de rigidez del elemento se desarrolla únicamente en la dirección vertical del sistema global.



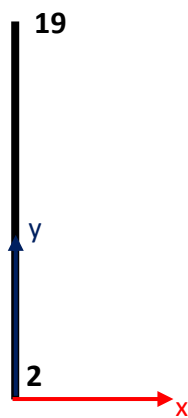
Barra 2-19
Barra 5-20

Barra 12-27
Barra 13-28
Barra 14-29
Barra 15-30

Barra 6-21
Barra 7-22
Barra 8-23
Barra 9-24
Barra 10-25
Barra 11-26

Barra 16-31
Barra 17-32
Barra 18-33
Barra 3-34

BARRA VERTICAL TUBO CUADRADO 2-19



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

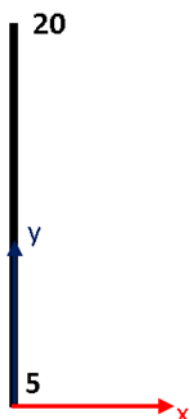
$$L = 300cm; A = 11.64cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(11.64cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{300cm} = 81.48 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 2		NUDO 19			
RX	RY	RX	RY		
0	0	0	0	RX	NUDO 2
0	81.48	0	-81.48	RY	
0	0	0	0	RX	NUDO 19
0	-81.48	0	81.48	RY	

$$K_{2-19} = K_{3-34}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 5-20



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

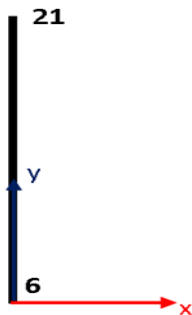
$$L = 263cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{263cm} = 0.8783 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12} =$	NUDO 5		NUDO 20		RX	NUDO 5
	RX	RY	RX	RY		
	0	0	0	0	RY	NUDO 20
	0	0.87	0	-0.87	RX	
	0	0	0	0	RY	NUDO 20
	0	-0.87	0	0.87	RX	

$$K_{5-20} = K_{18-33}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 6-21



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

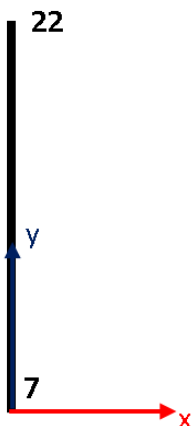
$$L = 231cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{231cm} = 1 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12} =$	NUDO 6		NUDO 21		RX	NUDO 6
	RX	RY	RX	RY		
	0	0	0	0	RY	NUDO 21
	0	1	0	-1	RX	
	0	0	0	0	RY	NUDO 21
	0	-1	0	1	RX	

$$K_{6-21} = K_{17-32}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 7-22



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

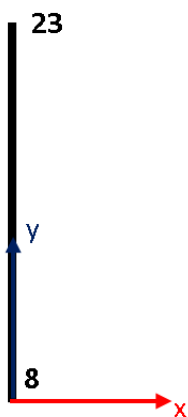
$$L = 204cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{204cm} = 1.1323 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12}=$	NUDO 7		NUDO 22		RX	NUDO 7
	RX	RY	RX	RY		
	0	0	0	0	RY	NUDO 22
	0	1.13	0	-1.13	RX	
	0	0	0	0	RY	NUDO 7
	0	-1.13	0	1.13	RX	

$$K_{7-22} = K_{16-31}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 8-23



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

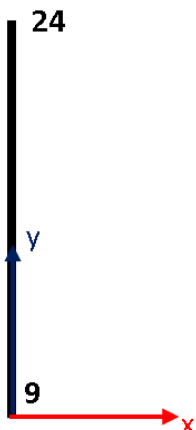
$$L = 183cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{183cm} = 1.2623 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12}=$	NUDO 8		NUDO 23		RX	NUDO 8
	RX	RY	RX	RY		
	0	0	0	0	RY	NUDO 23
	0	1.26	0	-1.26	RX	
	0	0	0	0	RY	NUDO 8
	0	-1.26	0	1.26	RX	

$$K_{8-23} = K_{15-30}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 9-24



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

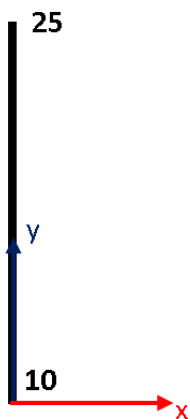
$$L = 167cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{167cm} = 1.3832 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12}=$	NUDO 9		NUDO 24			
	R_X	R_Y	R_X	R_Y		
	0	0	0	0	R_X	NUDO 9
	0	1.38	0	-1.38	R_Y	
	0	0	0	0	R_X	NUDO 24
	0	-1.38	0	1.38	R_Y	

$$K_{9-24} = K_{14-29}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 10-25



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

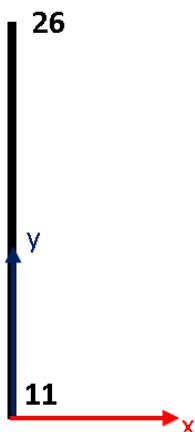
$$L = 156cm; A = 0.11cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{156cm} = 1.4808 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12}=$	NUDO 10		NUDO 25			
	R_X	R_Y	R_X	R_Y		
	0	0	0	0	R_X	NUDO 10
	0	1.48	0	-1.48	R_Y	
	0	0	0	0	R_X	NUDO 25
	0	-1.48	0	1.48	R_Y	

$$K_{10-25} = K_{13-28}$$

BARRA VERTICAL MONTANTE 11-26



$$\theta = 90^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(90^\circ) = 0$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(90^\circ) = 1$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(90^\circ) * \cos(90^\circ) = 0$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 151cm; A = 0.11cm^2$$

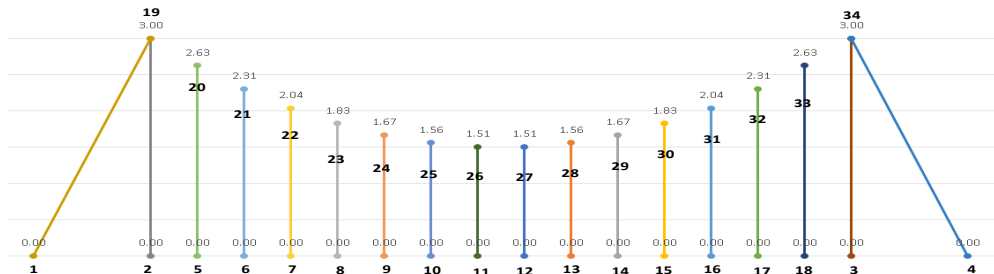
$$\frac{AE}{L} = \frac{(0.11cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{151cm} = 1.5298 \frac{tn}{cm}$$

$K_{12}=$	NUDO 11		NUDO 26		RX	NUDO 11
	RX	RY	RX	RY		
	0	0	0	0	RX	NUDO 26
	0	1.52	0	-1.52	RY	
	0	0	0	0	RX	NUDO 26
	0	-1.52	0	1.52	RY	

$$K_{11-26} = K_{12-27}$$

Cable Superior

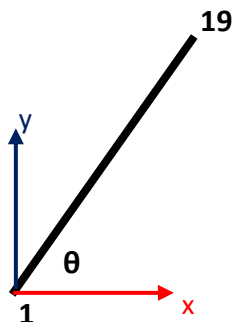
El cálculo de los cables superiores (tirantes) en un puente atirantado dentro del método matricial se basa en tratarlos como elementos de armadura sometidos únicamente a tracción, por lo que su análisis sigue un procedimiento específico: primero se define cada cable mediante los nodos que conecta, obteniendo sus coordenadas para calcular su longitud “L” y su inclinación mediante los cosenos directores Coseno y Seno; luego se asignan sus propiedades mecánicas, principalmente el módulo de elasticidad “E” y el área efectiva “A” del cable, con lo cual se determina su rigidez axial EA/L .



Barra 1-19
Barra 19-20
Barra 20-21
Barra 21-22
Barra 22-23
Barra 23-24
Barra 24-25
Barra 25-26
Barra 26-27
Barra 27-28

Barra 28-29
Barra 29-30
Barra 30-31
Barra 31-32
Barra 32-33
Barra 33-34
Barra 4-34

CABLE SUPERIOR 1-19



$$\theta = 50.19^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(50.19^\circ) = 0.41$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(50.19^\circ) = 0.59$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(50.19^\circ) * \cos(50.19^\circ) = 0.492$$

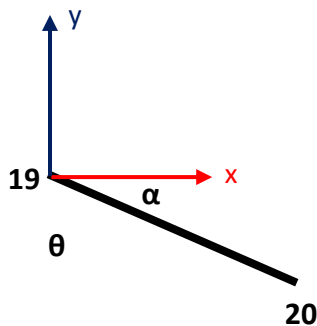
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 391cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{391cm} = 14.25 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 1		NUDO 19			
RX	RY	RX	RY	RX	NUDO 1
5.84	7	-5.84	-7	RY	
7	8.41	-7	-8.41	RX	NUDO 19
-5.84	-7	5.84	7	RY	
-7	-8.41	7	8.41	RX	

CABLE SUPERIOR 19-20



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 20.30^\circ = 339.7^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(339.7^\circ) = 0.88$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(339.7^\circ) = 0.12$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(339.7^\circ) * \cos(339.7^\circ) = -0.325$$

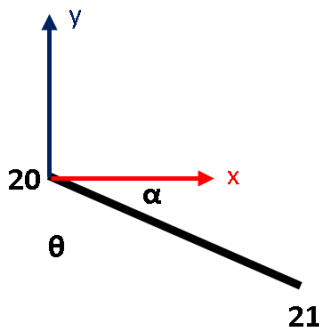
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 107cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{107cm} = 52.19 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 19		NUDO 20			
RX	RY	RX	RY	RX	NUDO 19
45.9	-16.98	-45.9	16.98	RY	
-16.98	6.28	16.98	-6.28	RX	NUDO 20
-45.9	16.98	45.9	-16.98	RY	
16.98	-6.28	-16.98	6.28	RX	

CABLE SUPERIOR 20-21



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 17.74^\circ = 342.26^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(342.26^\circ) = 0.91$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(342.26^\circ) = 0.09$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(342.26^\circ) * \cos(342.26^\circ) = -0.29$$

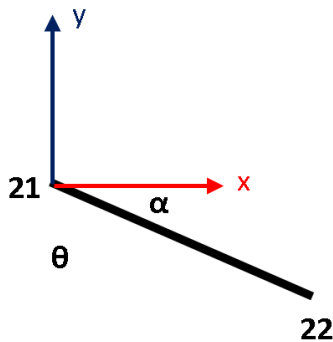
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 105cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{105cm} = 53 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 20		NUDO 21			
RX	RY	RX	RY	RX	NUDO 20
48.07	-15.38	-48.07	15.38	RY	
-15.38	4.92	15.38	-4.92	RX	NUDO 21
-48.07	15.38	48.07	-15.38	RY	
15.38	-4.92	-15.38	4.92	RX	

CABLE SUPERIOR 21-22



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 15.11^\circ = 344.89^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(344.89^\circ) = 0.93$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(344.89^\circ) = 0.07$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(344.89^\circ) * \cos(344.89^\circ) = -0.25$$

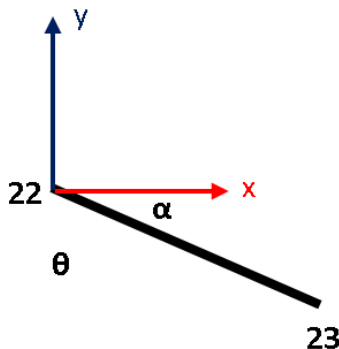
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 103cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{103cm} = 53.73 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 21		NUDO 22			
RX	RY	RX	RY		
50.07	-13.52	-50.07	13.52	RX	NUDO 21
-13.52	3.65	13.52	-3.65	RY	
-50.07	13.52	50.07	-13.52	RX	NUDO 22
13.52	-3.65	-13.52	3.65	RY	

CABLE SUPERIOR 22-23



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 11.86^\circ = 348.14^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(348.14^\circ) = 0.96$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(348.14^\circ) = 0.04$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(348.14^\circ) * \cos(348.14^\circ) = -0.201$$

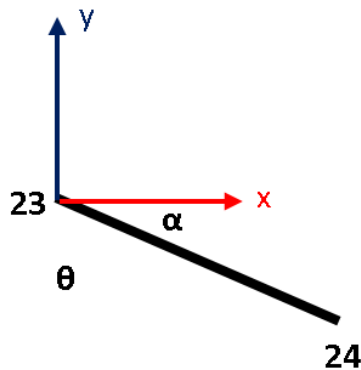
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 102cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{102cm} = 54.46 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 22		NUDO 23			
RX	RY	RX	RY		
52.16	-10.95	-52.16	10.95	RX	NUDO 22
-10.95	2.3	10.95	-2.3	RY	
-52.16	10.95	52.16	-10.95	RX	NUDO 23
10.95	-2.3	-10.95	2.3	RY	

CABLE SUPERIOR 23-24



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 9.09^\circ = 350.91^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(350.91^\circ) = 0.975$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(350.91^\circ) = 0.025$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(350.91^\circ) * \cos(350.91^\circ) = -0.156$$

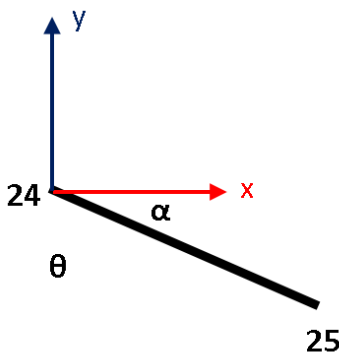
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 101cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{101cm} = 54.95 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 23		NUDO 24			
RX	RY	RX	RY		
53.57	-8.57	-53.57	8.57	RX	NUDO 23
-8.57	1.37	8.57	-1.37	RY	
-53.57	8.57	53.57	-8.57	RX	NUDO 24
8.57	-1.37	-8.57	1.37	RY	

CABLE SUPERIOR 24-25



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 6.28^\circ = 353.72^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(353.72^\circ) = 0.988$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(353.72^\circ) = 0.012$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(353.72^\circ) * \cos(353.72^\circ) = -0.109$$

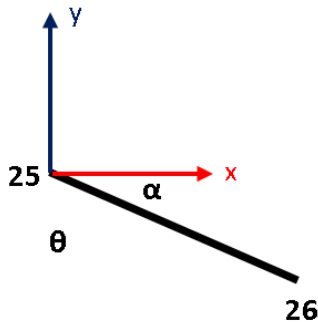
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100.6cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100.6cm} = 55.316 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 24		NUDO 25			
RX	RY	RX	RY		
54.65	-6.01	-54.65	6.01	RX	NUDO 24
-6.01	0.66	6.01	-0.66	RY	
-54.65	6.01	54.65	-6.01	RX	NUDO 25
6.01	-0.66	-6.01	0.66	RY	

CABLE SUPERIOR 25-26



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 2.86^\circ = 357.14^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(357.14^\circ) = 0.9975$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(357.14^\circ) = 0.0025$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(357.14^\circ) * \cos(357.14^\circ) = -0.0498$$

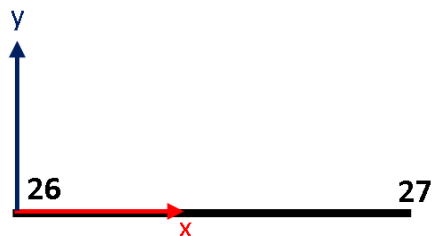
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100.1cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100.1cm} = 55.58 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 25		NUDO 26		K12=	
RX	RY	RX	RY		
55.44	-2.77	-55.44	2.77		RX
-2.77	0.13	2.77	-0.13		RY
-55.44	2.77	55.44	-2.77		RX
2.77	-0.13	-2.77	0.13		RY
					NUDO 25
					NUDO 26

CABLE SUPERIOR 26-27



$$\theta = 360^\circ - \alpha = 360^\circ - 0^\circ = 360^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(360^\circ) = 1$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(360^\circ) = 0$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(360^\circ) * \cos(360^\circ) = 0$$

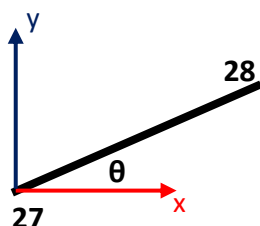
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100cm} = 55.65 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 26		NUDO 27		K12=	
RX	RY	RX	RY		
55.65	0	-55.65	0		RX
0	0	0	0		RY
-55.65	0	55.65	0		RX
0	0	0	0		RY
					NUDO 26
					NUDO 27

CABLE SUPERIOR 27-28



$$\theta = 2.86^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(2.86^\circ) = 0.9975$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(2.86^\circ) = 0.0025$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(2.86^\circ) * \cos(2.86^\circ) = 0.0498$$

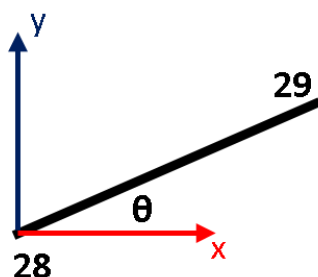
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100.1cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100.1cm} = 55.58 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 27		NUDO 28			
RX	RY	RX	RY	RX	RY
55.44	2.77	-55.44	-2.77	RX	NUDO 27
2.77	0.13	-2.77	-0.13	RY	NUDO 27
-55.44	-2.77	55.44	2.77	RX	NUDO 28
-2.77	-0.13	2.77	0.13	RY	NUDO 28

CABLE SUPERIOR 28-29



$$\theta = 6.28^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(6.28^\circ) = 0.988$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(6.28^\circ) = 0.012$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(6.28^\circ) * \cos(6.28^\circ) = 0.109$$

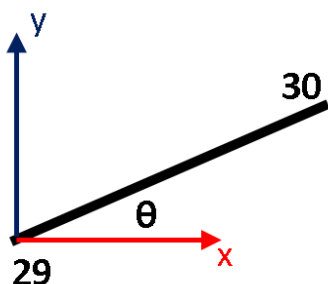
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 100.6cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{100.6cm} = 55.316 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 28		NUDO 29			
RX	RY	RX	RY	RX	RY
54.65	6.01	-54.65	-6.01	RX	NUDO 28
6.01	0.66	-6.01	-0.66	RY	NUDO 28
-54.65	-6.01	54.65	6.01	RX	NUDO 29
-6.01	-0.66	6.01	0.66	RY	NUDO 29

CABLE SUPERIOR 29-30



$$\theta = 9.09^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(9.09^\circ) = 0.975$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(9.09^\circ) = 0.025$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(9.09^\circ) * \cos(9.09^\circ) = 0.156$$

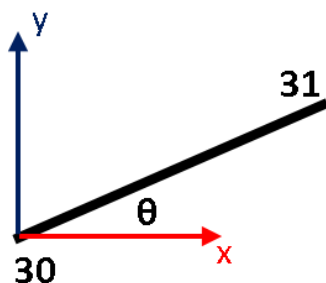
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 101cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{101cm} = 54.95 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 29		NUDO 30			
RX	RY	RX	RY		
53.57	8.57	-53.57	-8.57	RX	NUDO 29
8.57	1.37	-8.57	-1.37	RY	
-53.57	-8.57	53.57	8.57	RX	NUDO 30
-8.57	-1.37	8.57	1.37	RY	

CABLE SUPERIOR 30-31



$$\theta = 11.86^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(11.86^\circ) = 0.96$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(11.86^\circ) = 0.04$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(11.86^\circ) * \cos(11.86^\circ) = 0.201$$

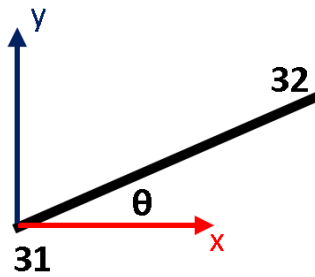
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 102cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{102cm} = 54.46 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 30		NUDO 31			
RX	RY	RX	RY		
52.16	10.95	-52.16	-10.95	RX	NUDO 30
10.95	2.3	-10.95	-2.3	RY	
-52.16	-10.95	52.16	10.95	RX	NUDO 31
-10.95	-2.3	10.95	2.3	RY	

CABLE SUPERIOR 31-32



$$\theta = 15.11^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(15.11^\circ) = 0.93$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(15.11^\circ) = 0.07$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(15.11^\circ) * \cos(15.11^\circ) = 0.25$$

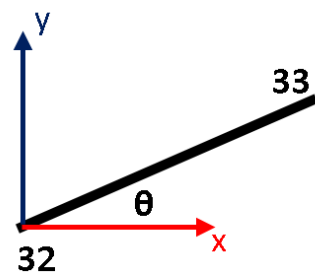
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 103cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{103cm} = 53.73 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 31		NUDO 32			
RX	RY	RX	RY		
50.07	13.52	-50.07	-13.52	RX	NUDO 31
13.52	3.65	-13.52	-3.65	RY	
-50.07	-13.52	50.07	13.52	RX	NUDO 32
-13.52	-3.65	13.52	3.65	RY	

CABLE SUPERIOR 32-33



$$\theta = 17.745^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(17.745^\circ) = 0.91$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(17.745^\circ) = 0.09$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(17.745^\circ) * \cos(17.745^\circ) = 0.29$$

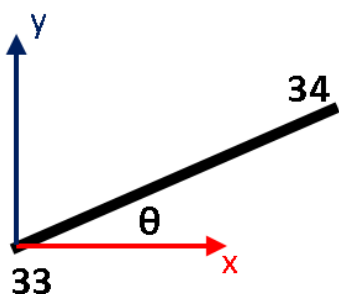
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 105cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{105cm} = 53 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 32		NUDO 33			
RX	RY	RX	RY		
48.07	15.38	-48.07	-15.38	RX	NUDO 32
15.38	4.92	-15.38	-4.92	RY	
-48.07	-15.38	48.07	15.38	RX	NUDO 33
-15.38	-4.92	15.38	4.92	RY	

CABLE SUPERIOR 33-34



$$\theta = 20.304^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(20.304^\circ) = 0.88$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(20.304^\circ) = 0.12$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(20.304^\circ) * \cos(20.304^\circ) = 0.325$$

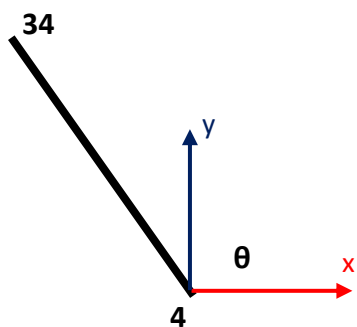
$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 107cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{107cm} = 52.19 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 33		NUDO 34			
RX	RY	RX	RY	RX	RY
45.9	16.98	-45.9	-16.98	RX	NUDO 33
16.98	6.28	-16.98	-6.28	RY	
-45.9	-16.98	45.9	16.98	RX	NUDO 34
-16.98	-6.28	16.98	6.28	RY	

CABLE SUPERIOR 4-34



$$\theta = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 50.19^\circ = 129.81^\circ$$

$$\cos^2 \theta = \cos^2(129.81^\circ) = 0.41$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2(129.81^\circ) = 0.59$$

$$\sin \theta * \cos \theta = \sin(129.81^\circ) * \cos(129.81^\circ) = -0.492$$

$$E = 2100000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$L = 391cm; A = 2.65cm^2$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{(2.65cm^2)(2100000 \frac{kg}{cm^2} * \frac{1Ton}{1000kg})}{391cm} = 14.25 \frac{tn}{cm}$$

NUDO 4		NUDO 34			
RX	RY	RX	RY	RX	RY
5.84	-7	-5.84	7	RX	NUDO 4
-7	8.41	7	-8.41	RY	
-5.84	7	5.84	-7	RX	NUDO 34
7	-8.41	-7	8.41	RY	

4.7.4. Ensamblaje de las matrices de rigidez locales en la Matriz Global

El proceso de ensamblaje consiste en integrar las matrices de rigidez locales de cada elemento dentro de una matriz de rigidez global de la estructura, organizando sus términos de acuerdo con la numeración asignada a los nudos y considerando los grados de libertad correspondientes a las direcciones “x” y “y” en cada uno de ellos. Durante este procedimiento, cuando varios elementos convergen en un mismo nudo, las contribuciones de rigidez asociadas a dicho nudo se superponen mediante la suma algebraica de los términos correspondientes, debido a que los grados de libertad de ese nudo se repiten en las matrices de los distintos elementos conectados. Como resultado del ensamblaje de todos los elementos del sistema estructural analizado, se obtiene una matriz de rigidez global de dimensión **34×34**.

	1		2		3		4		5	
1	5.84	7	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	8.41	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	63.84	0	0	0	0	0	-63.84	0
	0	0	0	81.48	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	81.48	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	5.84	-7	0	0
	0	0	0	0	0	0	-7	8.41	0	0
5	0	0	-63.84	0	0	0	0	0	127.68	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.87

	6		7		8		9		10	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-63.84	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
1	0	0	0	0	0	0	-5.84	-7	0	0
	0	0	0	0	0	0	-7	-8.41	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-81.48	0	0
3	0	0	0	0	-63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.87

	21		22		23		24		25	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34	
1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-81.48
4	0	0	0	0	0	0	-5.84	7
	0	0	0	0	0	0	7	-8.41
5	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	-63.84	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
6	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	1.13	0	0	0	0	0	0
8	0	0	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0	0	0
	0	0	0	0	0	1.26	0	0	0	0
9	0	0	0	0	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0
	0	0	0	0	0	0	0	1.38	0	0
10	0	0	0	0	0	0	-63.84	0	127.68	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.48

	11		12		13		14		15	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	-63.84	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1.13	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1.26	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1.38	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.48

	26		27		28		29		30	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	-63.84	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
11	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0	0	0
	0	1.52	0	0	0	0	0	0	0	0
12	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	1.52	0	0	0	0	0	0
13	0	0	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0	0	0
	0	0	0	0	0	1.48	0	0	0	0
14	0	0	0	0	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0
	0	0	0	0	0	0	0	1.38	0	0
15	0	0	0	0	0	0	-63.84	0	127.68	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.26

	16		17		18		19		20	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	-63.84	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1.52	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1.52	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1.48	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1.38	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.26

	31		32		33		34	
11	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	-63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	-5.84	-7	0	0	0	0	0	0	0	0
	-7	-8.41	0	-81.48	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.87

	6		7		8		9		10	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	-63.84	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
16	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0	0	0
	0	1.13	0	0	0	0	0	0	0	0
17	-63.84	0	127.68	0	-63.84	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	-63.84	0	127.68	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0.87	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	51.74	-9.98	-45.9	16.98
	0	0	0	0	0	0	-9.98	96.17	16.98	-6.28
20	0	0	0	0	0	0	-45.9	16.98	93.97	-32.36
	0	0	0	0	0	0	16.98	-6.28	-32.36	12.07

	21		22		23		24		25	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	-48.07	15.38	0	0	0	0	0	0	0	0
	15.38	-4.92	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34	
16	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1.13	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-0.87	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1.13	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1.26	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1.38	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.48

	11		12		13		14		15	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	-48.07	15.38
	0	0	0	0	0	0	0	0	15.38	-4.92
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
21	98.14	-28.9	-50.07	13.52	0	0	0	0	0	0
	-28.9	9.57	13.52	-3.65	0	0	0	0	0	0
22	-50.07	13.52	102.23	-24.47	-52.16	10.95	0	0	0	0
	13.52	-3.65	-24.47	7.08	10.95	-2.3	0	0	0	0
23	0	0	-52.16	10.95	105.73	-19.52	-53.57	8.57	0	0
	0	0	10.95	-2.3	-19.52	4.93	8.57	-1.37	0	0
24	0	0	0	0	-53.57	8.57	108.22	-14.58	-54.65	6.01
	0	0	0	0	8.57	-1.37	-14.58	3.41	6.01	-0.66
25	0	0	0	0	0	0	-54.65	6.01	110.09	-8.78
	0	0	0	0	0	0	6.01	-0.66	-8.78	2.27

	26		27		28		29		30	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	-55.44	2.77	0	0	0	0	0	0	0	0
	2.77	-0.13	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34	
21	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1.52	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1.52	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-1.48	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-1.38	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1.26

	16		17		18		19		20	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	-55.44	2.77
	0	0	0	0	0	0	0	0	2.77	-0.13
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34	
26	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
30	-52.16	-10.95	0	0	0	0	0	0
	-10.95	-2.3	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	-5.84	7	0	0
	0	0	0	0	0	-81.48	7	-8.41	0	0

	6		7		8		9		10	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-1.13	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-0.87	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	-52.16	-10.95
	0	0	0	0	0	0	0	0	-10.95	-2.3
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4.7.5. Resultados de Deformaciones y reacciones

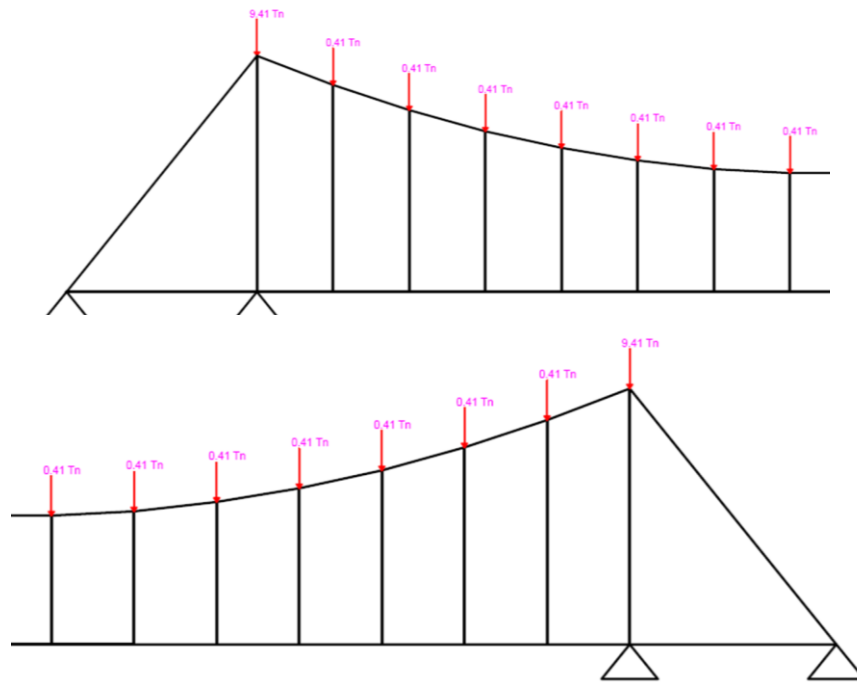
Se procede a extraer la submatriz de rigidez correspondiente a los grados de libertad libres, comprendidos entre los nudos 5 y 34, ya que estos no se encuentran restringidos por condiciones de apoyo. A partir de esta submatriz se calcula su inversa, la cual se utiliza para resolver el sistema de ecuaciones estructurales mediante la relación:

$$K^{-1} * F = u$$

Donde “F” es el vector de fuerzas externas aplicado en cada nudo y “u” el vector de desplazamientos o deformaciones nodales.

Una vez obtenidos los desplazamientos, estos se sustituyen en la ecuación matricial global de equilibrio $F=K*u$ con el fin de determinar las reacciones en los apoyos, correspondientes a los grados de libertad previamente restringidos

$$[F] = \begin{bmatrix} H_1 \\ V_1 \\ H_2 \\ V_2 \\ \dots \end{bmatrix}$$



	Deformación	Reacción
1	0.000	-7.663
	0.000	-9.180
2	0.000	0.000
	0.000	21.460
3	0.000	0.000
	0.000	21.460
4	0.000	7.663
	0.000	-9.180
5	0.000	0.000
	23.260	0.000

	Deformación	Reacción
6	0.000	0.000
	33.000	0.000
7	0.000	0.000
	5.343	0.000
8	0.000	0.000
	-19.520	0.000
9	0.000	0.000
	-15.519	0.000
10	0.000	0.000
	-39.860	0.000

	Deformación	Reacción
11	0.000	0.000
	-36.633	0.000
12	0.000	0.000
	-36.633	0.000
13	0.000	0.000
	-39.860	0.000
14	0.000	0.000
	-15.519	0.000
15	0.000	0.000
	-19.520	0.000

	Deformación	Reacción
16	0.000	0.000
	5.343	0.000
17	0.000	0.000
	33.000	0.000
18	0.000	0.000
	23.260	0.000
19	1.628	0.000
	-0.263	-9.410
20	10.497	0.000
	23.260	-0.410

	Deformación	Reacción
21	13.773	0.000
	33.000	-0.410
22	6.458	0.000
	5.343	-0.410
23	1.385	0.000
	-19.520	-0.410
24	2.168	0.000
	-15.519	-0.410
25	-0.368	0.000
	-39.860	-0.410
	Deformación	Reacción
26	-0.069	0.000
	-36.633	-0.410
27	0.069	0.000
	-36.633	-0.410
28	0.368	0.000
	-39.860	-0.410
29	-2.168	0.000
	-15.519	-0.410
30	-1.385	0.000
	-19.520	-0.410
	Deformación	Reacción
31	-6.458	0.000
	5.343	-0.410
32	-13.773	0.000
	33.000	-0.410
33	-10.497	0.000
	23.260	-0.410
34	-1.628	0.000
	-0.263	-9.410

4.7.6. Esfuerzos internos

Para determinar los esfuerzos internos de cada elemento, se procede a utilizar la matriz de rigidez local del elemento en conjunto con el vector de desplazamientos nodales correspondiente. En este procedimiento, el vector de deformaciones o desplazamientos del elemento, previamente obtenido del análisis global de la estructura, se proyecta en el sistema de coordenadas del elemento mediante la matriz de transformación (o matriz local transpuesta). Posteriormente, esta se multiplica por el vector de desplazamientos del elemento, lo que permite obtener el vector de fuerzas internas o esfuerzos

axiales, de acuerdo con la relación matricial del método de rigidez. Este proceso se repite para cada uno de los elementos de la estructura con el fin de determinar sus fuerzas internas resultantes.

$$K_{LOCAL}^{TRANSPUETSA} * DEFORMACIONES NODALES = ESFUERZOS INTERNOS$$

BARRAS HORIZONTALES

Elemento 1					
NUDO 2		NUDO 5			
RX	RY	RX	RY		
63.84	0	-63.84	0	RX	NUDO 2
0	0	0	0	RY	
-63.84	0	63.84	0	RX	NUDO 5
0	0	0	0	RY	

R
0.00
0.00
0.00
23.2602013

FUERZA
0.0000 TN
0.0000 TN
0.0000 TN
0.0000 TN

Las demás barras horizontales son iguales

$$F_{2-5} = F_{5-6} = F_{6-7} = F_{7-8} = F_{8-9} = F_{9-10} = F_{10-11} = F_{11-12} = F_{12-13} = F_{13-14} \\ = F_{14-15} = F_{15-16} = F_{16-17} = F_{17-18} = F_{18-3}$$

BARRAS VERTICALES

Elemento 16					
NUDO 2		NUDO 19			
RX	RY	RX	RY		
0	0	0	0	RX	NUDO 2
0	81.48	0	-81.48	RY	
0	0	0	0	RX	NUDO 19
0	-81.48	0	81.48	RY	

R
0.00
0.00
1.63
-0.26

FUERZA
0.00 TN
21.46 TN
0.00 TN
-21.46 TN

Elemento 31					
NUDO 3		NUDO 34			
RX	RY	RX	RY		
0	0	0	0	RX	NUDO 3
0	81.48	0	-81.48	RY	
0	0	0	0	RX	NUDO 34
0	-81.48	0	81.48	RY	

R
0.00
0.00
-1.63
-0.26

FUERZA
0.00 TN
21.46 TN
0.00 TN
-21.46 TN

Elemento 17					
NUDO 5		NUDO 20			
RX	RY	RX	RY		
0	0	0	0	RX	NUDO 5
0	0.87	0	-0.87	RY	
0	0	0	0	RX	NUDO 20
0	-0.87	0	0.87	RY	

R
0.00
23.26
10.50
23.26

FUERZA
0.00 TN
0.00 TN
0.00 TN
0.00 TN

$$F_{5-20} = F_{6-21} = F_{7-22} = F_{8-23} = F_{9-24} = F_{10-25} = F_{11-26} = F_{12-27} = F_{13-28} = F_{14-29} \\ = F_{15-30} = F_{16-31} = F_{17-32} = F_{18-33}$$

CABLE SUPERIOR

Elemento 32					
NUDO 1		NUDO 19			
RX	RY	RX	RY		
5.84	7	-5.84	-7	RX	NUDO 1
7	8.41	-7	-8.41	RY	
-5.84	-7	5.84	7	RX	NUDO 19
-7	-8.41	7	8.41	RY	

X	R	=	FUERZA	
	0.00		-7.66	TN
	0.00		-9.18	TN
	1.63		7.66	TN
	-0.26		9.18	TN

Elemento 33					
NUDO 4		NUDO 34			
RX	RY	RX	RY		
5.84	-7	-5.84	7	RX	NUDO 4
-7	8.41	7	-8.41	RY	
-5.84	7	5.84	-7	RX	NUDO 34
7	-8.41	-7	8.41	RY	

X	R	=	FUERZA	
	0.00		7.66	TN
	0.00		-9.18	TN
	-1.63		-7.66	TN
	-0.26		9.18	TN

Elemento 34					
NUDO 19		NUDO 20			
RX	RY	RX	RY		
45.9	-16.98	-45.9	16.98	RX	NUDO 19
-16.98	6.28	16.98	-6.28	RY	
-45.9	16.98	45.9	-16.98	RX	NUDO 20
16.98	-6.28	-16.98	6.28	RY	

X	R	=	FUERZA	
	1.63		-7.66	TN
	-0.26		2.87	TN
	10.50		7.66	TN
	23.26		-2.87	TN

Elemento 35					
NUDO 20		NUDO 21			
RX	RY	RX	RY		
48.07	-15.38	-48.07	15.38	RX	NUDO 20
-15.38	4.92	15.38	-4.92	RY	
-48.07	15.38	48.07	-15.38	RX	NUDO 21
15.38	-4.92	-15.38	4.92	RY	

X	R	=	FUERZA	
	10.50		-7.66	TN
	23.26		2.46	TN
	13.77		7.66	TN
	33.00		-2.46	TN

Elemento 36					
NUDO 21		NUDO 22			
RX	RY	RX	RY		
50.07	-13.52	-50.07	13.52	RX	NUDO 21
-13.52	3.65	13.52	-3.65	RY	
-50.07	13.52	50.07	-13.52	RX	NUDO 22
13.52	-3.65	-13.52	3.65	RY	

X	R	=	FUERZA	
	13.77		-7.66	TN
	33.00		2.05	TN
	6.46		7.66	TN
	5.34		-2.05	TN

Elemento 37					
NUDO 22		NUDO 23			
RX	RY	RX	RY		
52.16	-10.95	-52.16	10.95	RX	NUDO 22
-10.95	2.3	10.95	-2.3	RY	
-52.16	10.95	52.16	-10.95	RX	NUDO 23
10.95	-2.3	-10.95	2.3	RY	

X	R	=	FUERZA	
	6.46		-7.66	TN
	5.34		1.64	TN
	1.39		7.66	TN
	-19.52		-1.64	TN

Elemento 38					
NUDO 23		NUDO 24			
RX	RY	RX	RY		
53.57	-8.57	-53.57	8.57	RX	NUDO 23
-8.57	1.37	8.57	-1.37	RY	
-53.57	8.57	53.57	-8.57	RX	NUDO 24
8.57	-1.37	-8.57	1.37	RY	

X	R	=	FUERZA	
	1.39		-7.66	TN
	-19.52		1.23	TN
	2.17		7.66	TN
	-15.52		-1.23	TN

Elemento 39					
NUDO 24		NUDO 25			
RX	RY	RX	RY		
54.65	-6.01	-54.65	6.01	RX	NUDO 24
-6.01	0.66	6.01	-0.66	RY	
-54.65	6.01	54.65	-6.01	RX	NUDO 25
6.01	-0.66	-6.01	0.66	RY	

X	R	=	FUERZA	
	2.17		-7.66	TN
	-15.52		0.82	TN
	-0.37		7.66	TN
	-39.86		-0.82	TN

Elemento 40					
NUDO 25		NUDO 26			
RX	RY	RX	RY		
55.44	-2.77	-55.44	2.77	RX	NUDO 25
-2.77	0.13	2.77	-0.13	RY	
-55.44	2.77	55.44	-2.77	RX	NUDO 26
2.77	-0.13	-2.77	0.13	RY	

X	R	=	FUERZA	
	-0.37		-7.66	TN
	-39.86		0.41	TN
	-0.07		7.66	TN
	-36.63		-0.41	TN

Elemento 41					
NUDO 26		NUDO 27			
RX	RY	RX	RY		
55.65	0	-55.65	0	RX	NUDO 26
0	0	0	0	RY	
-55.65	0	55.65	0	RX	NUDO 27
0	0	0	0	RY	

X	R	=	FUERZA	
	-0.07		-7.66	TN
	-36.63		0.00	TN
	0.07		7.66	TN
	-36.63		0.00	TN

Elemento 42					
NUDO 27		NUDO 28			
RX	RY	RX	RY		
55.44	2.77	-55.44	-2.77	RX	NUDO 27
2.77	0.13	-2.77	-0.13	RY	
-55.44	-2.77	55.44	2.77	RX	NUDO 28
-2.77	-0.13	2.77	0.13	RY	

X	R	=	FUERZA	
	0.07		-7.66	TN
	-36.63		-0.41	TN
	0.37		7.66	TN
	-39.86		0.41	TN

Elemento 43					
NUDO 28		NUDO 29			
RX	RY	RX	RY		
54.65	6.01	-54.65	-6.01	RX	NUDO 28
6.01	0.66	-6.01	-0.66	RY	
-54.65	-6.01	54.65	6.01	RX	NUDO 29
-6.01	-0.66	6.01	0.66	RY	

X	R	=	FUERZA	
	0.37		-7.66	TN
	-39.86		-0.82	TN
	-2.17		7.66	TN
	-15.52		0.82	TN

Elemento 44					
NUDO 29		NUDO 30			
RX	RY	RX	RY		
53.57	8.57	-53.57	-8.57	RX	NUDO 29
8.57	1.37	-8.57	-1.37	RY	
-53.57	-8.57	53.57	8.57	RX	NUDO 30
-8.57	-1.37	8.57	1.37	RY	

X	R	=	FUERZA	
	-2.17		-7.66	TN
	-15.52		-1.23	TN
	-1.39		7.66	TN
	-19.52		1.23	TN

Elemento 45					
NUDO 30		NUDO 31			
RX	RY	RX	RY		
52.16	10.95	-52.16	-10.95	RX	NUDO 30
10.95	2.3	-10.95	-2.3	RY	
-52.16	-10.95	52.16	10.95	RX	NUDO 31
-10.95	-2.3	10.95	2.3	RY	

$$\begin{matrix} \text{X} \end{matrix} \begin{matrix} \text{R} \\ -1.39 \\ -19.52 \\ -6.46 \\ 5.34 \end{matrix} = \begin{matrix} \text{FUERZA} \\ -7.66 \text{ TN} \\ -1.64 \text{ TN} \\ 7.66 \text{ TN} \\ 1.64 \text{ TN} \end{matrix}$$

Elemento 46					
NUDO 31		NUDO 32			
RX	RY	RX	RY		
50.07	13.52	-50.07	-13.52	RX	NUDO 31
13.52	3.65	-13.52	-3.65	RY	
-50.07	-13.52	50.07	13.52	RX	NUDO 32
-13.52	-3.65	13.52	3.65	RY	

$$\begin{matrix} \text{X} \end{matrix} \begin{matrix} \text{R} \\ -6.46 \\ 5.34 \\ -13.77 \\ 33.00 \end{matrix} = \begin{matrix} \text{FUERZA} \\ -7.66 \text{ TN} \\ -2.05 \text{ TN} \\ 7.66 \text{ TN} \\ 2.05 \text{ TN} \end{matrix}$$

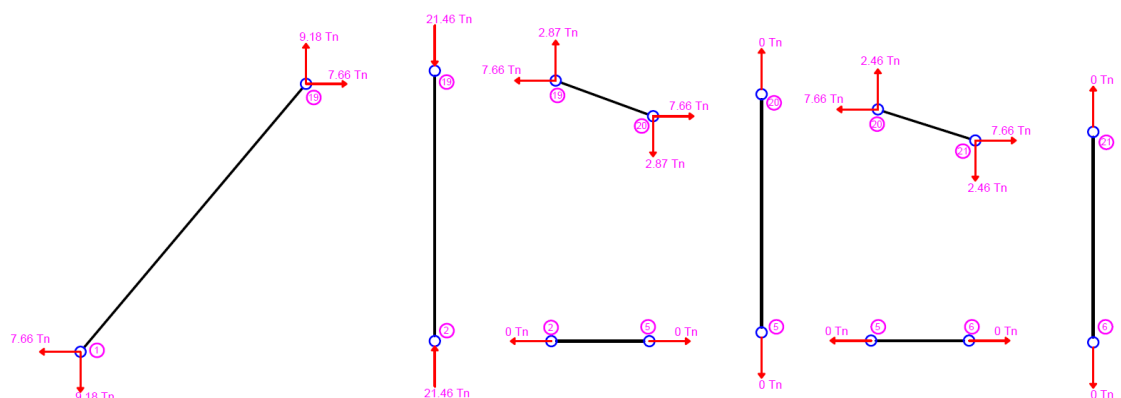
Elemento 47					
NUDO 32		NUDO 33			
RX	RY	RX	RY		
48.07	15.38	-48.07	-15.38	RX	NUDO 32
15.38	4.92	-15.38	-4.92	RY	
-48.07	-15.38	48.07	15.38	RX	NUDO 33
-15.38	-4.92	15.38	4.92	RY	

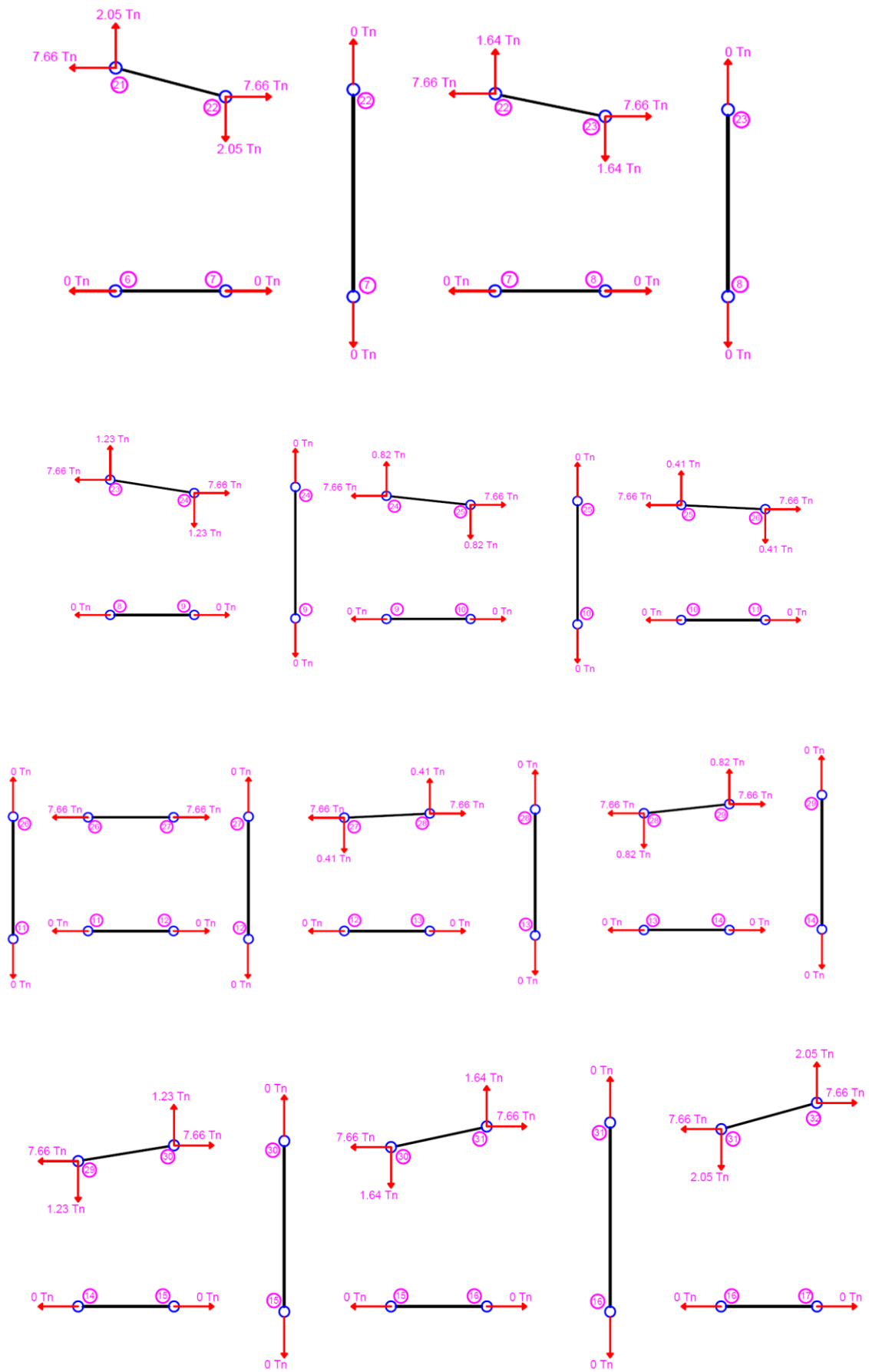
$$\begin{matrix} \text{X} \end{matrix} \begin{matrix} \text{R} \\ -13.77 \\ 33.00 \\ -10.50 \\ 23.26 \end{matrix} = \begin{matrix} \text{FUERZA} \\ -7.66 \text{ TN} \\ -2.46 \text{ TN} \\ 7.66 \text{ TN} \\ 2.46 \text{ TN} \end{matrix}$$

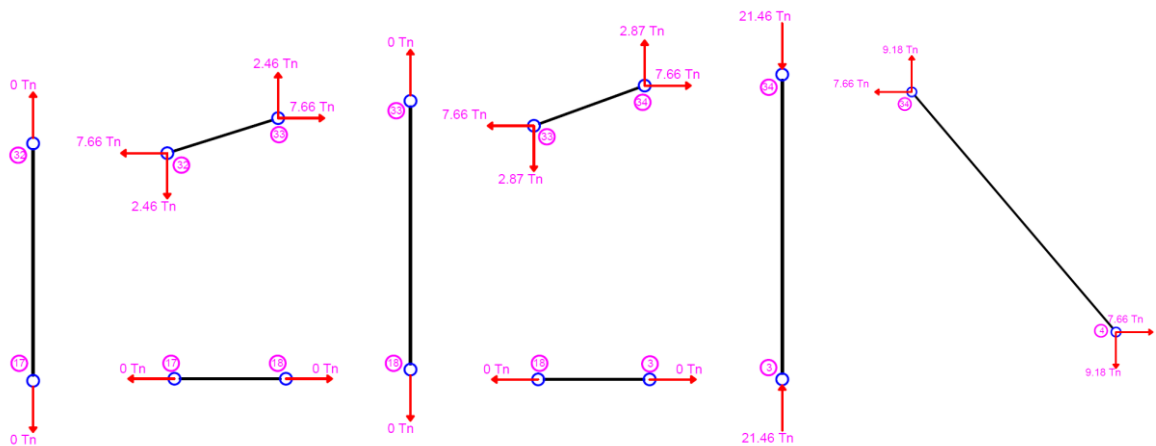
Elemento 48					
NUDO 33		NUDO 34			
RX	RY	RX	RY		
45.9	16.98	-45.9	-16.98	RX	NUDO 33
16.98	6.28	-16.98	-6.28	RY	
-45.9	-16.98	45.9	16.98	RX	NUDO 34
-16.98	-6.28	16.98	6.28	RY	

$$\begin{matrix} \text{X} \end{matrix} \begin{matrix} \text{R} \\ -10.50 \\ 23.26 \\ -1.63 \\ -0.26 \end{matrix} = \begin{matrix} \text{FUERZA} \\ -7.66 \text{ TN} \\ -2.87 \text{ TN} \\ 7.66 \text{ TN} \\ 2.87 \text{ TN} \end{matrix}$$

4.7.7. Grafica De Esfuerzos







4.8. Definición de los elementos estructurales

El puente se modela como un sistema de barras compuesto por:

- Cables principales
- Colgantes
- Elementos del tablero

Cada barra conecta dos nudos y tiene propiedades como:

- Longitud
- Área
- Módulo de elasticidad
- Dirección

4.9. Cálculo de la longitud de cada elemento

La longitud de cada barra se calcula mediante:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

donde:

- (x_1, y_1) = coordenadas del nudo inicial
- (x_2, y_2) = coordenadas del nudo final

Este valor es necesario para determinar la rigidez del elemento.

4.10. Cálculo de la matriz de rigidez del elemento

Cada barra tiene una matriz de rigidez local, que relaciona:

- Fuerzas
- Desplazamientos

La matriz depende de:

- Módulo de elasticidad (E)
- Área de la sección (A)
- Longitud del elemento (L)

- La rigidez axial se calcula como:

$$k = \frac{EA}{L}$$

Esta rigidez determina qué tan resistente es el elemento a deformarse.

4.11. Transformación a coordenadas globales

Debido a que los elementos pueden estar inclinados, se debe transformar la matriz local a un sistema global de coordenadas. Para ello se utilizan:

- Coseno de dirección
- Seno de dirección

$$C = \frac{x_2 - x_1}{L}$$

$$S = \frac{y_2 - y_1}{L}$$

Esto permite representar correctamente el comportamiento del elemento dentro de la estructura completa.

4.12. Ensamblaje de la matriz global de rigidez

Después de calcular la matriz de cada elemento, se construye la matriz global de rigidez de la estructura.

En tu archivo aparece una matriz grande (por ejemplo 18×18), lo que significa que el sistema tiene: 18 grados de libertad estructurales.

Cada elemento aporta valores a esta matriz según los nudos que conecta.

Este proceso se conoce como: Ensamblaje de la matriz global.

4.13. Aplicación de condiciones de apoyo

Luego se aplican las condiciones de frontera, que representan los apoyos del puente. Por ejemplo:

- Nudos fijos
- Nudos con desplazamiento restringido
- Esto reduce el sistema de ecuaciones y permite obtener una solución única.

4.14. Aplicación de cargas

Posteriormente se aplican las cargas externas. Estas pueden ser:

- Peso propio del tablero
- Peso de cables
- Carga peatonal
- Carga distribuida

Las cargas se representan como fuerzas aplicadas en los nudos.

4.15. Cálculo de desplazamientos

El sistema estructural se resuelve mediante la ecuación:

$$[K][d] = [F]$$

donde:

K = matriz global de rigidez

d = vector de desplazamientos

F = vector de fuerzas

Al resolver esta ecuación se obtienen los desplazamientos de cada nudo.

4.16. Cálculo de fuerzas internas

Con los desplazamientos conocidos, se pueden calcular:

- Fuerzas axiales en cables
- Tensiones en barras
- Reacciones en apoyos

Esto permite verificar si los elementos trabajan dentro de límites seguros.

4.17. Interpretación de resultados

Finalmente se analizan los resultados obtenidos para verificar:

- Estabilidad del puente
- Magnitud de tensiones
- Comportamiento estructural

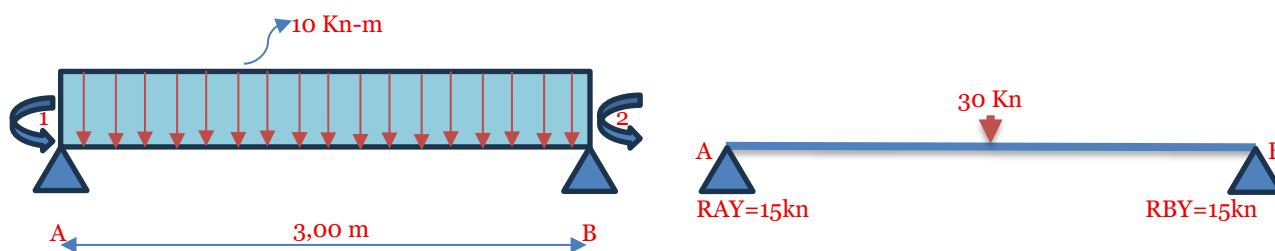
Si los esfuerzos superan los valores permisibles, se deben modificar:

- Dimensiones
- Materiales

4.17.1. Geometría del puente Ejercicio de Aplicación 2

Datos

- Longitud: 3,00 m
- Carga: 30 Kn
- EI: 1200 kn-m²



$$RA = \frac{Pb}{l} = \frac{30 * 1,5}{3} = 15kn$$

$$RB = \frac{Pa}{l} = \frac{30 * 1,5}{3} = 15kn$$

Ecuación matricial de rigidez

La relación entre los momentos (M1 Y M2) y las rotaciones (θ 1 y θ 2) se expresa como:

M1	=	K11	K12	θ 1
M2		K21	K22	θ 2

=	$\frac{4EI}{L}$	$\frac{2EI}{L}$	=	1600	800
	$\frac{2EI}{L}$	$\frac{4EI}{L}$		800	1600

$$K_{11} = K_{22} = \frac{4EI}{L} = \frac{4 * 1200}{3} = 1600$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{2EI}{L} = \frac{2 * 1200}{3} = 800$$

Elemento	Inicial	Final		
	1	2		
	1600	800	1	Inicial
	800	1600	1	Final

Ensamblaje

$$f = k * d$$

Esta matriz, resultado de la inversa debe ser su multiplicado por las cargas para esto debe convertírsele en un vector ficticio, (es un artificio)

Fuerza	F3	11,25	Estado 1
	F6	-11,25	

$$M = \frac{Q * L}{8} = \frac{30 * 3}{8} = 11,25$$

Fuerza	F3	-11,25	Estado 2
	F6	11,25	

$$M = \frac{Q * L}{8} = \frac{-30 * 3}{8} = -11,25$$

Todos los resultados del Estado 2 y realiza la multiplicación K (inversa) * Fuerza del Estado 2

K inversa					Fuerza del estado 2	
0,00083333	-0,00042	*	F3	-11,25	-0,0141	Rot
-0,00042	0,00083333		F6	11,25	0,0141	Rot

$$- |A| = (1600 * 1600) - (800 * 800) = 1920000$$

1600	-800	*	$\frac{1600}{1920000}$	$\frac{-800}{1920000}$	=	0,00083333
-800	1600		$\frac{-800}{1920000}$	$\frac{1600}{1920000}$		

-1600	800	*	$\frac{-1600}{1920000}$	$\frac{800}{1920000}$	=	-0,00042
800	-1600		$\frac{800}{1920000}$	$\frac{-1600}{1920000}$		
0,00083333	-0,00042	*	-11,25		=	-0,0141
-0,00042	0,00083333		11,25			

-0,00083333	0,00042	*	-11,25	=	0,0141
0,00042	-0,00083333		11,25		

Luego se debe de realizar el cálculo de momentos, tomando la suma del vector fuerza inicial. En donde se tiene que multiplicar la matriz de rigidez por el resultado anterior.

11,25	sume	1600		800	multiplicar	-0,0141
-11,25		800		1600		0,0141

11,25
-11,25

1600	800	*	-0,0141	=	-11,25
800	1600		0,0141		

1600	800	*	-0,0141	=	11,25
800	1600		0,0141		

11,25	-	11,25	=	0
-11,25	+	11,25	=	0

Comprobación del cálculo de la rotación

$$\begin{aligned}\theta_1 \text{ y } \theta_2 &= \frac{PL^2}{2GEI} = 30 * 3 * 3 = 270 \\ &= 16 * 1200 = 19200 \\ &= \frac{270}{19200} = 0,01406\end{aligned}$$

Significado físico de la rotación

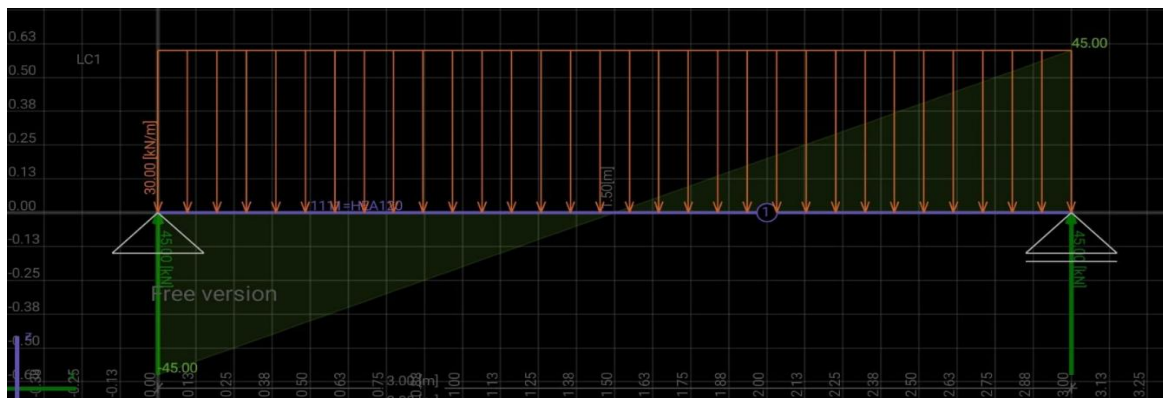
La matriz de rigidez relacionada a los momentos con la rotación

M1	K11	K12	*	θ_1	=
M2	K21	K22		θ_2	

M1	1600	800	*	0,01416	=	33,984
M2	800	1600		0,01416		

Figura 20

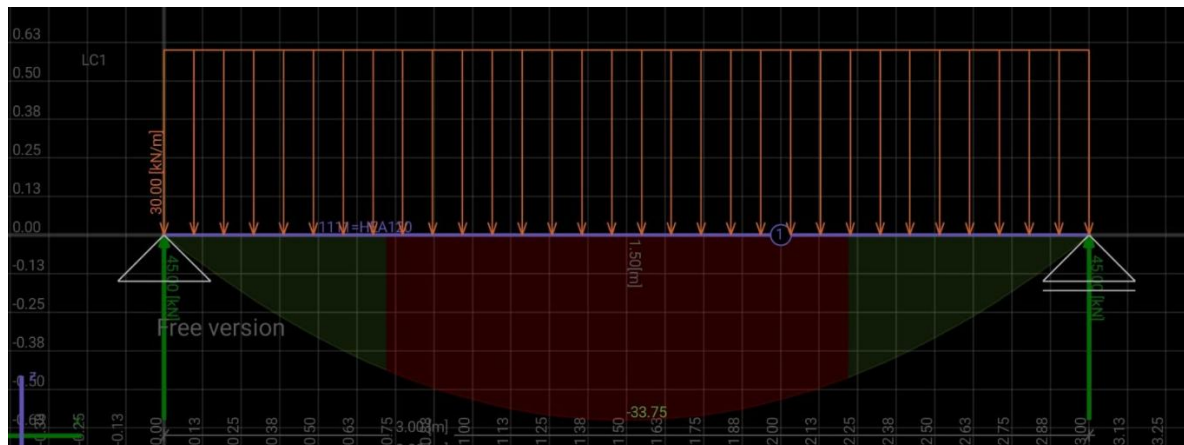
Cortante



Fuente: Elaboración Propia

Figura 21

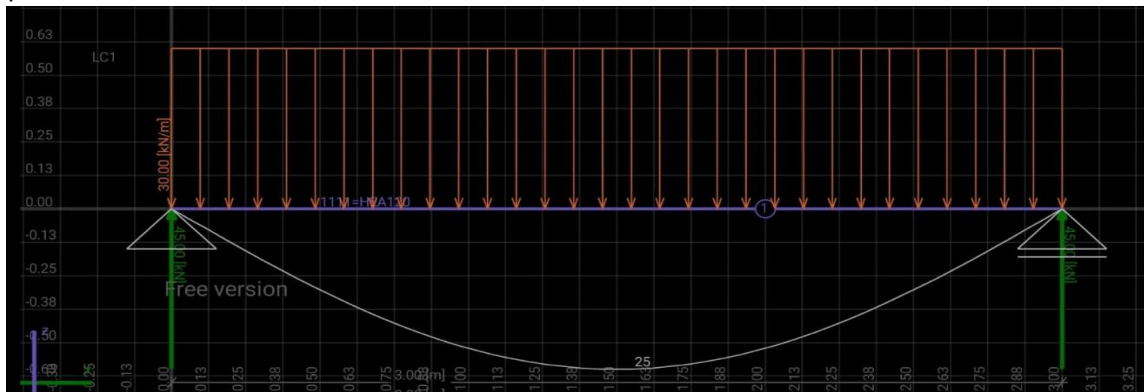
Momento



Fuente: Elaboración Propia

Figura 22

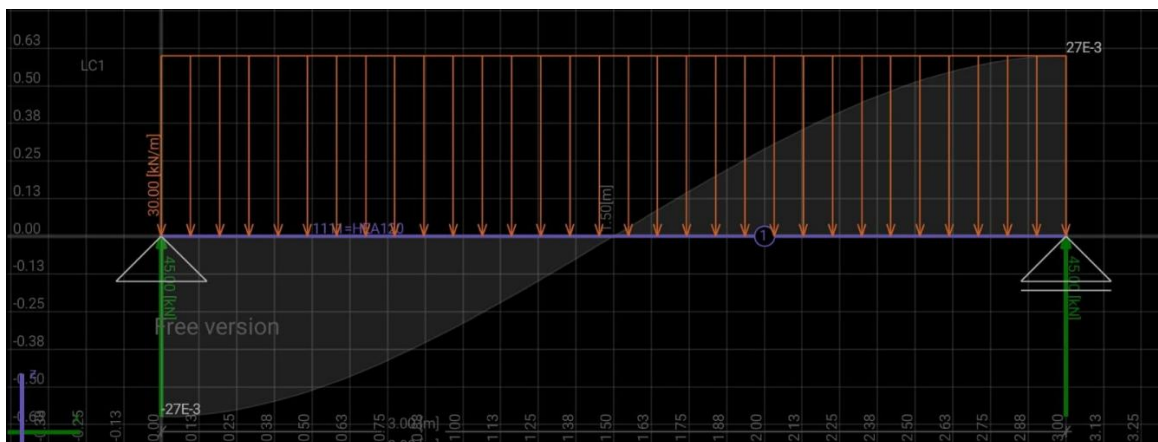
Deflexión



Fuente: Elaboración Propia

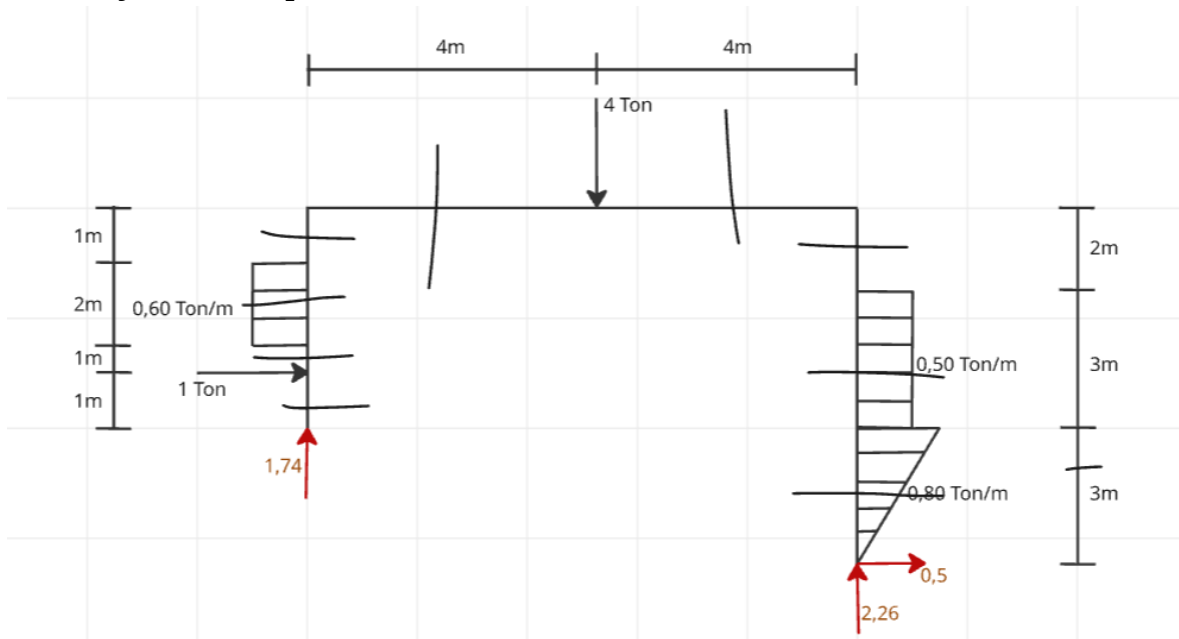
Figura 23

Rotación



Fuente: Elaboración Propia

4.17.2. Ejercicio de Aplicación 3



$$+\circlearrowleft M_D = 0$$

$$+1.20(2) + 1.50 + (4.50) + 4(4) - 1.20(6) - 1(4) - R_{DY}(8) = 0$$

$$-R_{DY}(8) + 13.95 = 0$$

$$R_{DY} = \frac{-13.95}{-8} = 1.74 \text{ TN}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_X = 0$$

$$R_{DY} - 1.20 - 1.50 + 1.20 + 1 = 0$$

$$R_{DY} = 1.20 + 1.50 - 1.20 - 1$$

$$R_{DY} = 0.50 \text{ TN}$$

$$+\uparrow \Sigma F_Y = 0$$

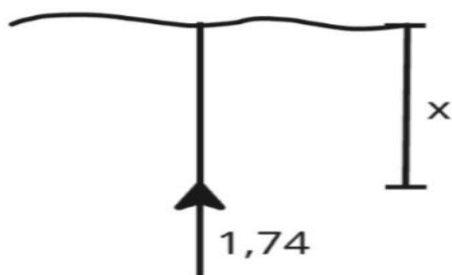
$$R_{DY} + 4.25 - 4 = 0$$

$$R_{DY} = -1.74 + 4$$

$$R_{DY} = 2.26 \text{ TN}$$

CORTE 1-1'

$$0 \leq X \leq 1$$



N - NORMAL

$$N + 1.74 = 0$$

$$N = -1.74$$

V - CORTE

$$V = 0$$

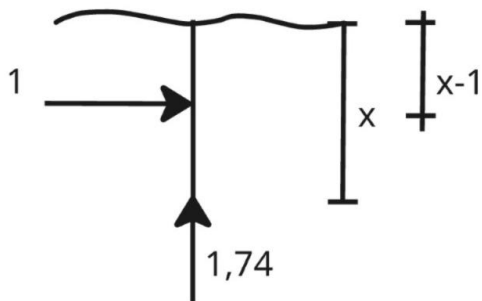
M-MOMENTO

$$M = 0$$

X	N	V	M
0	-1.74	0	0
1	-1.74	0	0

CORTE 2-2'

$$1 \leq X \leq 2$$

**N - NORMAL**

$$N + 1.74 = 0$$

$$N = -1.74$$

V - CORTE

$$-1 - V = 0$$

$$V = -1$$

M-MOMENTO

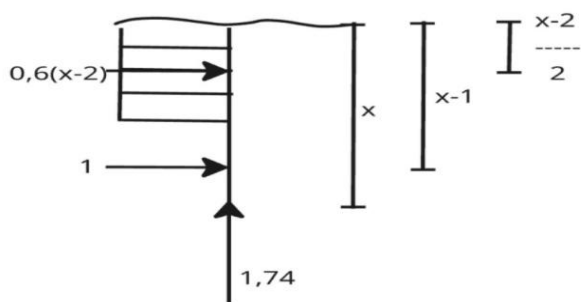
$$+1(X - 1) + M = 0$$

$$M = -1(X - 1)$$

X	N	V	M
1	-1.74	-1	0
2	-1.74	-1	-1

CORTE 3-3'

$$2 \leq X \leq 4$$



N - NORMAL

$$N + 1.74 = 0$$

$$N = -1.74$$

V - CORTE

$$-1 - 0.60(X - 2) - V = 0$$

$$V = -1 - 0.60(X - 2)$$

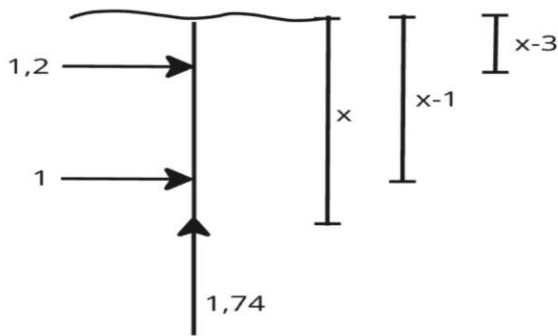
M-MOMENTO

$$+1(X - 1) + 0.60(X - 2) * \left(\frac{X - 2}{2}\right) + M = 0$$

$$M = -1(X - 1) - 0.60(X - 2) * \left(\frac{X - 2}{2}\right)$$

CORTE 4 - 4'

$$4 \leq X \leq 5$$

**N - NORMAL**

$$N + 1.74 = 0$$

$$N = -1.74$$

V - CORTE

$$-1 - 1.20 - V = 0$$

$$V = -1 - 1.20$$

M-MOMENTO

$$+1(X - 1) + 1.20(X - 3) + M = 0$$

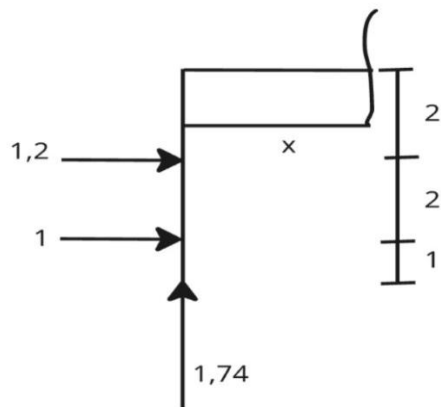
$$M = -1(X - 1) - 1.20(X - 3)$$

X	N	V	M
2	-1.74	-1	-1
3	-1.74	-1.60	-2.3
4	-1.74	-2.20	-4.20

X	N	V	M
4	-1.74	-2.20	-4.20
5	-1.74	-2.20	-6.40

CORTE 5 -5'

$$0 \leq X \leq 4$$



N - NORMAL

$$N + 1 + 1.20 = 0$$

$$N = -1 - 1.20$$

$$N = -2.20$$

V - CORTE

$$1.74 - V = 0$$

$$V = 1.74$$

M-MOMENTO

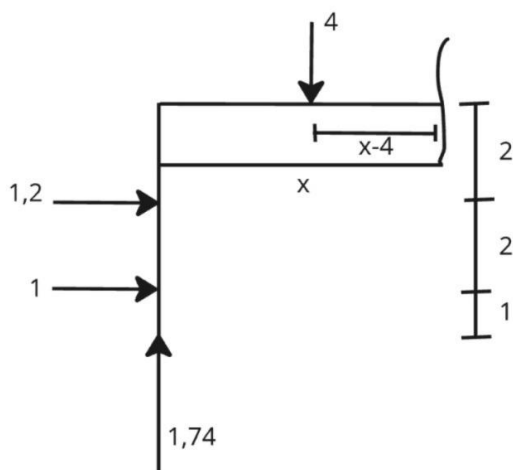
$$-1.74(X) + 1(4) + 1.20(2) + M = 0$$

$$M = 1.74(X) - 1(4) - 1.20(2)$$

X	N	V	M
1	-2.20	1.74	-6.40
2	-2.20	1.74	-4.66
3	-2.20	1.74	-2.92
4	-2.20	1.74	-1.18
5	-2.20	1.74	0.56

CORTE 6 -6'

$$4 \leq X \leq 8$$



N - NORMAL

$$-N - 1 - 1.20 = 0$$

$$N = -1 - 1.20$$

$$N = -2.20$$

V - CORTE

$$1.74 - 4 - V = 0$$

$$V = 1.74 - 4$$

$$V = -2.26$$

X	N	V	M
4	-2.20	-2.26	0.56
5	-2.20	-2.26	-1.70
6	-2.20	-2.26	-3.96
7	-2.20	-2.26	-6.22
8	-2.20	-2.26	-8.48

M-MOMENTO

$$-1.74(X) + 1(4) + 1.20(2) + 4(X - 4) + M = 0$$

$$M = 1.74(X) - 1(4) - 1.20(2) - 4(X - 4)$$

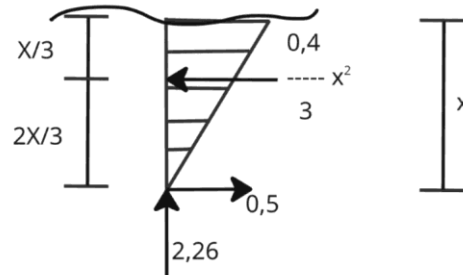
CORTE 7 - 7'

$$0 \leq X \leq 3$$

$$F = \frac{B * H}{2}$$

$$\frac{0.80}{3} = \frac{Y}{X}$$

$$Y = \frac{0.80X}{3} * \frac{X}{2} = \frac{0.40X^2}{3}$$

**N - NORMAL**

$$N + 2.26 = 0$$

$$N = -2.26$$

V - CORTE

$$0.50 - \frac{0.40X^2}{3} + V = 0$$

$$V = -0.50 + \frac{0.40X^2}{3}$$

M-MOMENTO

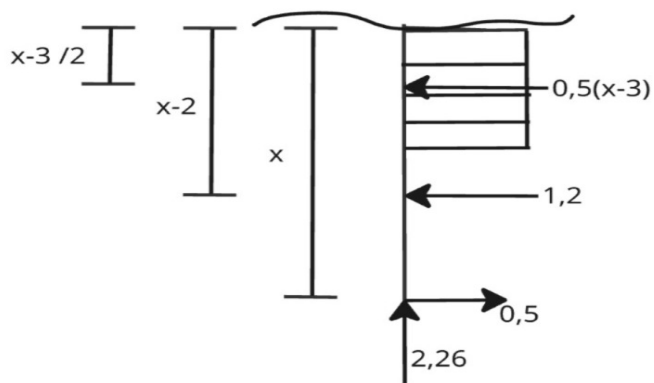
$$\frac{0.40X^2}{3} \left(\frac{1}{3}X \right) - 0.50(X) + M = 0$$

$$M = -\frac{0.40X^2}{3} \left(\frac{1}{3}X \right) + 0.50(X)$$

X	N	V	M
0	-2.26	-0.50	0
1	-2.26	-0.37	0.46
2	-2.26	0.03	0.64
3	-2.26	0.70	0.30

CORTE 8 -8'

$$3 \leq X \leq 6$$

**N - NORMAL**

$$N + 2.26 = 0$$

$$N = -2.26$$

V - CORTE

$$0.50 - 1.20 - 0.50(X - 3) + V = 0$$

$$V = -0.50 + 1.20 + 0.50(X - 3)$$

X	N	V	M
3	-2.26	0.70	0.30
4	-2.26	1.20	-0.65
5	-2.26	1.70	-2.10
6	-2.26	2.20	-4.05

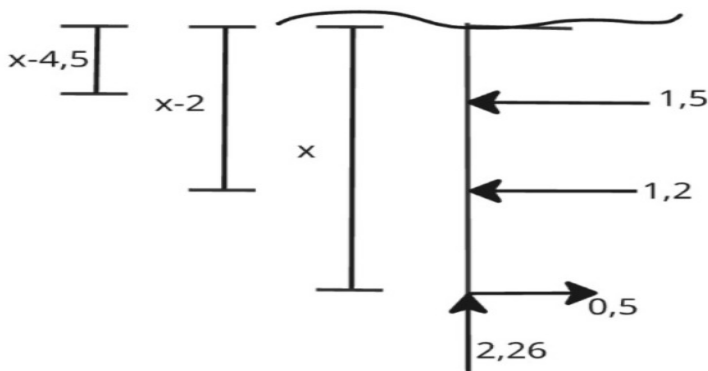
M-MOMENTO

$$0.50(X - 3) \left(\frac{X - 3}{2} \right) + 1.20(X - 2) - 0.50(X) + M = 0$$

$$M = -0.50(X - 3) \left(\frac{X - 3}{2} \right) - 1.20(X - 2) + 0.50(X)$$

CORTE 9 -9'

$$6 \leq X \leq 8$$



N - NORMAL

$$N + 2.26 = 0$$

$$N = -2.26$$

V - CORTE

$$0.50 - 1.20 - 1.50 + V = 0$$

$$V = -0.50 + 1.20 + 1.50$$

$$V = 2.20$$

M-MOMENTO

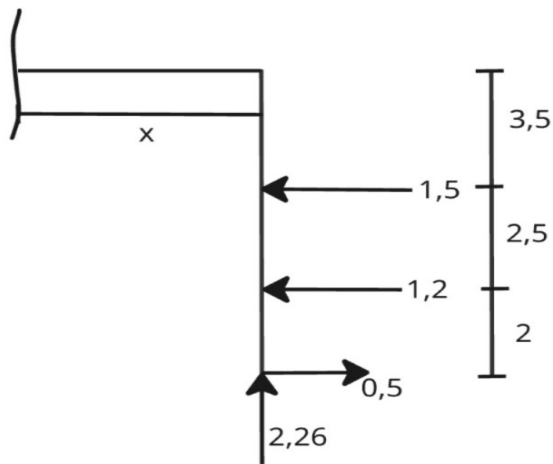
$$-0.50(X) + 1.20(X - 2) - 1.50(X - 4.50) + M = 0$$

$$M = 0.50(X) - 1.20(X - 2) + 1.50(X - 4.50)$$

X	N	V	M
6	-2.26	2.20	4.05
7	-2.26	2.20	-6.25
8	-2.26	2.20	-8.45

CORTE 10 -10'

$$0 \leq X \leq 4$$

**N - NORMAL**

$$N + 1.50 + 1.20 - 0.50 = 0$$

$$N = -1.50 - 1.20 + 0.50$$

$$N = -2.20$$

V - CORTE

$$2.26 - V = 0$$

$$V = -2.26$$

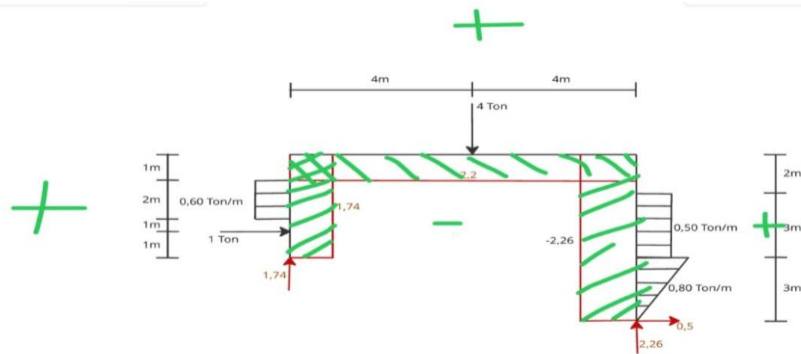
M-MOMENTO

$$-2.26(x) - 0.50(8) + 1.20(6) + 1.50(3.5) + M = 0$$

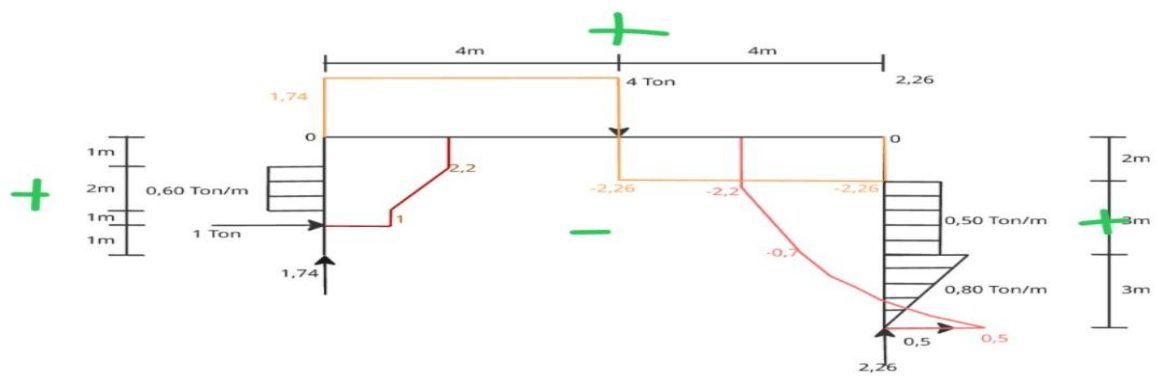
$$M = 2.26(x) + 0.50(8) - 1.20(6) - 1.50(3.5)$$

X	N	V	M
0	-2.20	2.26	-8.45
1	-2.20	2.26	-6.19
2	-2.20	2.26	-3.93
3	-2.20	2.26	-1.67
4	-2.20	2.26	0.59

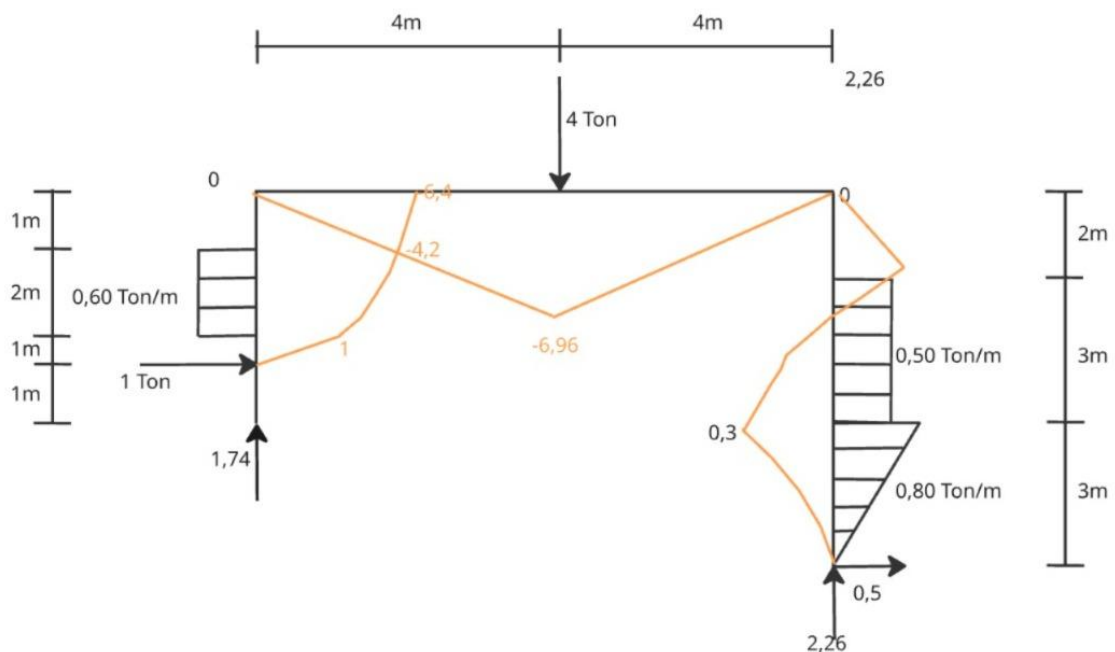
NORMAL



CORTANTE



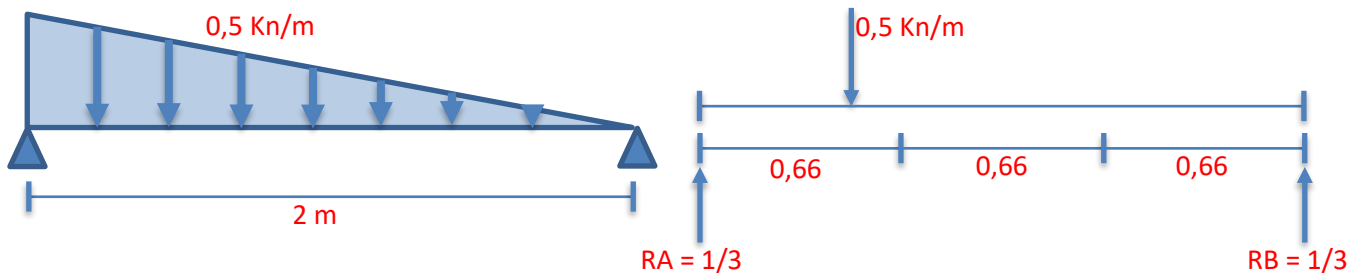
MOMENTO



4.17.3. Ejercicio de Aplicación 4

Datos

- Longitud: 2,00 m
- Carga: 0,5 Kn/m
- $8EI$: 1200 kn-m²



$$W = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 2 \times 0,5 = 0,5 \text{ kn}$$

Ecuación matricial de rigidez

La relación entre los momentos (M_1 Y M_2) y las rotaciones (θ_1 y θ_2) se expresa como:

M_1	=	K_{11}	K_{12}	θ_1
M_2		K_{21}	K_{22}	θ_2

=	$\frac{4EI}{L}$	$\frac{2EI}{L}$	=	2400	1200
	$\frac{2EI}{L}$	$\frac{4EI}{L}$		1200	2400

$$K_{11} = K_{22} = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \cdot 1200}{2} = 2400$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{2EI}{L} = \frac{2 \cdot 1200}{2} = 1200$$

Elemento	Inicial	Final		
	1	2		
	2400	1200	1	Inicial
	1200	2400	1	Final

Ensamblaje

$$f = k * d$$

Esta matriz, resultado de la inversa debe ser su multiplicado por las cargas para esto debe convertirse en un vector ficticio, (es un artificio)

Fuerza	F3	0,1	Estado 1
	F6	-0,066667	

$$M = \frac{W * L^2}{20} = 0,1$$

Fuerza	F3	-0,1	Estado 2
	F6	0,066667	

$$M = \frac{-W * L^2}{30} = -0,066667$$

Todos los resultados del Estado 2 y realiza la multiplicación K (inversa) * Fuerza del Estado 2

K inversa					Fuerza del estado 2	
0,000556	-0,000278	*	F3	-0,1	-0,000074	Rot
-0,000278	0,000556		F6	0,066667	0,000315	Rot

$$- |A| = (2400 * 2400) - (1200 * 1200) = 1920000$$

2400	-1200	*	$\frac{2400}{4320000}$	$\frac{-1200}{4320000}$	=	0,000556
-1200	2400		$\frac{-1200}{4320000}$	$\frac{2400}{4320000}$		

-2400	1200	*	$\frac{-2400}{4320000}$	$\frac{1200}{4320000}$	=	-0,000278
1200	-2400		$\frac{1200}{4320000}$	$\frac{-2400}{4320000}$		

0,000556	-0,000278	*	-0,1	=	0,000074
-0,000278	0,000556		0,066667		

-0,000556	0,000278	*	0,1	=	0,000315
0,000278	-0,000556		-0,066667		

Luego se debe de realizar el cálculo de momentos, tomando la suma del vector fuerza inicial. En donde se tiene que multiplicar la matriz de rigidez por el resultado anterior.

0,1	sume	2400		1200	multiplicar	-0,000074
-0,066667		1200		2400		0,000315

0,1
-0,066667

2400	1200	*	-0,000074	=	0,2004
1200	2400		0,000315		

2400	1200	*	-0,000074	=	0,6672
1200	2400		0,000315		

0,1	-	0,2004	=	0,3004
-0,066667	+	0,6672	=	0,00053

Comprobación del cálculo de la rotación

$$\theta_1 = \frac{7 \times w \times l^3}{360 EI} = \frac{7 \times 0,5 \times 2^3}{360 \times 1200} = 0,000065$$

$$\theta_2 = \frac{w \times l^3}{45 EI} = \frac{0,5 \times 2^3}{45 \times 1200} = 0,000074$$

Significado físico de la rotación

La matriz de rigidez relacionada a los momentos con la rotación

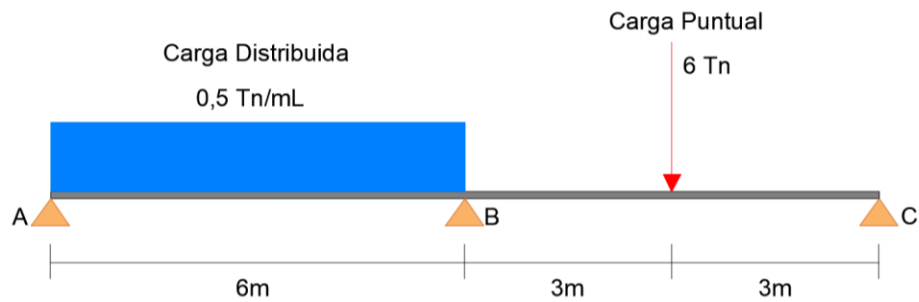
M1	K11	K12	*	θ 1	=
M2	K21	K22		θ 2	

M1	2400	1200	*	0,000065	=	0,2448
M2	1200	2400		0,000074		0,2556

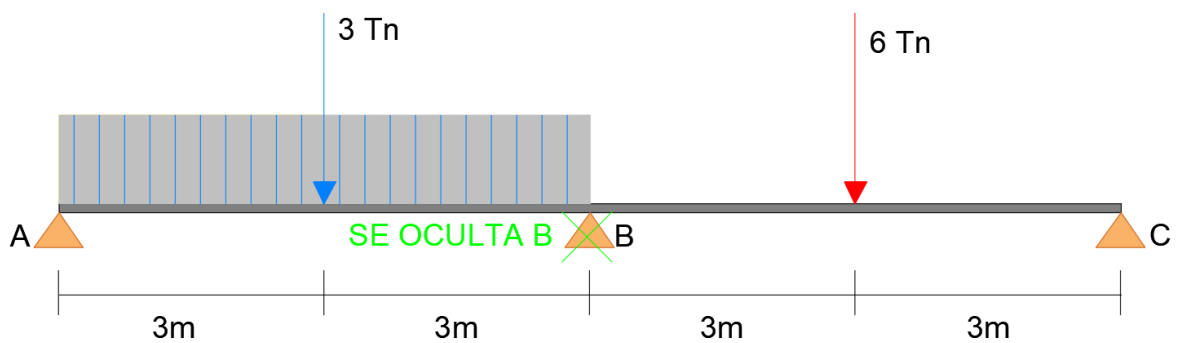
4.18. Viga hiperestática

4.18.1. Ejercicio de Aplicación 5

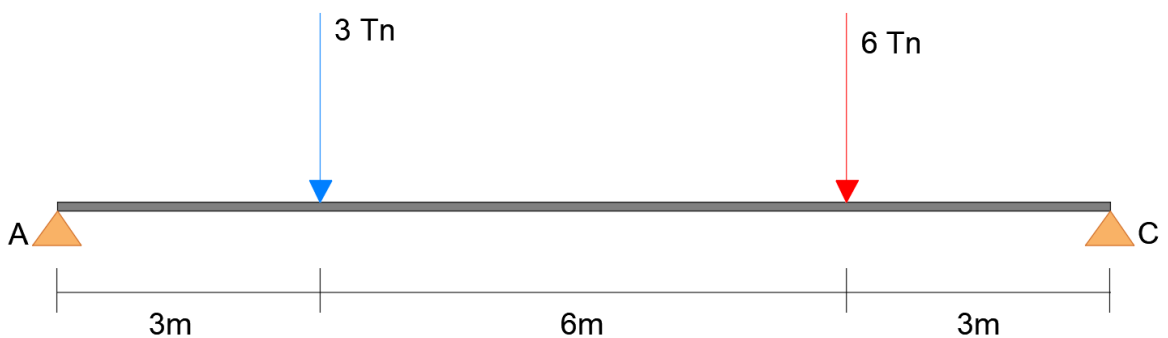
Resolución de una viga hiperestática utilizando el método de fuerzas



Transformamos la viga hiperestática en una viga isostática.



Planteando el ejercicio con las cargas puntuales y sin el apoyo en B.



Primero se saca reacciones, empezamos sacando momento M_{Ay} para eliminar una de las incógnitas.

$$-3Tn(3m) - 6Tn(9m) + R_{cy}(12) = 0$$

$$12R_{cy} - 63 = 0$$

$$R_{cy} = \frac{63}{12}$$

$$R_{cy} = 5,25Tn$$

Encontramos la siguiente incógnita que es R_{Ay}

$$R_{Ay} - 3Tn - 6Tn + R_{By} = 0$$

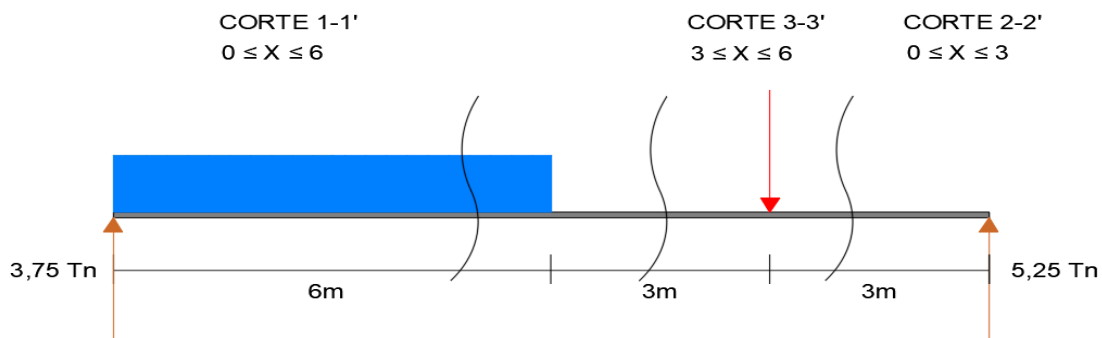
$$R_{Ay} = 9Tn - R_{By}$$

Con esa ecuación podemos reemplazar R_{By} y encontrar R_{Ay}

$$R_{Ay} = 9Tn - 5,25Tn$$

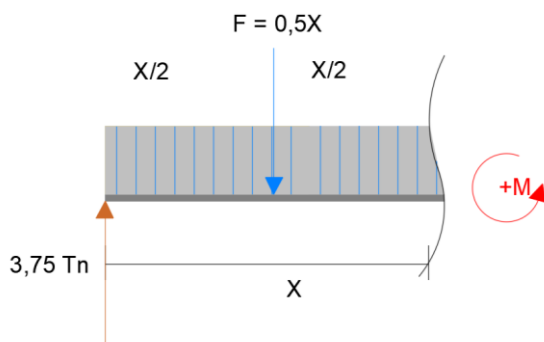
$$R_{Ay} = 3,75Tn$$

Seguidamente, definimos las secciones y los intervalos por analizar, obteniendo el siguiente planteamiento



CORTE 1-1'

$$0 \leq X \leq 6$$



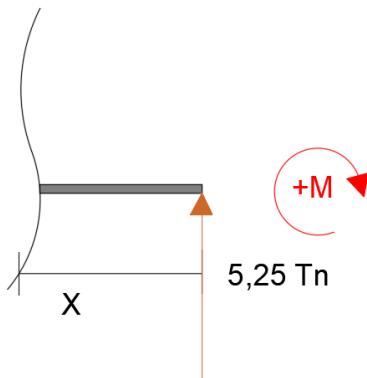
Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

$$-3,75(x) + 0,25x^2 + M = 0$$

$$M1 = 3,75(x) - 0,25x^2$$

CORTE 2-2'

$$0 \leq X \leq 3$$

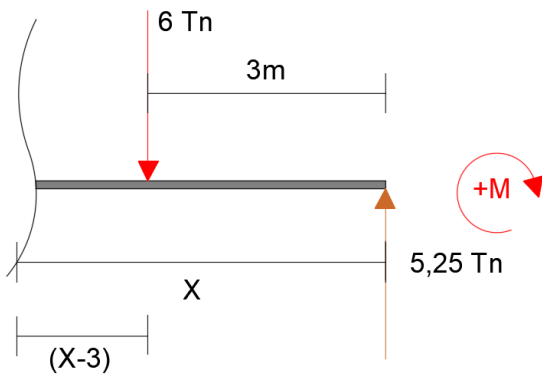


Se continúa el método de secciones, considerando que la viga se evaluara desde el lado derecho.
Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

$$\begin{aligned} -5,25(x) + M &= 0 \\ \mathbf{M} &= \mathbf{5,25(x)} \end{aligned}$$

CORTE 3-3'

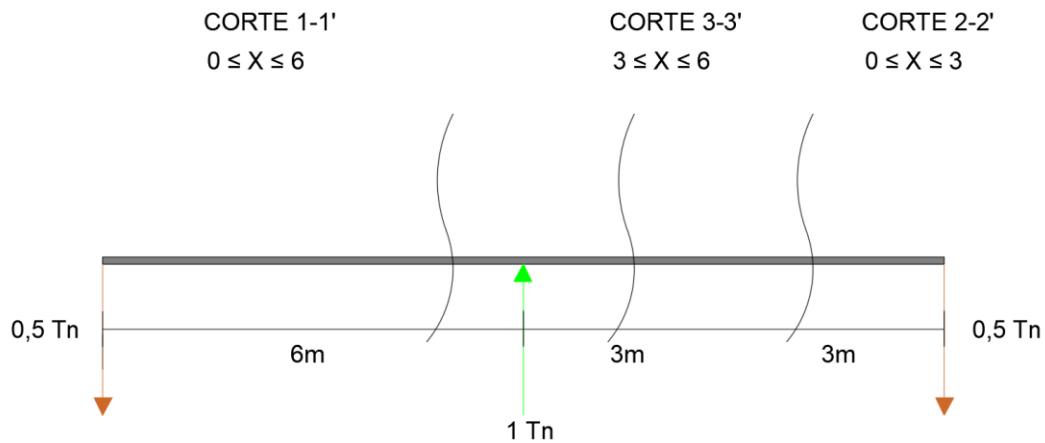
$$3 \leq X \leq 6$$



Para la ecuación del Momento (M)

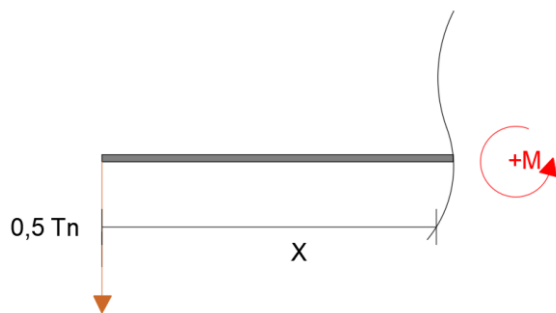
$$\begin{aligned} -5,25(x) + 6(x - 3) + M &= 0 \\ M &= 5,25(x) - 6(x - 3) \\ M &= 5,25(x) - 6(x) + 18 \\ \mathbf{M} &= \mathbf{-0,75(x) + 18} \end{aligned}$$

Después se calcula nuevamente los cortes, pero con la imposición del peso unitario
Quedando planteado de la siguiente manera



CORTE 1-1'

$$0 \leq X \leq 6$$



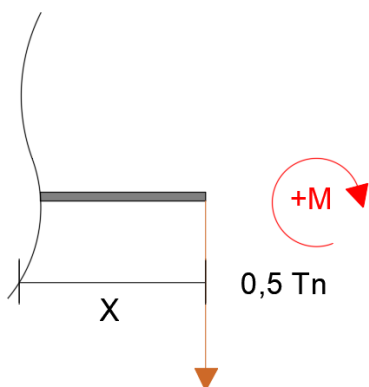
Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

$$0,50(x) + M = 0$$

$$m1 = -0,50(x)$$

CORTE 2-2'

$$0 \leq X \leq 3$$



Se continúa el método de secciones, considerando que la viga se evaluara desde el lado derecho.

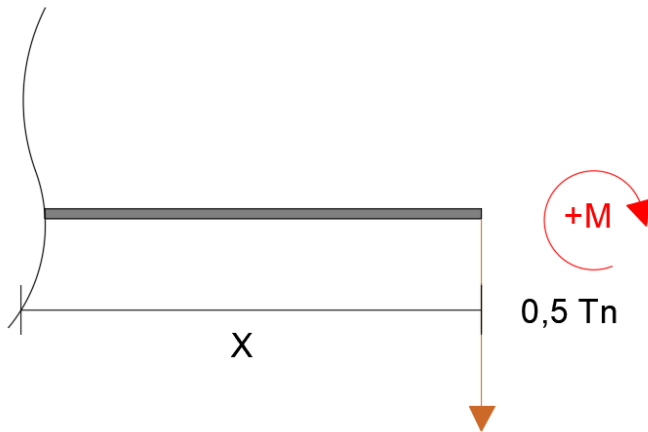
Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

$$0,50(x) + M = 0$$

$$m2 = -0,50(x)$$

CORTE 3-3'

$$3 \leq X \leq 6$$



Para la ecuación del Momento (M)

$$0,50(x) + M = 0$$

$$m3 = -0,50(x)$$

Cálculo de las deformaciones

$$\Delta_{,,} = \int_0^L \frac{Mm}{EI} dx$$

$$\Delta_{,,} = \frac{1}{EI} \left[\int_0^6 (3,75x - 0,25x^2)(-0,5x) dx + \int_0^3 (5,25x)(-0,5x) dx + \int_3^6 (-0,75x + 18)(-0,5x) dx \right]$$

Primera integral

$$\int_0^6 (3,75x - 0,25x^2)(-0,5x) dx$$

$$\int_0^6 (-1,875x^2 + 0,125x^3) dx$$

$$\frac{-1,875x^3}{3} + \frac{0,125x^4}{4} + C$$

$$\left[\frac{-1,875(6)^3}{3} + \frac{0,125(6)^4}{4} \right] - \left[\frac{-1,875(0)^3}{3} + \frac{0,125(0)^4}{4} \right] = -94,50$$

Segunda integral

$$\int_0^3 (5,25x)(-0,5x) dx$$

$$\int_0^3 (-2,625x^2) dx$$

$$\frac{-2,625x^3}{3} + C$$

$$\left[\frac{-2,625(3)^3}{3} \right] - \left[\frac{-2,625(0)^3}{3} \right] = -23,625$$

Tercera integral

$$\begin{aligned} & \int_3^6 (-0,75x + 18)(-0,5x) dx \\ & \int_3^6 (0,375x^2 - 9x) dx \\ & \frac{0,375x^3}{3} + \frac{9x^2}{2} + C \\ & \left[\frac{0,375(6)^3}{3} - \frac{9(6)^2}{2} \right] - \left[\frac{0,375(3)^3}{3} - \frac{9(3)^2}{2} \right] = -135 - (-37,125) = -97,875 \end{aligned}$$

Reemplazando los valores

$$\begin{aligned} \Delta_{,,} &= \frac{1}{EI} [(-94,50) + (-23,625) + (-97,875)] \\ \Delta_{,,} &= \frac{-216}{EI} \end{aligned}$$

Ecuaciones de compatibilidad

$$\begin{aligned} \delta_{,,} &= \int_0^L \frac{(m)(m')}{EI} \\ \delta_{,,} &= \frac{1}{EI} \left[\int_0^6 (-0,50x)(-0,50x) dx + \int_0^3 (-0,50x)(-0,50x) dx \right] \int_3^6 (-0,50x)(-0,50x) dx \end{aligned}$$

Primera integral

$$\begin{aligned} & \int_0^6 (-0,50x)(-0,50x) dx \\ & \int_0^6 0,25x^2 dx \\ & \frac{0,25x^3}{3} + C \\ & \left[\frac{0,25(6)^3}{3} \right] - \left[\frac{0,25(0)^3}{3} \right] = 8 \end{aligned}$$

Segunda integral

$$\begin{aligned} & \int_0^3 (-0,50x)(-0,50x) dx \\ & \int_0^3 0,25x^2 dx \\ & \frac{0,25x^3}{3} + C \\ & \left[\frac{0,25(3)^3}{3} \right] - \left[\frac{0,25(0)^3}{3} \right] = 2,25 \end{aligned}$$

Tercera integral

$$\int_3^6 (-0,50x)(-0,50x)dx$$

$$\int_3^6 0,25x^2 dx$$

$$\frac{0,25x^3}{3} + C$$

$$\left[\frac{0,25(6)^3}{3} \right] - \left[\frac{0,25(3)^3}{3} \right] = 18 - 2,25 = 15,75$$

Reemplazando los valores

$$\delta_{,,} = \frac{1}{EI} [18 + 2,25 + 15,75]$$

$$\delta_{,,} = \frac{36}{EI}$$

Cálculo de la incógnita

$$\Delta_{,,} + XB(\delta_{,,}) = 0$$

Reemplazando los datos ya obtenidos

$$-\frac{216}{EI} + XB \left(\frac{36}{EI} \right) = 0$$

$$-\frac{216}{EI} + XB \left(\frac{36}{EI} \right) = 0$$

Al estar todo sobre (EI) se multiplica por ese valor, obteniendo la siguiente ecuación

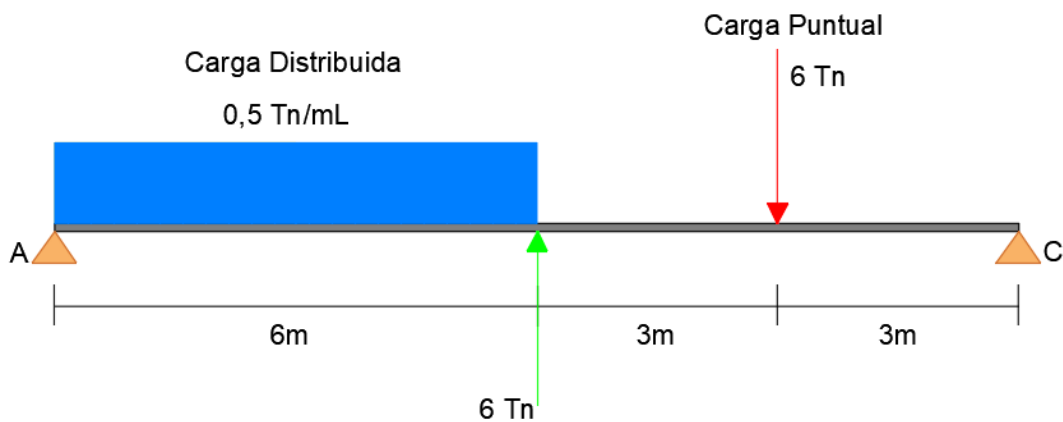
$$-216 + XB(36) = 0$$

$$XB(36) = 216$$

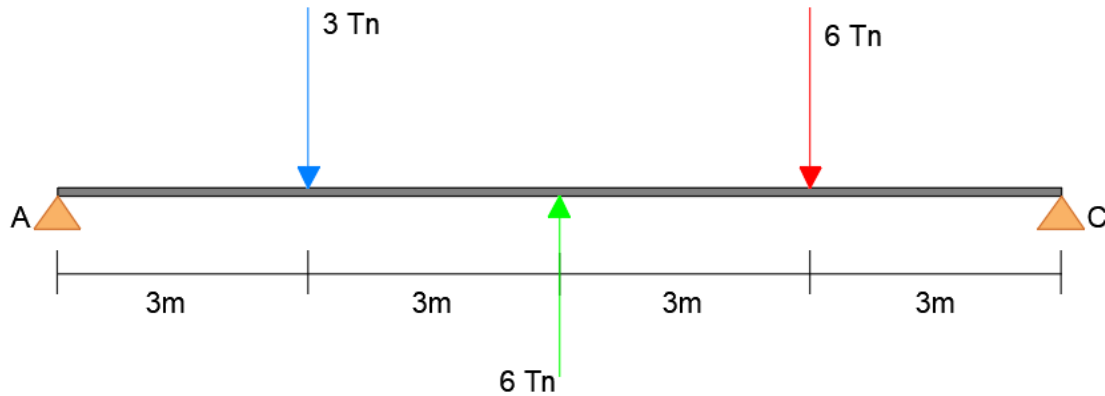
$$XB = \frac{216}{36}$$

$$XB = 6$$

Una vez obtenido el valor de la incógnita se tiene el siguiente grafico



Planteando el ejercicio de la siguiente manera con las cargas puntuales.



Se vuelve a calcular las reacciones, empezamos sacando momento M_{Ay} para eliminar una de las incógnitas.

$$\begin{aligned}
 -3Tn(3m) + 6Tn(6m) - 6Tn(9m) + R_{cy}(12) &= 0 \\
 12R_{cy} - 27 &= 0 \\
 R_{cy} &= \frac{27}{12} \\
 \mathbf{R_{cy} = 2,25Tn}
 \end{aligned}$$

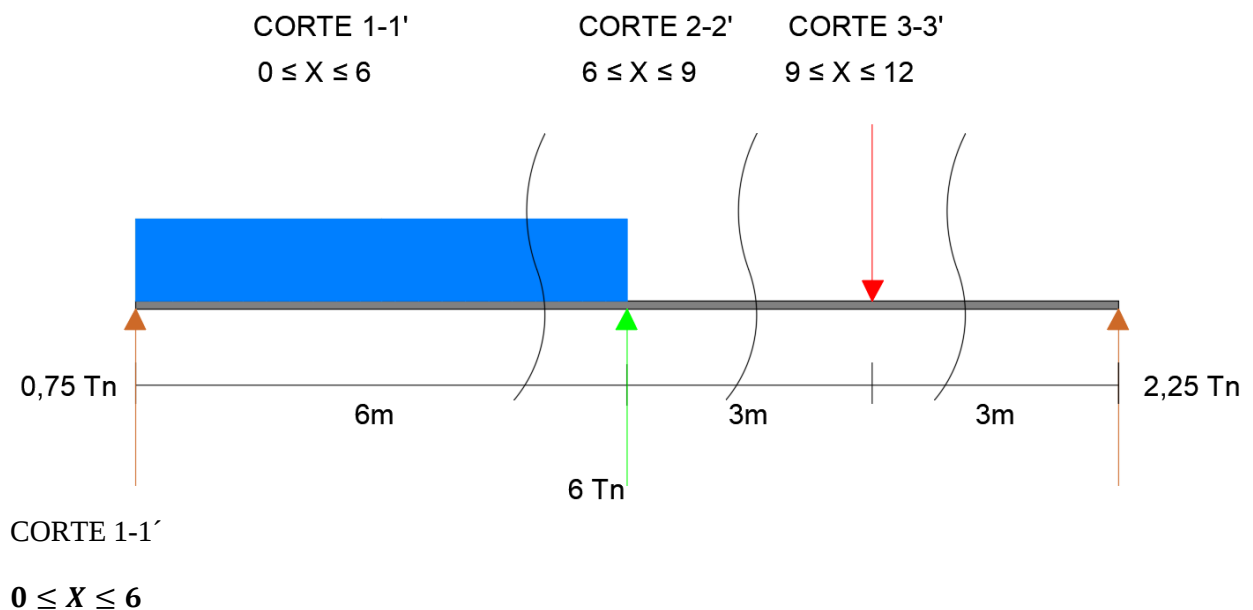
Encontramos la siguiente incógnita que es R_{Ay}

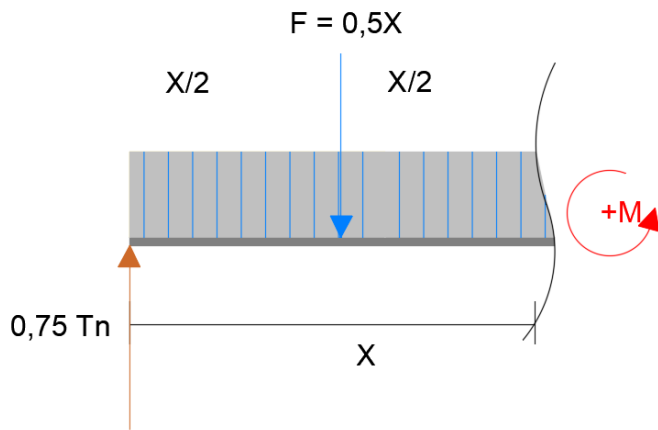
$$\begin{aligned}
 R_{Ay} - 3Tn + 6Tn - 6Tn + R_{By} &= 0 \\
 R_{Ay} &= 3Tn - R_{By}
 \end{aligned}$$

Con esa ecuación podemos reemplazar R_{By} y encontrar R_{Ay}

$$\begin{aligned}
 R_{Ay} &= 3Tn - 2,25Tn \\
 \mathbf{R_{Ay} = 0,75Tn}
 \end{aligned}$$

Seguidamente, definimos las secciones y los intervalos por analizar, obteniendo el siguiente planteamiento





Se aplica el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

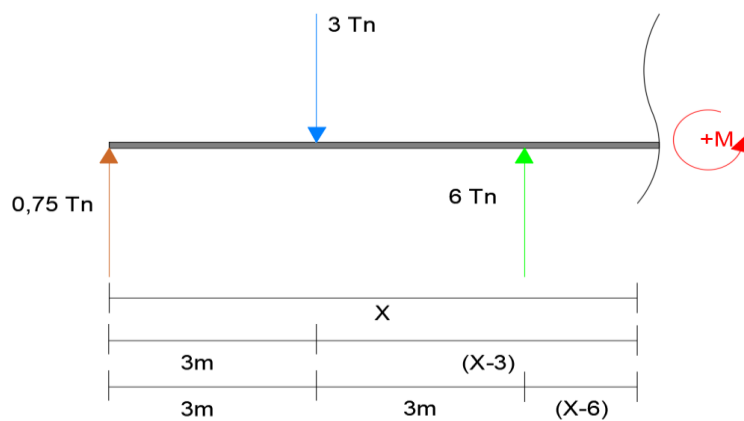
$$-0,75(x) + 0,25x^2 + M = 0$$

$$\mathbf{M = 0,75(x) - 0,25x^2}$$

X	M
0 m	0
1 m	0,50
2 m	0,50
3 m	0
4 m	-1,00
5 m	-2,50
6 m	-4,50

CORTE 2-2'

$$6 \leq X \leq 9$$



Se continúa el método de secciones, cortando la viga en la distancia x para aplicar la ecuación del Momento (M)

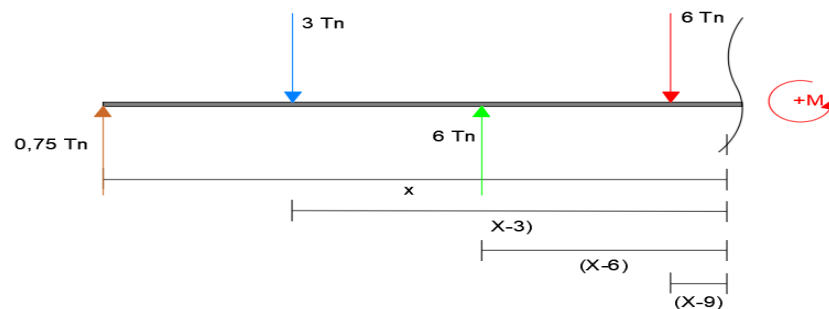
$$-0,75(x) + 3(x - 3) - 6(x - 6) + M = 0$$

$$M = 0,75(x) - 3(x - 3) + 6(x - 6)$$

X	M
6 m	-4,50
7 m	-0,75
8 m	3,00
9 m	6,75

CORTE 3-3'

$$9 \leq X \leq 12$$



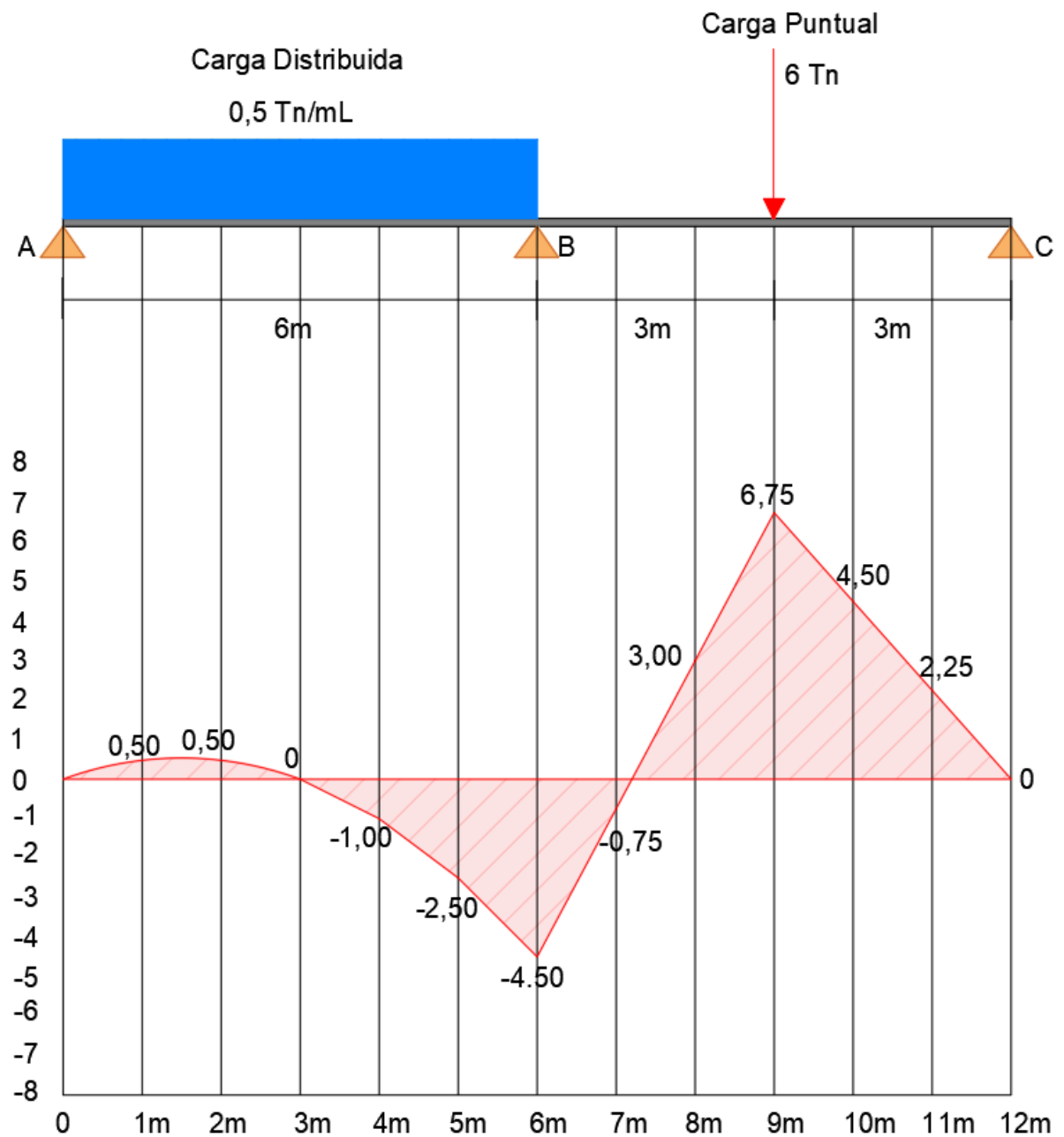
Para la ecuación del Momento (M)

$$-0,75(x) + 3(x - 3) - 6(X - 6) + 6(X - 9) + M = 0$$

$$M = +0,75(x) - 3(x - 3) + 6(X - 6) - 6(X - 9)$$

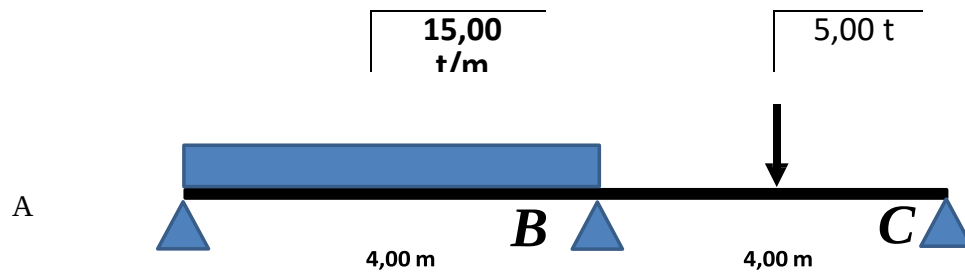
X	M
9 m	6,75
10 m	4,50
11 m	2,25
1 m	0

Una vez obtenido todos los valores en cada tramo de la viga, se grafica el diagrama de momento, usando los resultados de cada tramo de la viga.

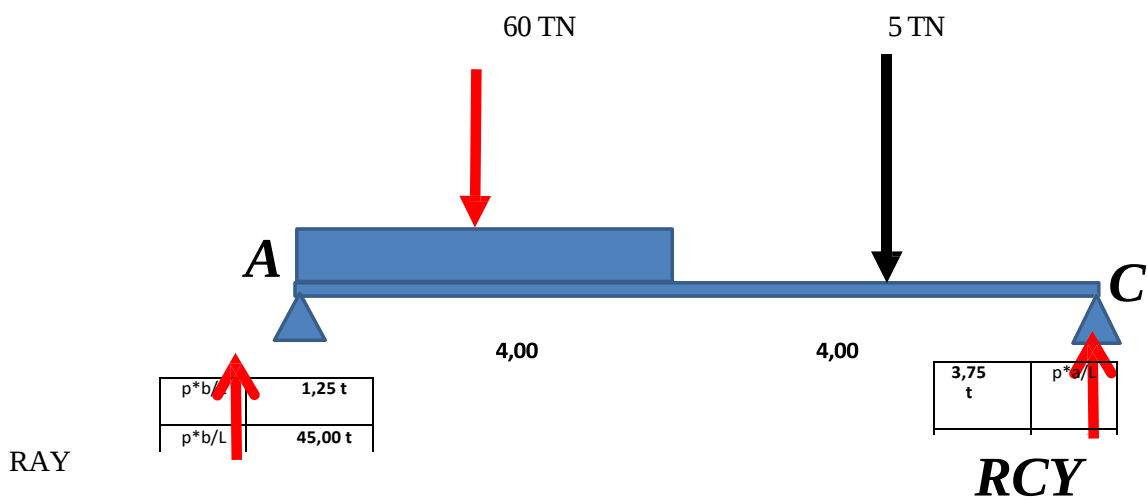


Momento en el centro del apoyo intermedio, -4,50.

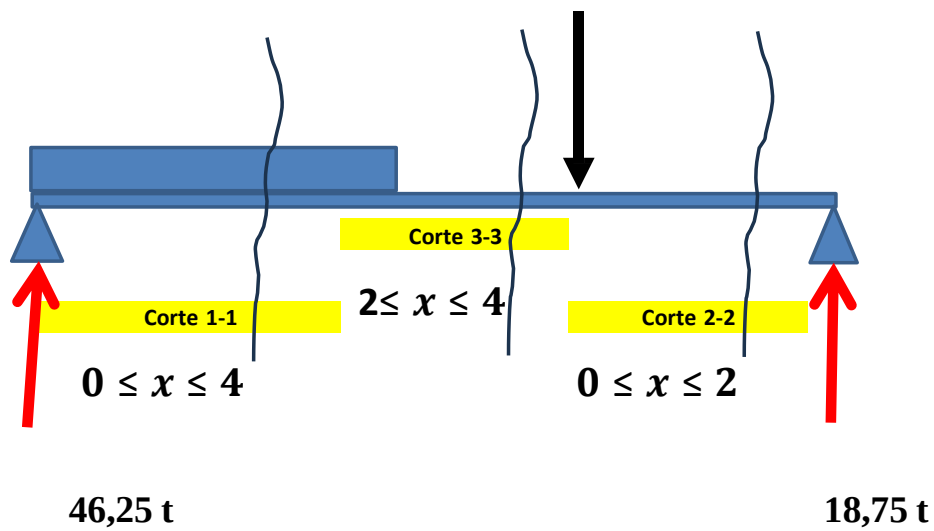
4.18.2. Ejemplo Método de flexibilidad 3



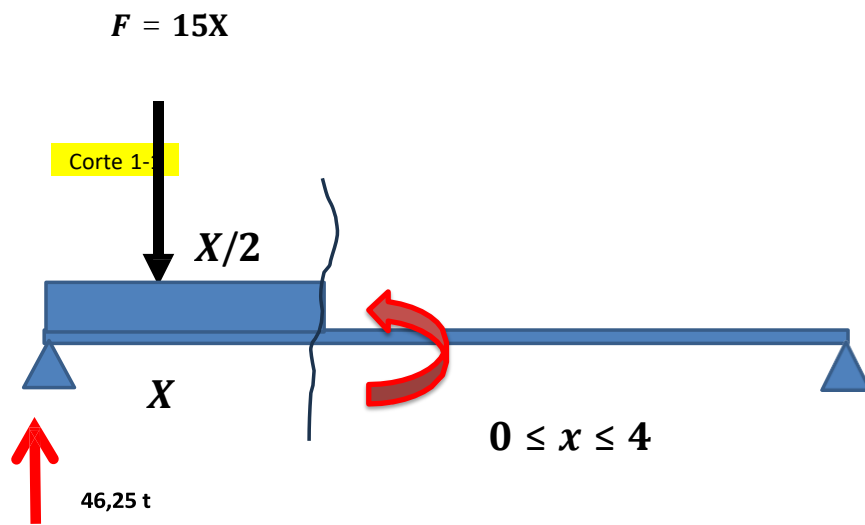
1.- Transformar la viga hiperestática en una viga isostática



2.- Principio de Trabajo virtual - calcular ecuaciones de momento.



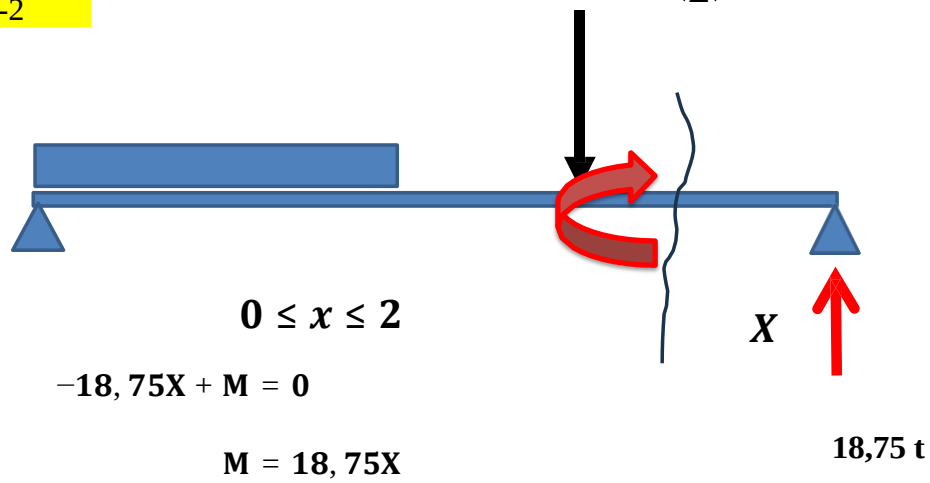
Corte 1-1



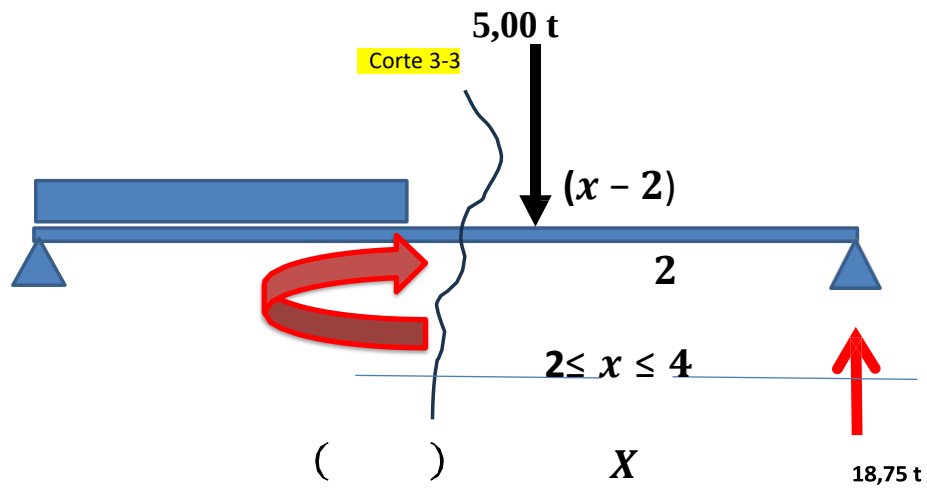
$$-46,25X + 15X \left(\frac{X}{2} \right) - M = 0$$

$$M = 46,25X - 15X \left(\frac{X}{2} \right)$$

Corte 2-2



Corte 3-3

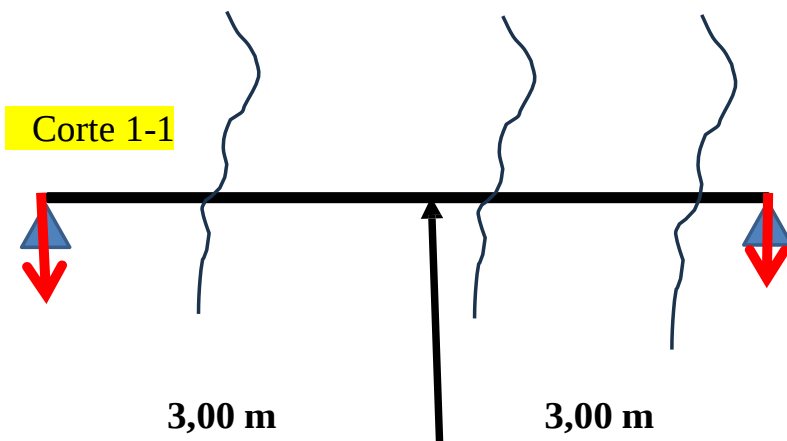


$$M = 18,75X - 5(x - 2)$$

$$M = 18,75X - 5x + 10$$

$$M = 13,75X + 10$$

ESTADO 1



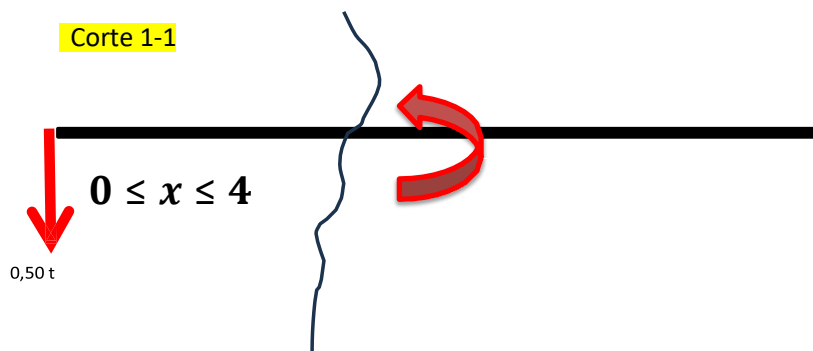
$p \cdot b/L$	0,5
---------------	-----

0,50 t

$p \cdot b/L$	0,5
---------------	-----

RCY

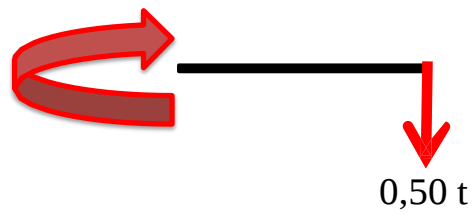
RAY



$$0,50X + M = 0$$

$$m_1 = -0,50X$$

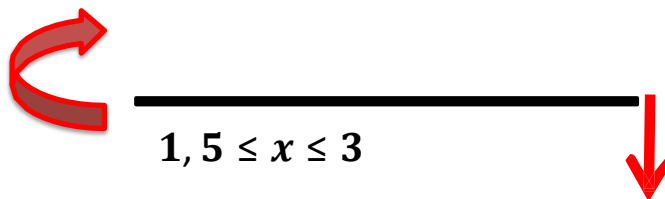
Corte 2-2



$$0,50X + M = 0$$

$$m_1 = -0,50X$$

Corte 3-3



$$0,50X + M = 0$$

$$m_1 = -0,50X$$

ESTADO 1 CALCULOS DE LAS DEFORMACIONES

$$\Delta_{11} = \int_0^L \frac{M_0 m_1}{EI} dx$$

$$\Delta_{11} = \int_0^4 \frac{(46,25X - 15X(X/2))(-0,50X)}{EI} dx + \int_0^2 \frac{(18,75X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_2^4 \frac{(13,75X + 10)(-0,50X)}{EI} dx = -\frac{436,67}{EI}$$

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

$$\delta_{11} = \int_0^L \frac{(m_1)(m_1)}{EI} dx = \int_0^4 \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_0^2 \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_2^4 \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx = \frac{10,67}{EI}$$

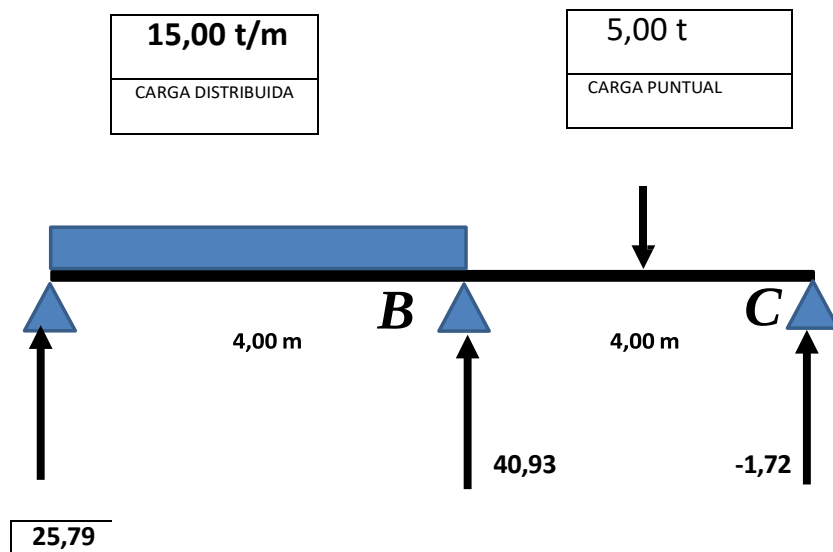
CÁLCULO DE LA INCOGNITA

$$\Delta_{11} + X \delta_{11} = 0$$

$$-\frac{436,67}{EI} + X \frac{10,67}{EI} = 0$$

$X = 40,93 \text{ T}$ (REACCIÓN RBY)

3. Cálculo del resto de reacciones:



$$+\circlearrowleft \sum MA = 0$$

$$-60(2) + 40,93(4) - 5(6) + C(8) = 0$$

$$C(8) = -13,92$$

$$\uparrow C = -1,72 \Rightarrow \downarrow C = 1,72$$

$$\sum Fy = 0$$

$$A - 60 + 40,93 - 5 - 1,72 = 0$$

$$A = 25,79$$

4. Cálculo de momento en el centro

$$0 \leq x \leq 4$$

$$-31,72X + 7,5(x^2) + M = 0$$

$$M = 31,72x - 7,5x^2$$

$$M = 31,72X - 7,5x^2$$

$$4 \leq x \leq 6$$

$$-25,78X + 60(X - 2) - 40,93(X - 4) + M = 0$$

$$M = 25,78X - 60(X - 2) + 40,93(X - 4)$$

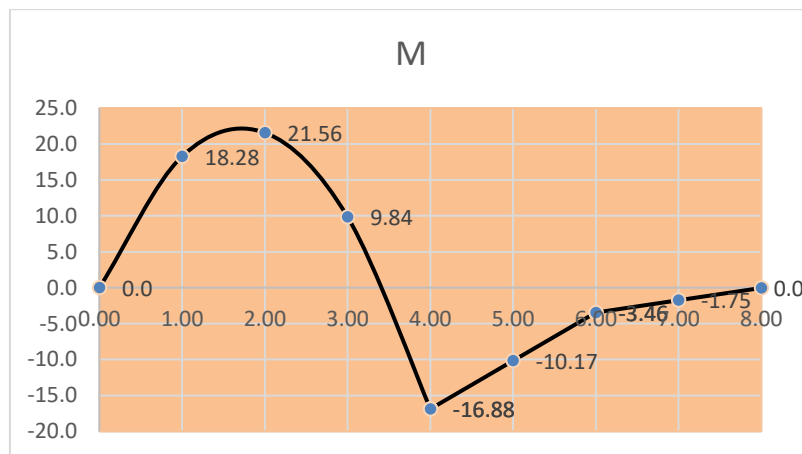
$$6 \leq x \leq 8$$

$$-25,78X + 60(X - 2) - 40,93(X - 4) + 5(X - 6) + M = 0$$

$$M = 25,78X - 60(X - 2) + 40,93(X - 4) - 5(X - 6)$$

Para poder graficar remplazamos en las ecuaciones de momento obtenemos el siguiente gráfico.

Momento en el centro del apoyo intermedio.



X	M
0,00	0,0
1,00	18,28
2,00	21,56
3,00	9,84
4,00	-16,88
4,00	-16,88
5,00	-10,17
6,00	-3,46
6,00	-3,46
7,00	-1,75
8,00	0,0

4.19. Método de tres momentos

4.19.1. Ejercicio práctico 4

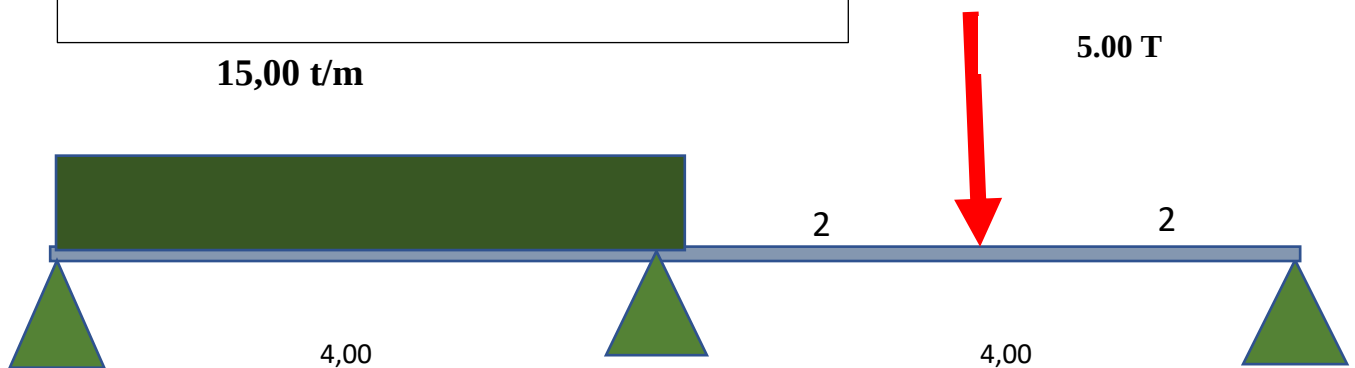
Carga 1	15,00 t/m carga uniformemente repartida
Carga 2	5,00 carga
Longitud 1	4,00 m
Longitud 2	4,00 m

Formula que vamos a aplicar para este método es:

$$M1 * L1 + 2M2 * (L1 + L2) + M3 * L2 = -\left(\frac{6A1 * a1}{l1}\right) - \left(\frac{6A2 * a2}{l2}\right)$$

Métodos de Áreas

EMPESAMOS, encontrando a que distancia esta la carga puntual entonces $\frac{4}{2} = 2$ entonces sabemos que la carga puntual está ubicada a 2 de metros de la reacción.



Descomposición en estados estáticos

Tramo 1

Encontramos reacciones: $\frac{15,00 * 4,00}{2,00} = 30,00T$

Datos	
Carga	15,00 t/m
Longitud	4,00 m
Momento (base)	30,00 t-m b

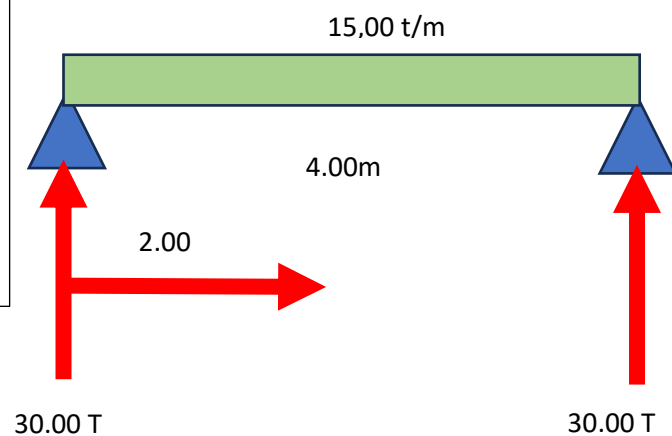
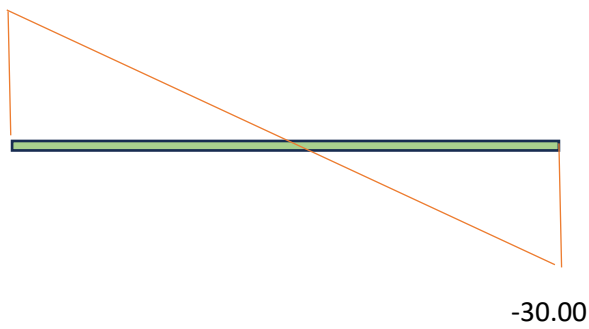


Gráfico de Diagrama de corte

30.00 T



$$A = \frac{2}{3}(b * h)$$

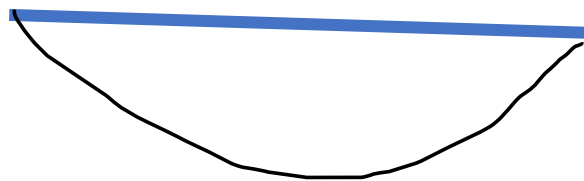
$$A = \frac{2}{3} * 30 * 4 = 80$$

Distancia **A1*a1**

$$80 * 2 = 160.00 \text{ t} - \text{m}^2$$

$$-\left(\frac{6A1 * a1}{l1}\right) = -\left(\frac{6 * 160}{4}\right) = 240.00 \text{ t} - \text{m}^2$$

Diagrama de Momento



(A) Área

Utilizamos el momento como base para calcular el área

Tramo 2 = Tramo 1

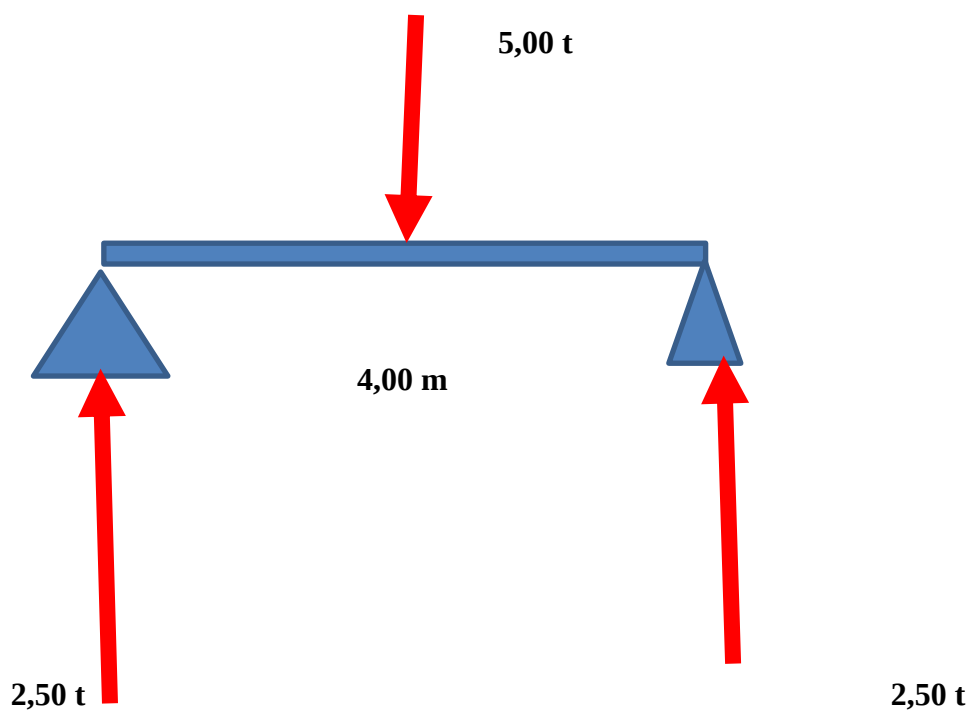
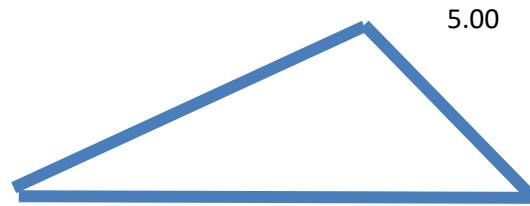


Diagrama de momento

$$\text{Área } A = (b \cdot h) / 2 = 10$$

$$A \text{ (distancia)} = 2$$

$$A1 \cdot a1 = 120.00 \text{ t-m}$$



$$-\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right) = 30.00 \text{ t-m}$$

A1 es el área de los momentos flectores

Resumen de:

$$\left(\frac{A1 \cdot a1}{l1}\right) = \left(\frac{6 \cdot 160}{4}\right) = 240.00 \text{ kg-m}^2$$

$$\left(\frac{A1 \cdot a1}{l1}\right) = \left(\frac{6 \cdot 160}{4}\right) = 240.00 \text{ kg-m}^2$$

$$M1 \cdot L1 = 0$$

$$2M2 \cdot (L1 + L2) =$$

$$M2 = 2 \cdot (4.00 + 4.00)$$

$$M2 = 16.00$$

$$-\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right) = -\left(\frac{6 \cdot 160}{4}\right) = -240.00 \text{ t-m}^2$$

$$-\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right) = -\left(\frac{6 \cdot 160}{4}\right) = -240.00 \text{ t-m}^2$$

$$M2 = \frac{-240 - 240}{16} = -16.875$$

Carga 1

15,00 t/m carga uniformemente repartida

Carga 2

5,00 carga

Longitud 1

4,00 m

Longitud 2

4,00 m

$$M_1 \cdot L_1 + 2M_2(L_1 + L_2) + M_3 \cdot L_2 = -R \cdot L$$

PARA CARGAS UNIFORMEMENTE REPARTIDA $R = 1/4 W \cdot L^3$

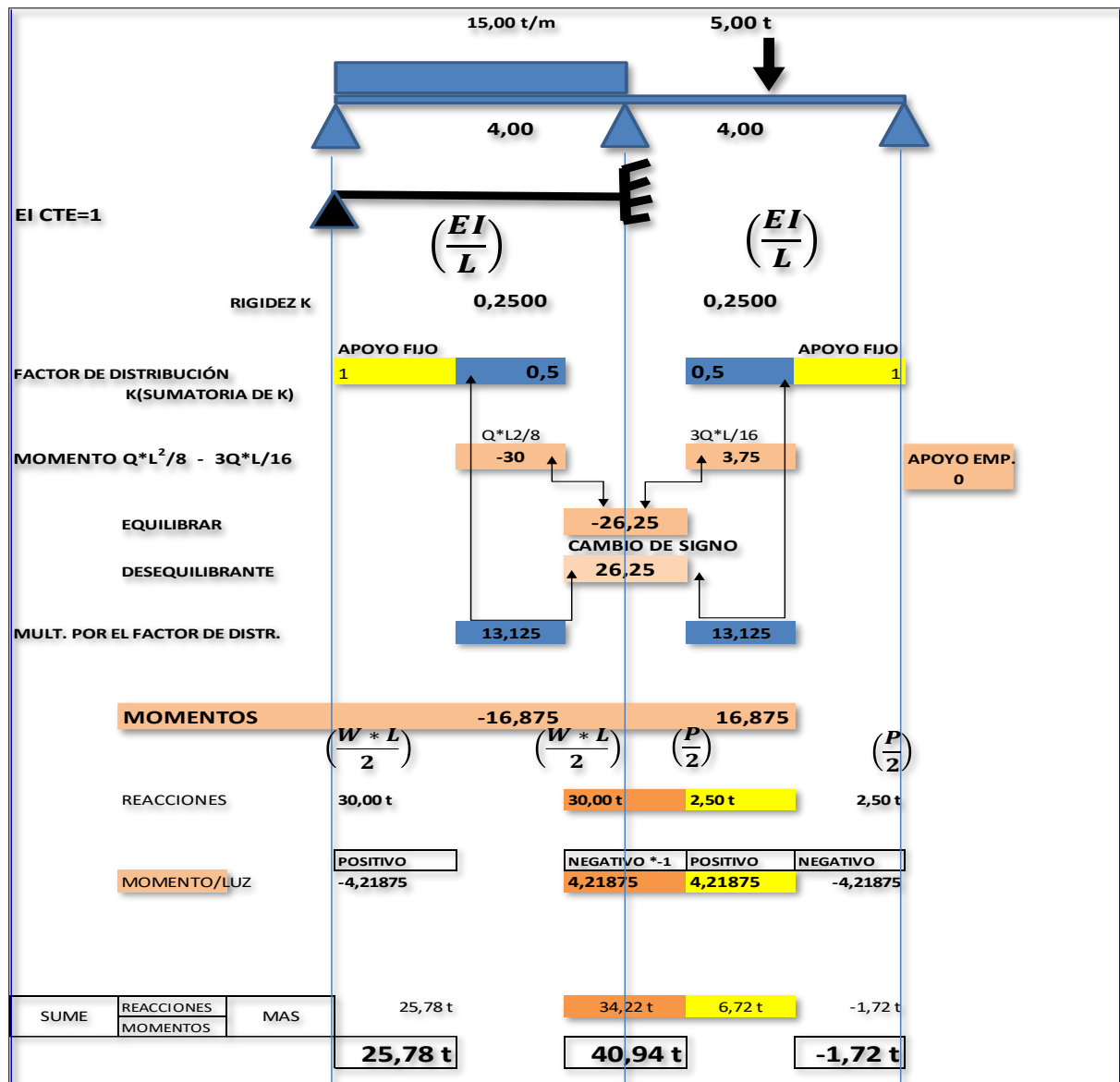
PARA CARGAS PUNTUALES $3/8 P \cdot L^2$

$$\frac{\left(\frac{1}{4} \cdot 15 \cdot 4^3\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot 5 \cdot 4^3\right)}{2 \cdot (4 + 4)} \cdot -1$$

$$MB = -16.8750$$

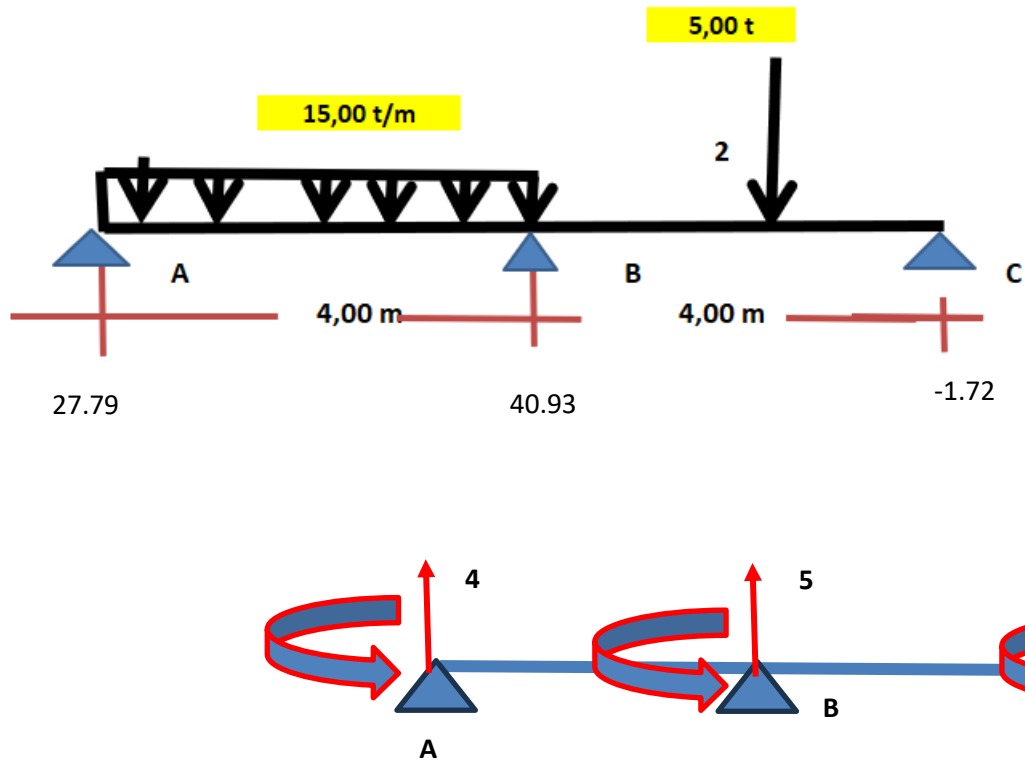
4.20. Método de Cross

4.20.1. Ejercicio de aplicación 6



Comprobación

Grafica final



Análisis de la primera columna

K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}
K_{21}	K_{22}	K_{23}	K_{24}
K_{31}	K_{32}	K_{33}	K_{34}
K_{41}	K_{32}	K_{43}	K_{44}

Para nuestra matriz de rigidez

$12E.I/ (L^3)$	$6E.I/ (L^2).$	$-12E.I/ (L^3).$	$6E.I/ (L^2).$
$6E.I/ (L^2)$	$4E.I/ (L).$	$-6E. I/ (L^2).$	$2E.I/ (L).$
$-12E.I/ (L^3)$	$-6E. I/ (L^2).$	$12E.I/ (L^3).$	$-6E. I/ (L^2).$
$6E.I/ (L^2)$	$2E.I/ (L).$	$-6E. I/ (L^2).$	$4E.I/ (L).$

DATOS

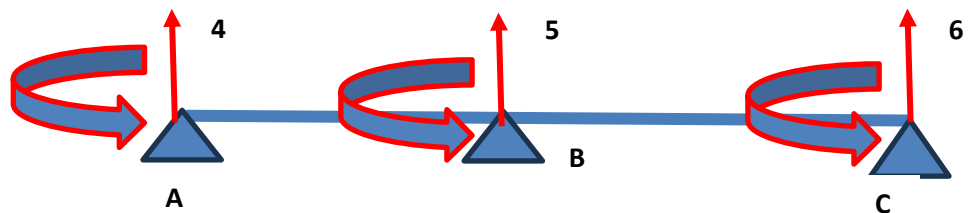
ELEMENTO	NUDO N	NUDO F	MODULO DE ELASTI- CIDAD	INERCIA	DISTANCIA
1	A	B	1	1	4.00
2	B	C	1	1	4.00

CALCULO DE ELEMTO 1

INICIAL		FINAL			
NY (reac- ción)	Nz (GIRO)	NY (reac- ción)	Nz (GIRO)		
4	1	5	2		
0.19	0.38	-0.19	0.38	Inicial	1
0.38	1.00	-0.38	0.50		2
-0.19	-0.38	0.19	-0.38	Final	3
0.38	0.50	-0.38	1.00		4

ELEMENTO 2

INICIAL		FINAL			
NY (reac- ción)	Nz (GIRO)	NY (reac- ción)	Nz (GIRO)		
5	2	6	3		
0.19	0.38	-0.19	0.38	Inicial	5
0.38	1.00	-0.38	0.50		2
-0.19	-0.38	0.19	-0.38	Final	6
0.38	0.50	-0.38	1.00		3



0
0
0

NUDO A		NUDO B		NUDO C			
1	2	3	4	5	6		
1.00	0.50	0.00	0.38	-0.38	0.00	NUDO A	1
0.50	2.00	0.50	0.38	0.00	-0.38		2
0.00	0.50	1.00	0.00	0.38	-0.38	NUDO B	3
0.38	0.38	0.00	0.19	-0.19	0.00		4
-0.38	0.00	0.38	-0.19	0.38	-0.19	NUDO C	5
0.00	-0.38	-0.38	0.00	-0.19	0.19		6

D1
D2
D3
0

Vector de fuerza de empotramiento

20.00t
-17.5t
-2.50t
30.00t
32.50t
2.50t

1.00	0.50	0.00	0.38	-0.38	0.00	-28.75	-20	-20
0.50	2.00	0.50	0.38	0.00	-0.38	17.50	17.5	17.50
0.00	0.50	1.00	0.00	0.38	-0.38	-6.25	2.5	2.50
0.38	0.38	0.00	0.19	-0.19	0.00	0	-4.29	4.22
-0.38	0.00	0.38	-0.19	0.38	-0.19	0	8.44	-8.44
0.00	-0.38	-0.38	0.00	-0.19	0.19	0	-4.22	4.22

MATRIZ K11(Kaa)

		1	2	3
K11=kaa=	1	1.00	0.50	0.00
	2	0.50	2.00	0.50
	3	0.00	0.50	1.00

Nota

nudos libres

son los únicos que pueden desplazarse

Multiplicado

K11(inversa)=

1	1.16666	-0.333333	0.1666667
2	-0.333333	0.6666666	-0.333333
3	0.166666	-0.333333	1.1666

Análisis de vector

$$\theta_3 = x(1-x/L)^2$$

$$\theta_6 = -x^2/L * (1-x/L)$$

Cargas calculadas

Carga 1

Cargas	Luz
15.00 kn/n	4.00

Cargas 2

Cargas	Luz
15.00 kn/n	4.00

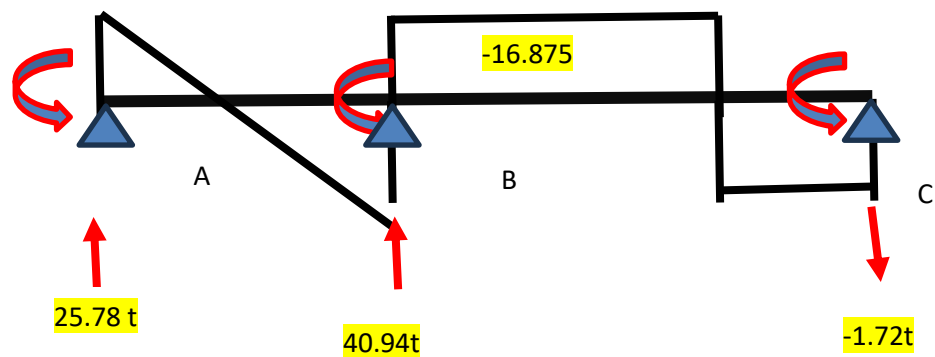
Matriz columna -kba

				4	5	6		
NY(reacción)	4	30.00	x	0.38	0.38	0.00	x	-28.750
NY (reacción)	5	32.5		-0.38	0.00	0.38		17.500
NY (reacción)	6	2.50		0.00	-0.38	-0.38		-6.250

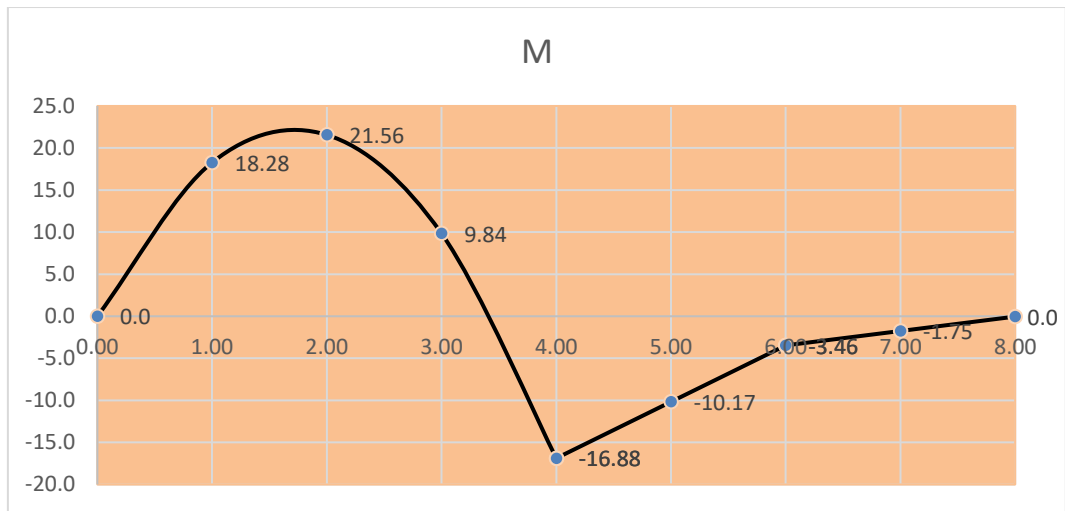
Resultado de las reacciones

NY(reacción)	4	30.00	MAS	-4.219	ES IGUAL	25.78Kn
NY(reacción)	5	32.50		8.4375		40.94Kn
NY(reacción)	6	2.50		-4.21875		-1.72Kn

Grafica de reacciones

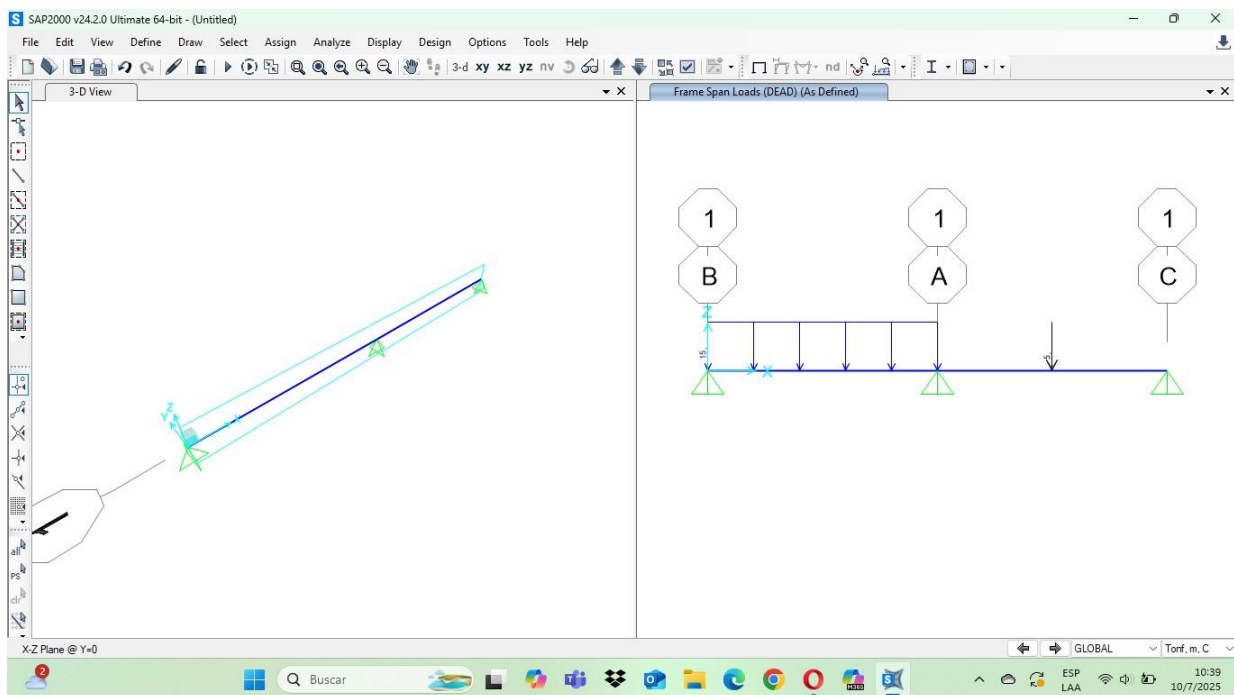


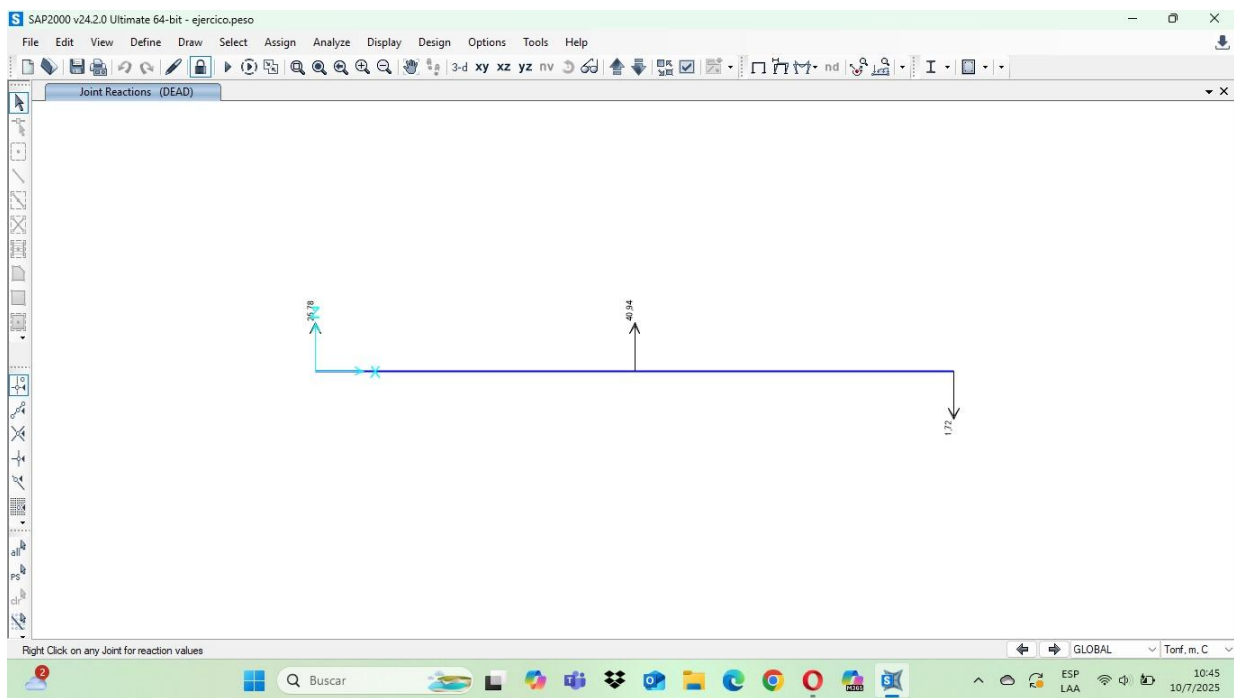
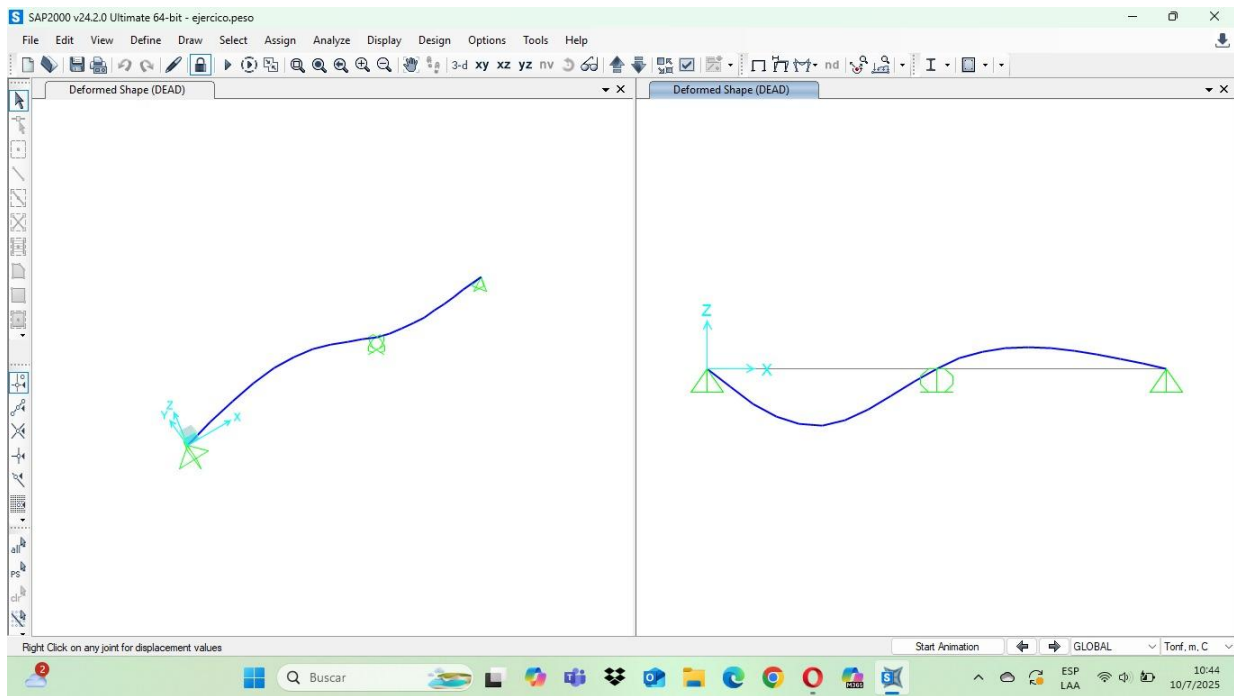
X	M
0,00	0,0
1,00	18,28
2,00	21,56
3,00	9,84
4,00	-16,88
4,00	-16,88
5,00	-10,17
6,00	-3,46
6,00	-3,46
7,00	-1,75
8,00	0,0

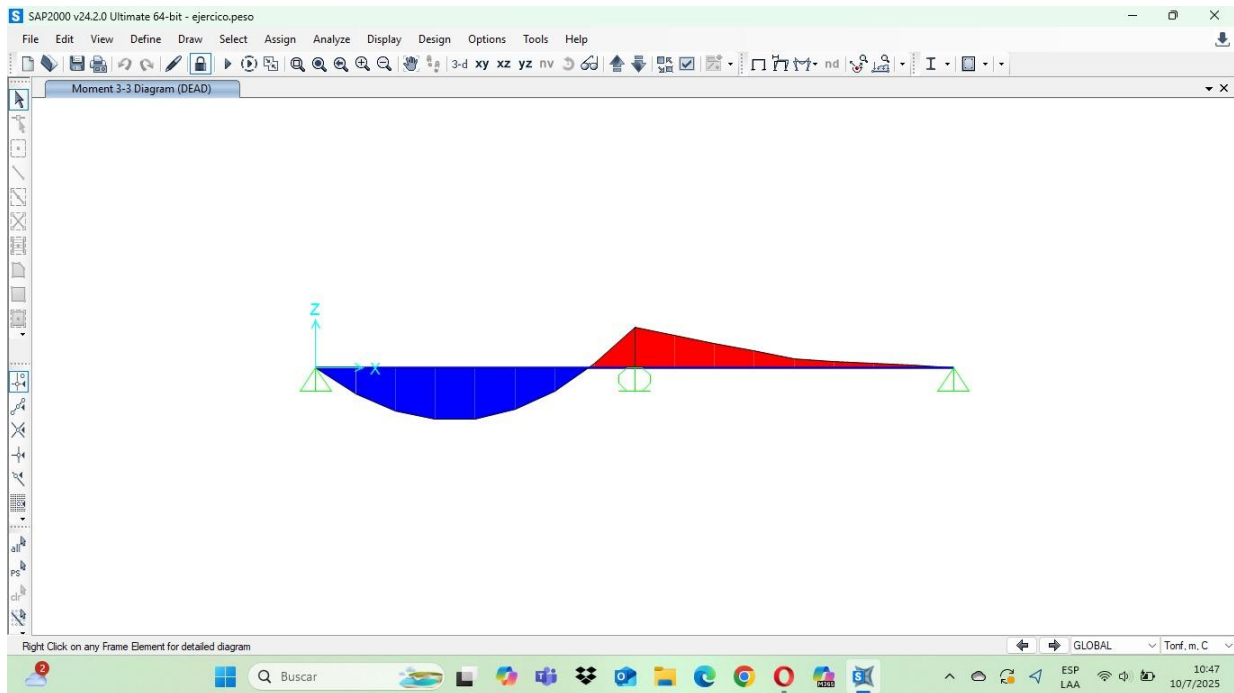
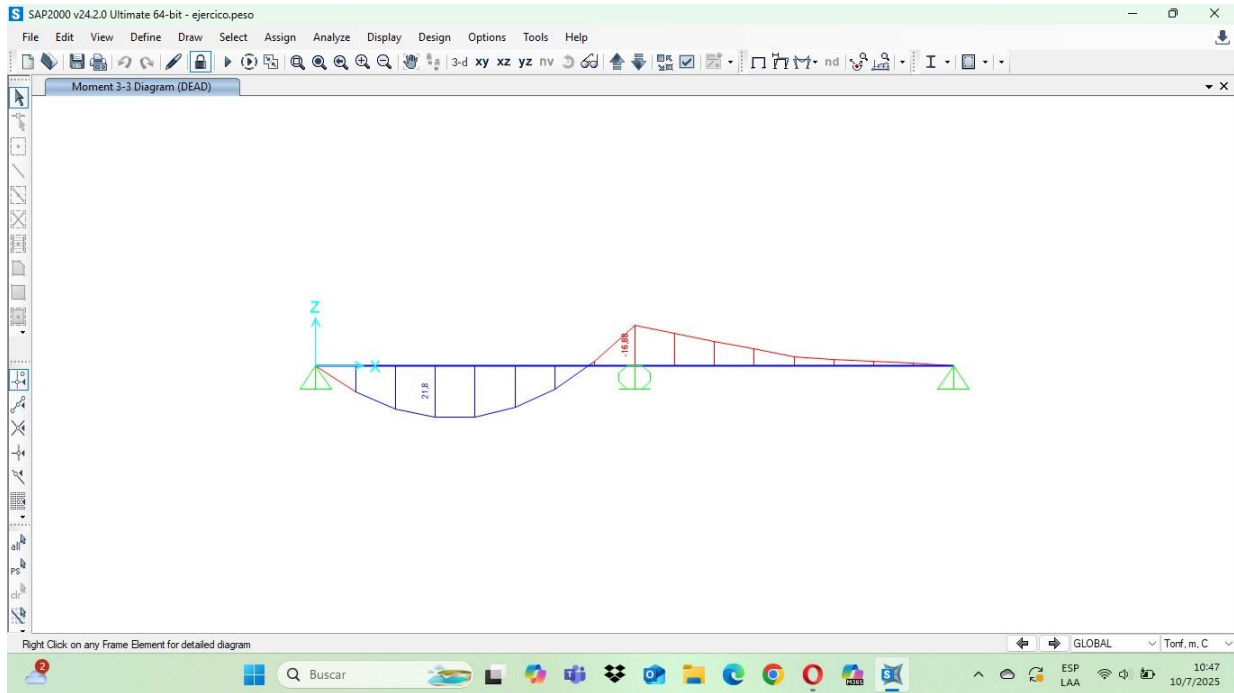


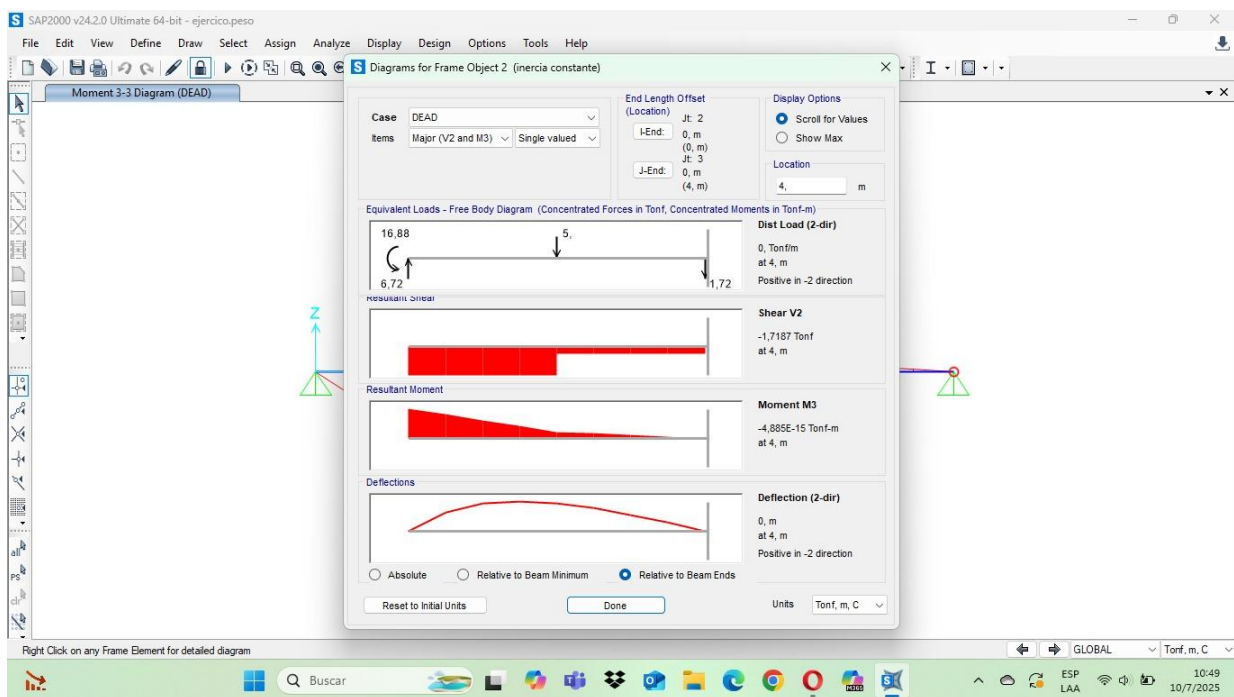
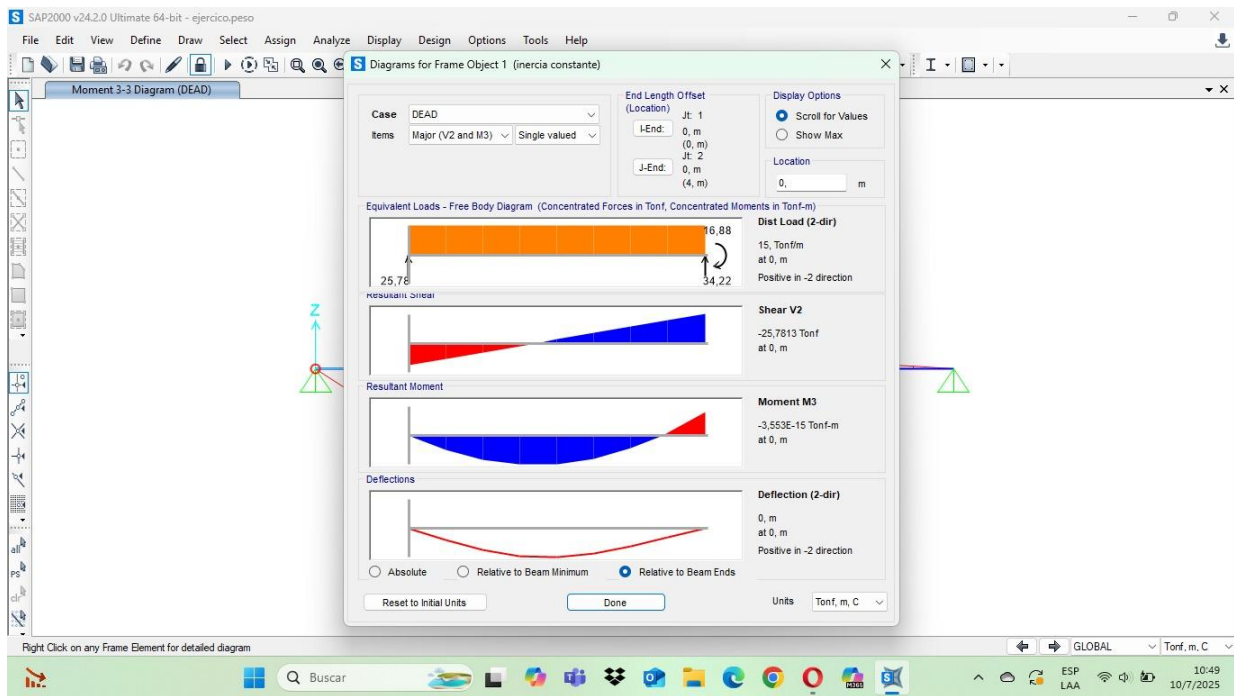
4.21. PROGRAMA SAP2000

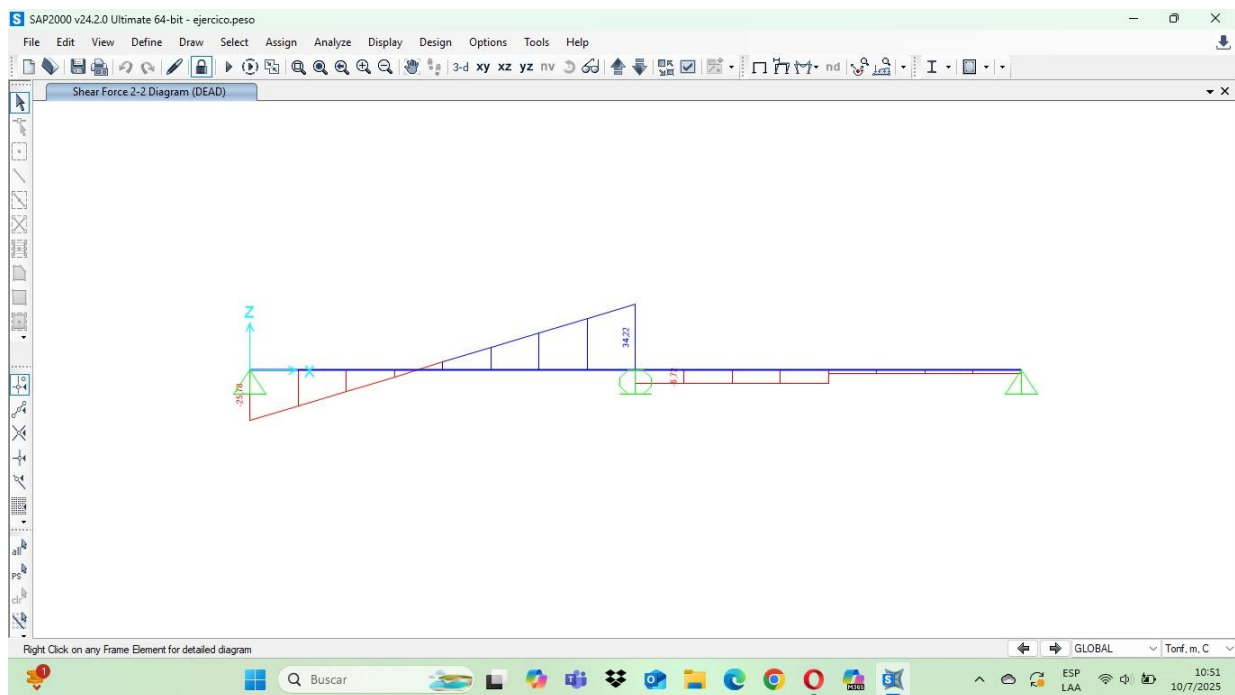
4.21.1. Ejercicio de aplicación 7









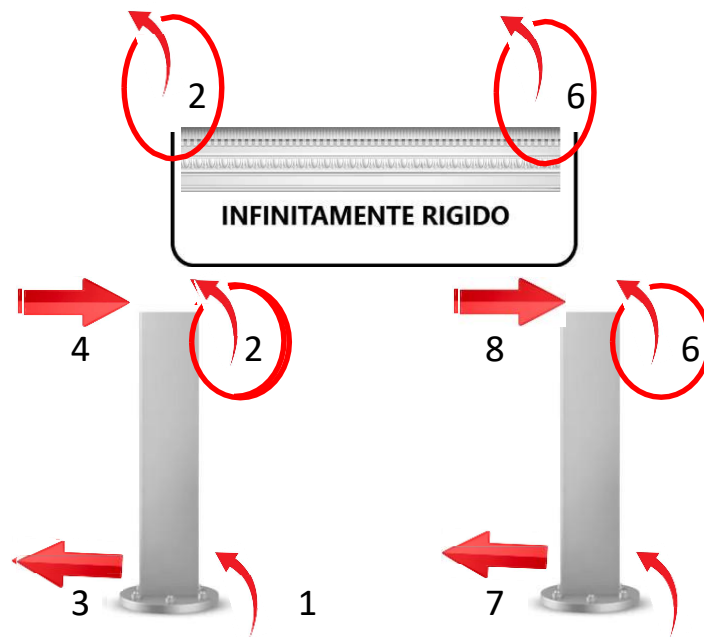


Conclusión

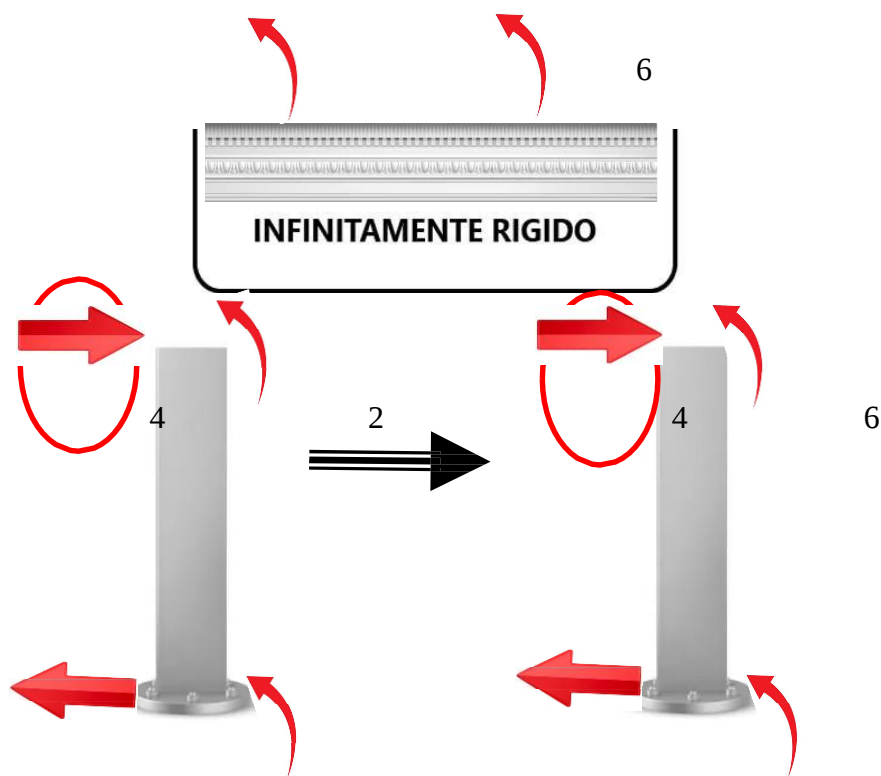
La aplicación de los métodos de Cross, de la Flexibilidad y de los Tres Momentos al análisis de estructuras hiperestáticas permitió comprobar que, pese a sus diferencias metodológicas y conceptuales, todos conducen a los mismos resultados en términos de momentos flectores finales. Esta coincidencia reafirma la validez teórica y práctica de cada procedimiento, demostrando que la elección del método puede responder a criterios como la facilidad de aplicación, la naturaleza de la estructura, o la disponibilidad de herramientas analíticas. En definitiva, el obtener los mismos resultados por vías distintas evidencia la consistencia del análisis estructural y permite al ingeniero estructurista elegir con confianza el enfoque más conveniente para cada caso.

4.22. Pórticos rígidos

Rotaciones iguales (infinitamente rígido) al ser iguales las rotaciones las den minamos con el mismo nombre



Los desplazamientos laterales son iguales por lo que se le denomina con el mismo nombre (infinitamente rígido)



4.22.1. Ejercicio de aplicación 8

DATOS:				
	E*I CTE	E	1	kg/cm2
		Inercia viga	1.00	m
		Inercia columna	1.00	m
Inercia viga	Inercia columna	Altura	3	Columna
		longitud	4	Viga
1.00	1.00			

Matriz de 4*4 para elementos considerando que los principios se dan bajo condiciones de bi-empotramiento

REACCION	GIRO	REACCION	GIRO	
$12E.I/(L^3).$	$6E.I/(L^2).$	$-12E.I/(L^3).$	$6E.I/(L^2).$	REACCION
$6E.I/(L^2).$	$4E.I/(L).$	$-6E.I/(L^2).$	$2E.I/(L).$	GIRO
$-12E.I/(L^3).$	$-6E.I/(L^2).$	$12E.I/(L^3).$	$-6E.I/(L^2).$	REACCION
$6E.I/(L^2).$	$2E.I/(L).$	$-6E.I/(L^2).$	$4E.I/(L).$	GIRO

ELEMENTO 1 COLUMNA DERECHA				
4	2	3	1	
0,44	0,67	0,00	0,00	4
0,67	1,33	0,00	0,00	2
0,00	0,00	0,00	0,00	3
0,00	0,00	0,00	0,00	1

ELEMENTO 2					
0	2	0	6		
0,00	0,00	0,00	0,00		0
0,00	1,00	0,00	0,50		2
0,00	0,00	0,00	0,00		0
0,00	0,50	0,00	1,00		6

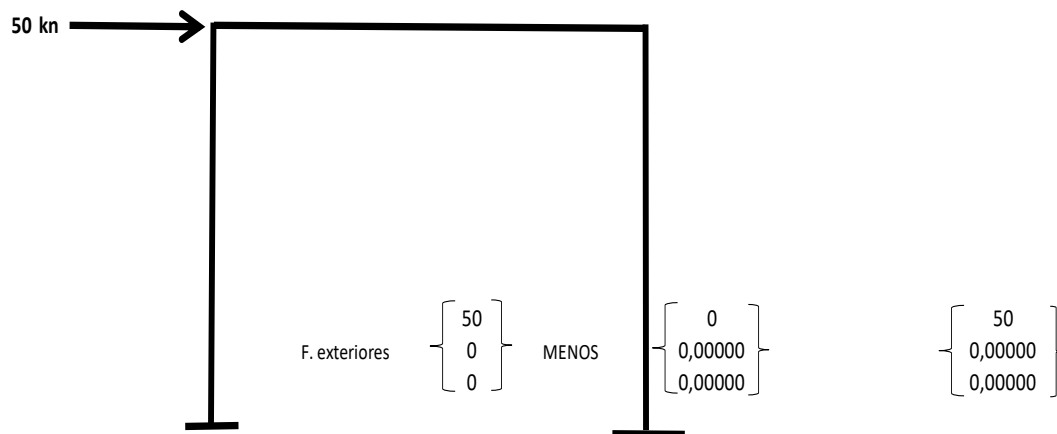
ELEMENTO 3				
4	6	7	5	
0,44	0,67	0,00	0,00	4
0,67	1,33	0,00	0,00	6
0,00	0,00	0,00	0,00	7
0,00	0,00	0,00	0,00	5

EMSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

1	2	3	4	5	6	
						1
	2,33		0,67		0,50	2
						3
	0,67		0,89		0,67	4
						5
	0,50		0,67		2,33	6
						7
						8

4	2	6	
0,89	0,67	0,67	4
0,67	2,33	0,50	2
0,67	0,50	2,33	6

CASO DE ESTUDIO



CALCULO DE LA INVERSA DE LA MATRIZ K

$$d = k^{-1} \times f$$

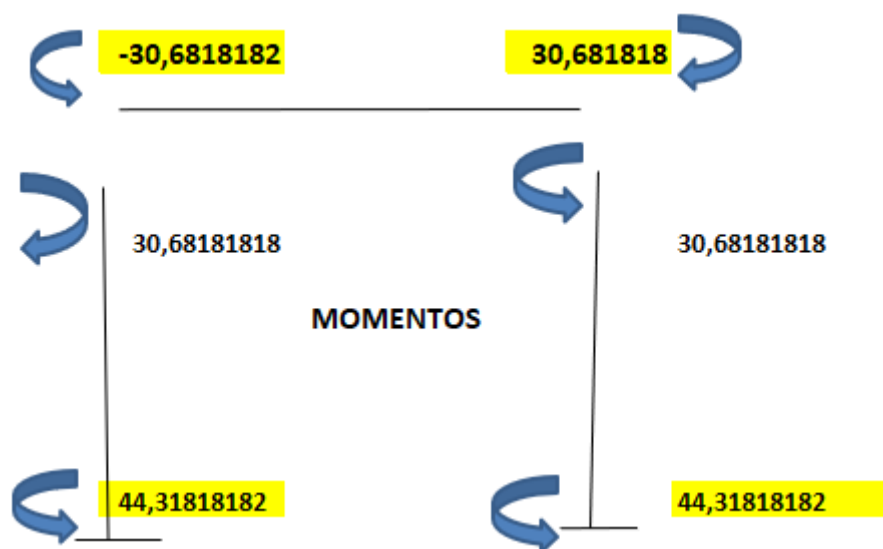
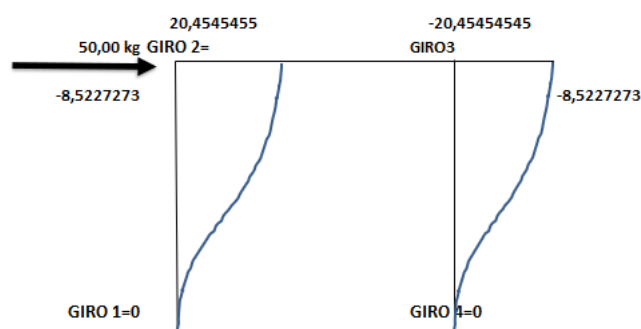
$$d = \begin{bmatrix} 0.8889 & 0.6667 & 0.6667 \\ 0.6667 & 2.3333 & 0.5000 \\ 0.6667 & 0.5000 & 2.3333 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 50.000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 86.93 \\ -20.45 \\ -20.45 \end{bmatrix}$$

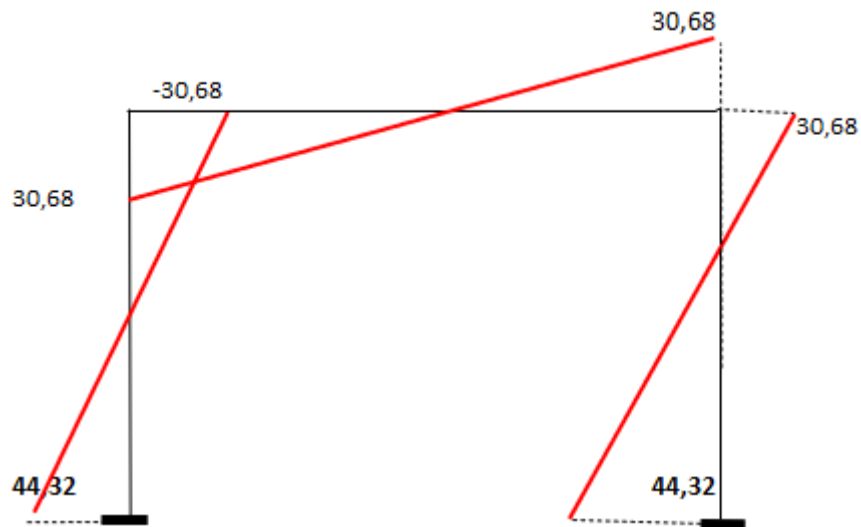
Giros para calculos de momentos		
GIRO 1=	28,9772727	columnas
GIRO 2=	8,5227273	
GIRO 2 =	-20,4545455	viga
GIRO 3 =	-20,4545455	

ELEMENTO 1	4EI/H	2EI/H		Momentos
	2EI/H	4EI/H		
M1 (col. inferior)	1,33	0,67	28,9772727	44,32
M2 (column. sup.)	0,67	1,33	8,5227273	30,68

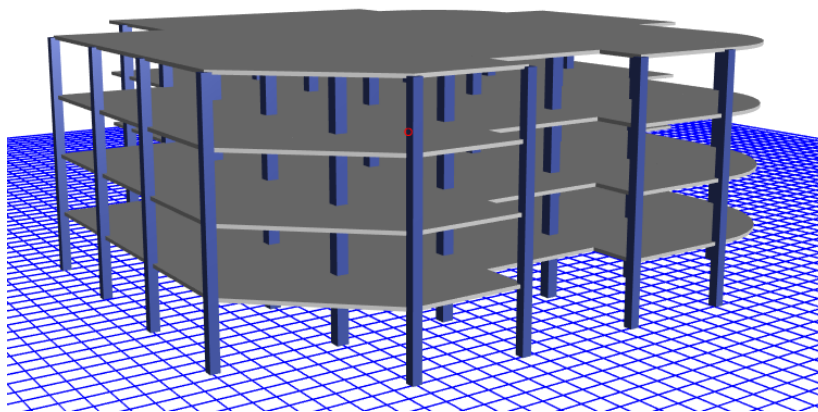
ELEMENTO 2	4EI/H	2EI/H		Momentos
	2EI/H	4EI/H		
M3 (Viga Izq.)	1	0,5	-20,4545455	-30,6818182
M4 (Viga. Der.)	0,5	1	-20,4545455	-30,6818182

ELEMENTO 3	4EI/H	2EI/H		Momentos
	2EI/H	4EI/H		
M5 (col. sup. Der.)	1,33	0,67	8,5227273	30,68181818
M2 (col. P. inf.)	0,67	1,33	28,9772727	44,31818182



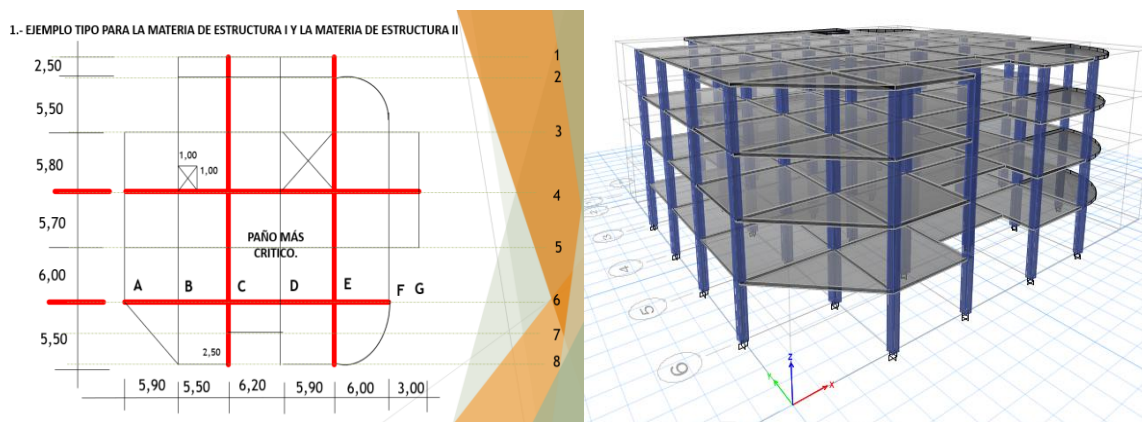


Ejercicio de comprobación utilizando formulación por cortante y flexibilidad.

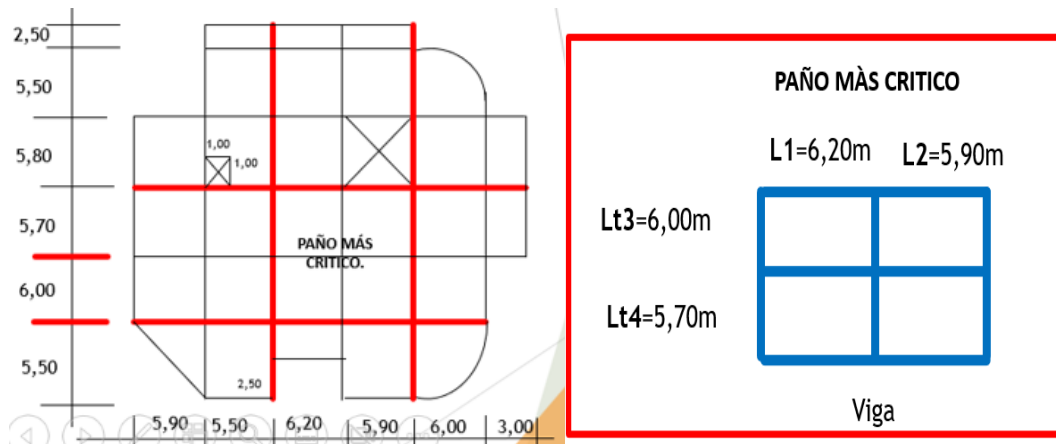


Desarrollo

1.- Modelo Tipo uno de tres proyectos a desarrollar en la materia de Estructura II – Unesum.



4.23. Análisis de Cargas.



4.24. Para este caso lo tomaremos para uso residencial.

Calcular el área tributaria

A_t = Área tributaria

$$A_t = \left(\frac{L_{v1}}{2} + \frac{L_{v2}}{2} \right) * \left(\frac{L_{t1}}{2} + \frac{L_{t2}}{2} \right)$$

$$A_t = \left(\frac{6,20}{2} + \frac{5,90}{2} \right) * \left(\frac{6,00}{2} + \frac{5,70}{2} \right)$$

$$A_t = 35,39 \text{ m}^2$$

Cálculo de carga última

Carga última W_u = $1.2WD + 1.6WL = 1.2(Cm * n \text{ pisos}) + 1.6(Cv * n \text{ pisos}) = T/m^2$

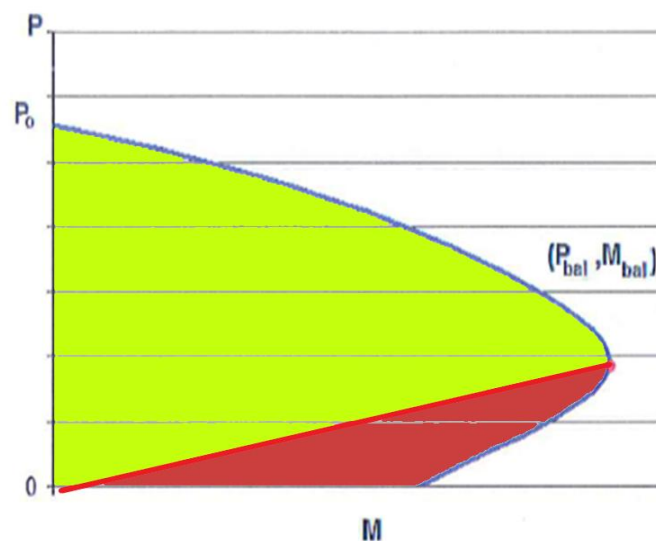
$$W_u = 1.2(0,62 * 4 \text{ pisos}) + 1.6(0,20 * 4) = 4,26 \text{ T/m}^2$$

DEPARTAMENTOS : CUATRO PISOS

$$P_u = 35,39 \text{ m}^2 * 4,26 \text{ T/m}^2 * 1,2 = 216,91 \text{ T/m}^2$$

$$A_g = \frac{216,91 \text{ m}^2}{76} * 1000 = 2843 \text{ cm}^2$$

TEORIA DEL PREDIMENSIONAMIENTO DE COLUMNA

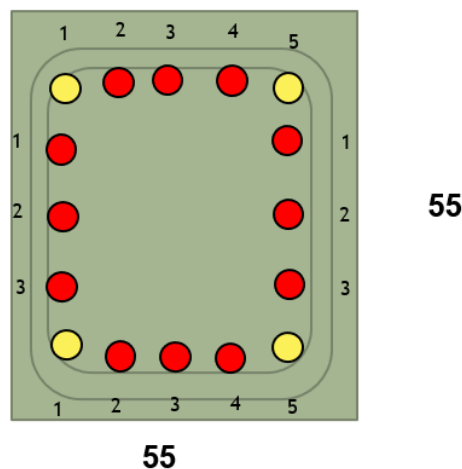
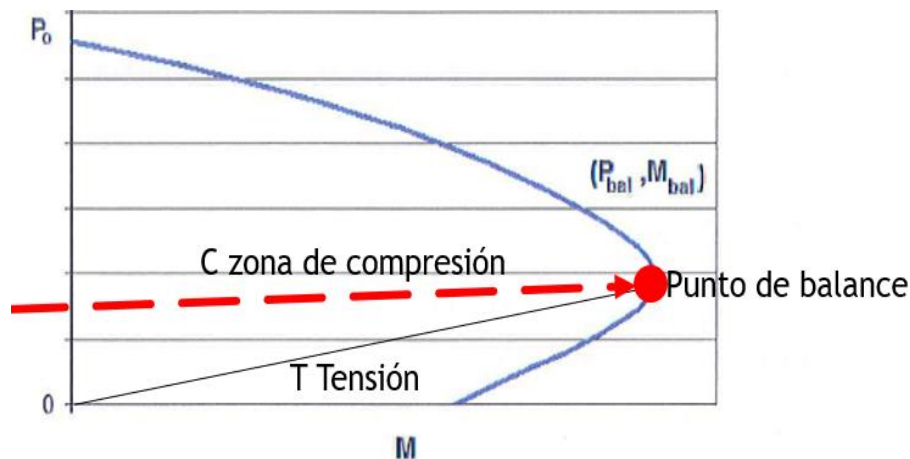


RAZONAMIENTO DEL DIAGRAMA DE INTERACCION DE COLUMNA.

$$P_u = 0.85 * f'c * A_g + A_s * F_y$$

Pero va a venir en un instante en esos 70 años, en la vida del edificio que la columna que va a venir sismo de diseño (severo).

Las columnas que le van a hacerle fallar deben estar listas para fluir por lo que deben estar en la zona de tensión, ya que se va a presentar un momento altísimo.



Nos da una sección de 55*55*0,012 para sostener la ductilidad= 34,99 cm²

Área de una varilla

$$Area\ varillas = \frac{\pi * D^2}{4} = \frac{\pi * (\frac{\phi}{10})^2}{4} = \frac{\pi * \phi^2}{400} = 0.00785 * \phi^2$$

Con esta fórmula calcula el A_s por varilla en este caso para le de 16mm, sale 2,01 cm²

φ 16 mm = 2,01 cm²

Probar con armadura de 16 mm

Las columnas, por lo menos el 1,2 %, deben tener de cuantía.

16 var. * 2,01 c/var. = 35,15 cm² sería el A_s real.

CÁLCULO DEL BC (ANCHO CONFINADO)

El confinamiento del hormigón mediante el refuerzo transversal mejora su desempeño y permite mayores deformaciones, a la vez que incrementa la ductilidad de un elemento de hormigón, como indican estudios experimentales desarrollados por Chan (1955), Blume (1961), etc.

NUMEROS DE VARILLAS CALCULADOS.

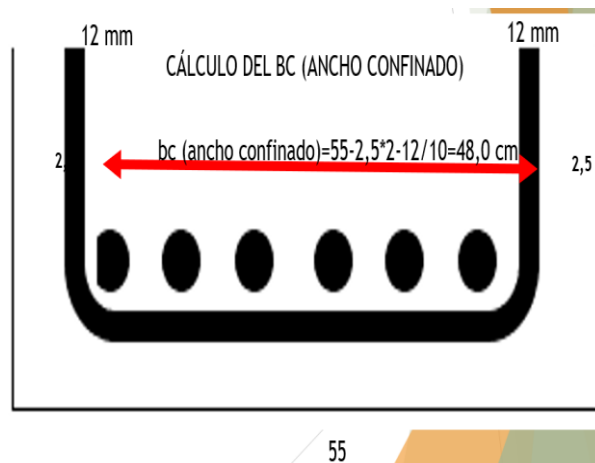
Núm. de var. = varillas del A (ancho (5)) *2 – Var. P(profundidad)-2 varillas del sentido A) *2

Núm. de var. = 5 varillas (var. A) *2 (del lado superior y de la parte inferior)

+ (5 varillas-2) *2

Núm. de var. = 10+6=16varillas (u).

bc (ancho confinado) = $55 - (2,5 \text{ (recubrimiento)} * 2 - 12 \text{ (diámetro estribo)}) / 10 = 48,0 \text{ cm}$.



Lo= zona protegida

Análisis de Lo que le vamos a llamar o reconocer como zona protegida. corte

16 mm(utilizado)

Lo

He= 3,20 mts.

Lo

Longitud (esoger el máximo valor)

Lo máx. = 45 cm

Lo máx. = b(ancho columna)

Lo máx. = h/6 cm.

Diámetro escoger el menor valor.

S máx. = 6 ø var(16mm).

= 10 cm. entre los dos escoja el menor

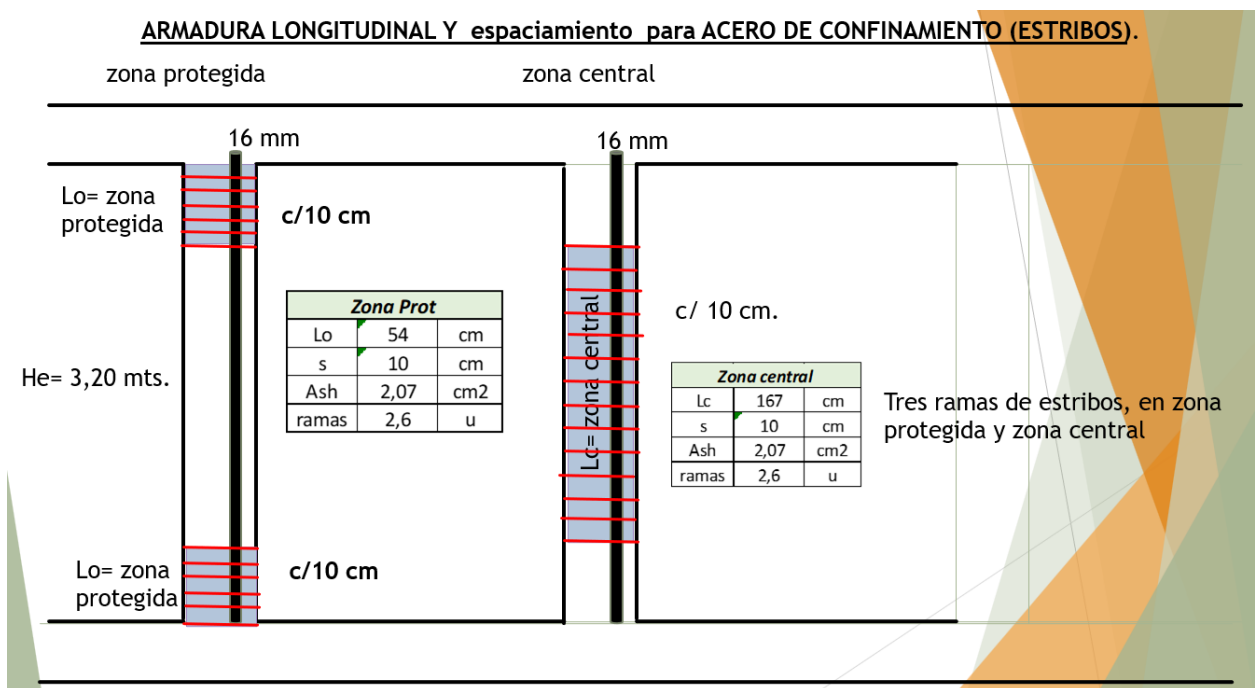
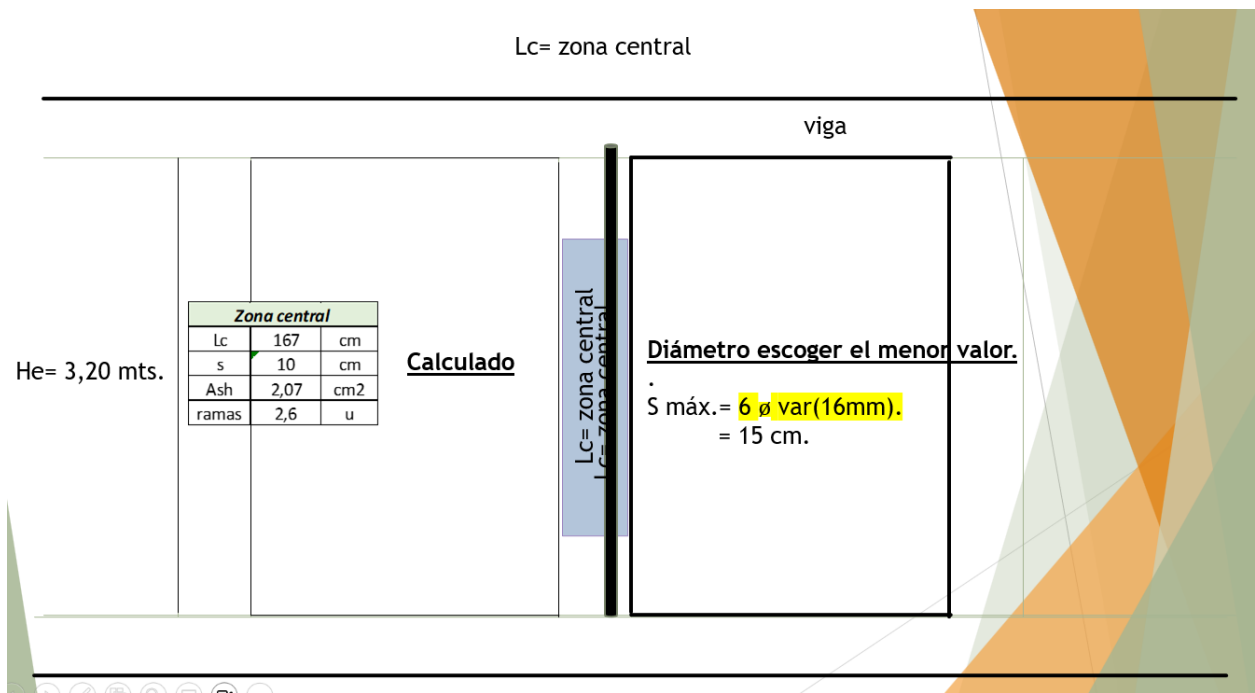
Zona Prot

Lo	54	cm
s	10	cm
Ash	2,07	cm2
ramas	2,6	u

Calculado

viga

columnas



En la zona protegida cálculo de bc o ancho de confinamiento. para calcular ramas por confinamiento.

ESCOGER EL MAYOR ENTRE LAS DOS FORMULAS

$$A_{sh} = 0,3 * \frac{bc}{f_y} * s * f'c * \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

$$A_{sh} = 0,09 * \frac{bc}{f_y} * s * f'c$$

bc = ANCHO CONFINADO

A_g = área de hormigón.

A_c = $B_c * P_c$ área de columna confinada.

$$A_{sh} = 0,3 * \frac{48}{4200} * 10 * 210 * \left(\frac{2843}{48*48} - 1 \right) = 2,6 \text{ cm}^2$$

Área de una varilla

$$Area \text{ varillas} = \frac{\pi * D^2}{4} = \frac{\pi * \left(\frac{\emptyset}{10}\right)^2}{4} = \frac{\pi * \emptyset^2}{400} = 0.00785 * \emptyset^2$$

REVISAR EN LA NEC-15

En la zona central cálculo de bc o ancho de confinamiento. para calcular ramas por confinamiento (ash).

ESCOGER EL MENOR ENTRE LAS DOS FORMULAS

REVISAR EN LA NEC-15

$$A_{sh} = 0,3 * \frac{bc}{f_y} * s * f'c * \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

$$A_{sh} = 0,09 * \frac{bc}{f_y} * s * f'c$$

bc = ANCHO CONFINADO

A_g = área de hormigón.

A_c = $B_c * P_c$ área de columna confinada.

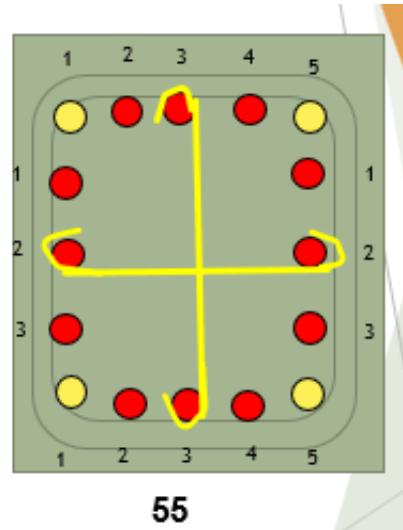
$$A_{sh} = 0,3 * \frac{48}{4200} * 10 * 210 * \left(\frac{2843}{48*48} - 1 \right) = 2,6 \text{ cm}^2$$

Área de una varilla

$$Area \text{ varillas} = \frac{\pi * D^2}{4} = \frac{\pi * \left(\frac{\emptyset}{10}\right)^2}{4} = \frac{\pi * \emptyset^2}{400} = 0.00785 * \emptyset^2$$

Tres ramas en ambos sentidos de varillas de 10 mm, para estribos - SEPARACIÓN 9,8 CM, MENOR
A 15 CM ESTAMOS OK

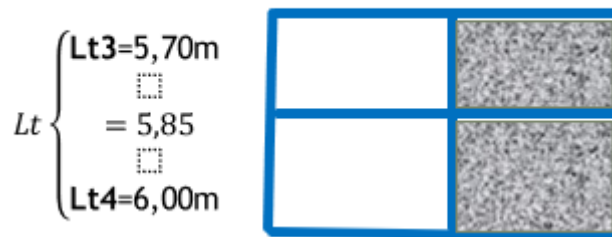
Zona Prot		
Lo	54	cm
s	10	cm
Ash	2,07	cm ²
ramas	2,6	u
Zona central		
Lc	162	cm
s	10	cm
Ash	2,07	cm ²
ramas	2,6	u



ANÁLISIS DE VIGAS.

RECONOCER EL PAÑO MÁS CRÍTICO.

$$L1=6,20m \quad L2=5,90m$$



$$Lt = \left(\frac{6,00}{2} + \frac{5,70}{2} \right) = 3 + 2,85 = 5,85$$

Lt (significa longitud transversal o de la trabe)

CÁLCULO DE LA CARGA ÚLTIMA W_U

$$C_U = 1.2 * C_M + 1.6 * C_V =$$

$$W_U = 1.2 * 0,62 + 1.6 * 0,20 = 1,06 \text{ t/m}^2$$

$$C_U = 1 = 1,06 \text{ t/m}^2; \text{ CALCULADO}$$

$$Lt = 5,85 \text{ cm; calculado}$$

Cálculo de momento estático M_e

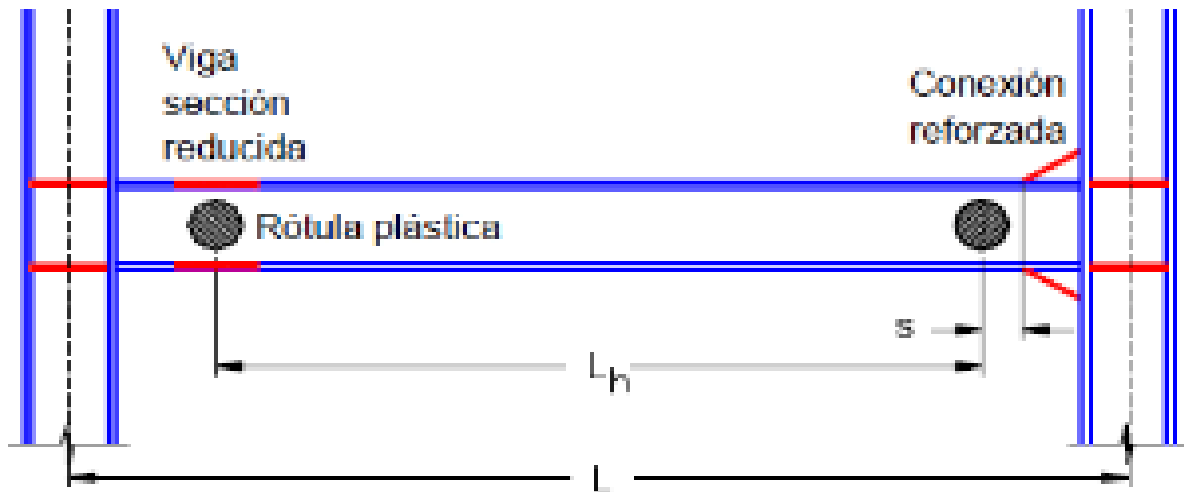
$$M_e = \frac{W_u \cdot (\bar{L}t) \cdot (L_v)^2 \cdot}{8}$$

$$M_e = \frac{1,06 * 5,85 * (6,20 - 0,55)^2}{8} = 24,93 \text{ t-m}$$

Cálculo del Momento de diseño

$$M_d = M_e * (0,65) * (0,85) * F_m$$

$$M_d = 24,93 * (0,65) * (0,85) * 1,2 = 16,53 \text{ t-m}$$



VIGAS					
Lv	6,20	m	Lt	5,85	m
Fm	1,20		b col	0,54	m
rec	2,50	cm	pbal	2,14%	

Cálculo de la altura de la viga

Considere la relación como control

$$\frac{h}{b} \approx 1,30 \text{ ok}$$

$$h = \sqrt{\frac{16,53 * 100000}{0,145 * 210 * 30}} + 0,5 + 2,5 = 46,00 \text{ cm}$$

Fórmula para utilizar

$$\frac{46}{30} = 1,47 = \text{ok}$$

$$h = \left(\frac{Mu * 100000}{0,145 * F'c * b} \right)^{0,5} + rec$$

$$d = 46 \text{ cm} - 2,5 \text{ rec} - 1 \text{ cm estribo} - 0,8 \text{ var, long.} = 40,7 \text{ cm}$$

Tanteo para el valor de b

$$M_d = 16,53 \text{ t-m}$$

USO: Departamentos

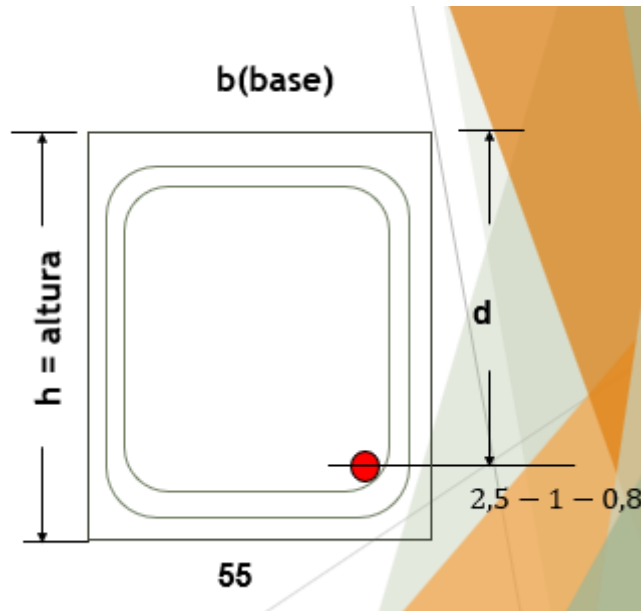
0,8 varilla Long. (ejm, 16 mm)

1 varilla de estribo (10 mm

$d = -0,8$ por armadura asumido 16 mm

$d = -1,0$ por estribo asumido fi de 10 mm

$d = -2,5$ por recubrimiento

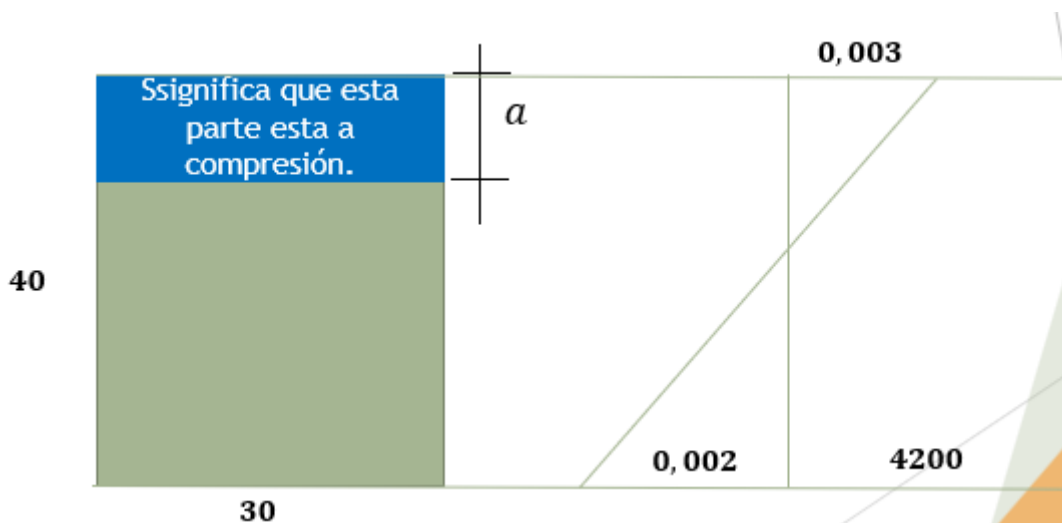


Regla Sismorresistente

Area de Hormigón es $30 \times 40 = 1200 \text{ cm}^2$

$$p_{bal} = 0,85 * 0,85 * \frac{210}{4200} * \left(\frac{6100}{6100 + 4200} \right) = 0,0207,$$

esto es aprox. 2%, significa que hay que poner para la cuantía de balance el 2% de acero.



USO: Departamentos

p cuantía balance, significa al mismo tiempo los dos llegan al mismo tiempo al limite

Diseño ductil capítulo 4 ACI.

DUCTILIDAD debe tener el 75% de la cuantía balanceado (esto en zonas no sísmica)

Diseño ductil capítulo 18 ACI.

DUCTILIDAD debe tener el 50% de la cuantía balanceado (esto en zonas sísmica), debo de quitarle acero.

Jamás una viga debe tener una viga más del 1%.

$$p_{bal} = 0,85 * f_i * \frac{f'_c}{f_y} * \left(\frac{6100}{6100 + f_y} \right)$$

$$p_{bal} = 0,85 * 0,85 * \frac{210}{4200} * \left(\frac{6100}{6100 + 4200} \right) = 2,14\%$$

calculo de As (-) Mínimo, y número de varillas

p_{bal} = comparación con los resultados del ejercicio real.

JAMAS UNA VIGA DEBE TENER MAS DEL 1%

$$As_{req} = \frac{30 * M}{d}$$

$$As_{req} = \frac{30 * 16,53}{40,7}$$

$$As_{req} = 12,18 \text{ cm}^2$$

$$d = 40,7 \text{ cm}$$

$$As_{min} = \frac{14}{f_y} * b * d$$

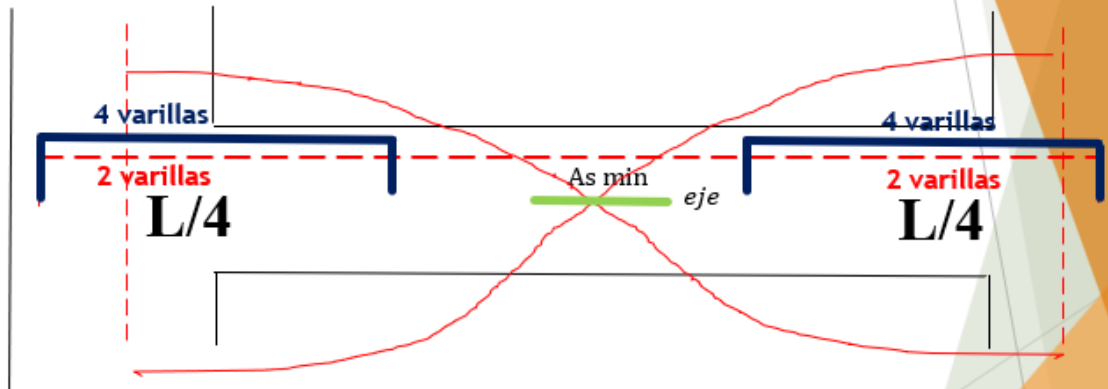
$$As_{min} = 14 * (30 * 40,7) / 4200 = 4,07 \text{ cm}^2$$

$$Num = (4,75 / 0,00785 * 16^2) = 2 \text{ varillas}$$

$$As(-) = 12,18 \text{ cm}^2 - 2 * 0,00785 * 16^2 = 8,16 \text{ cm}^2$$

$$Num = (8,16 / 0,00785 * 16^2) = 4 \text{ varillas}$$

calculo de As (-) Mìnimo, y nùmero de varillas



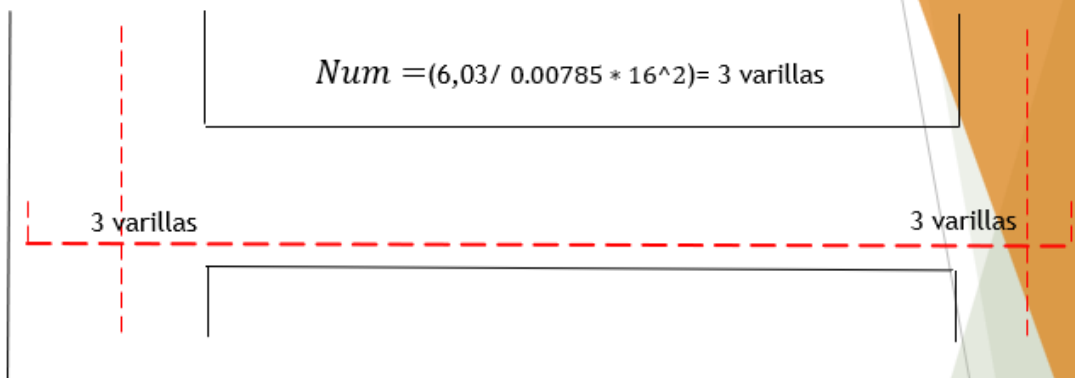
$$As_{real} = 4 * 0,00785 * 16^2 + 2 * 0,00785 * 16^2 = 12,06 \text{ cm}^2$$

$$cuantia = \frac{12,06}{30 * 45} = 0,89\%$$

$$As (+) = \frac{As_{real}}{2}$$

$$As (+) = \frac{12,06}{2} = 6,03 \text{ cm}^2$$

$$Num = (6,03 / 0,00785 * 16^2) = 3 \text{ varillas}$$



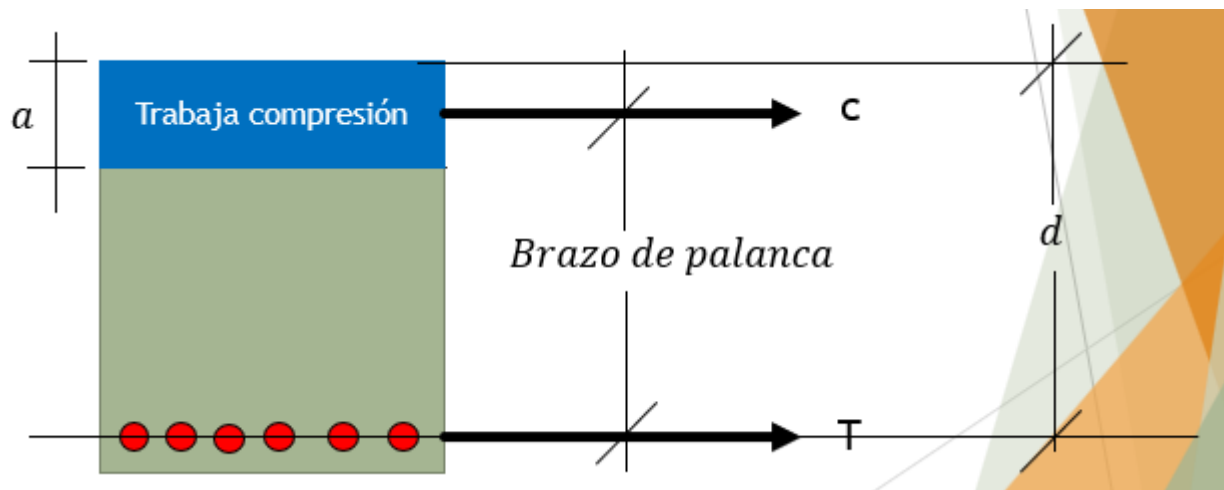
calculo de As (+) Mìnimo, y nùmero de varillas

CHEQUEO AL CORTE

$$Que \text{ es el } Vu = V_{mom.} + V_{grav.} = \frac{2M_{pr}}{L}.$$

Càlculo de a

$$a = \frac{AS * fy}{0.85 * f'c * b}$$



$$a = \frac{AS * fy}{0.85 * f'c * b}$$

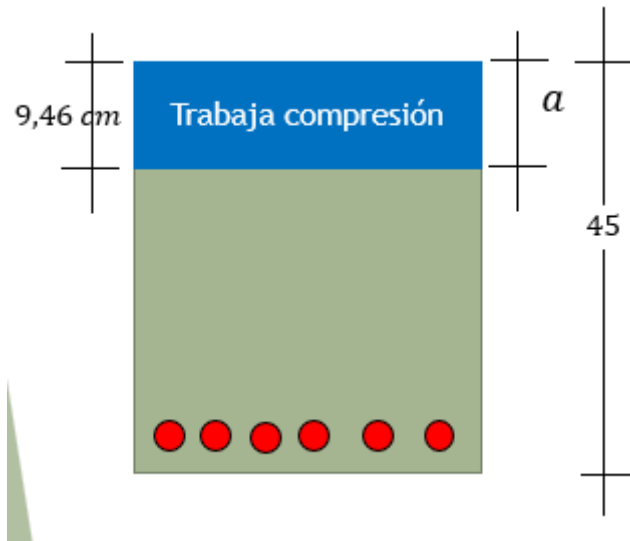
$$a = \frac{12,06 * 4200}{0.85 * 210 * 30} = 9,46 \text{ cm}$$

$$Mr = 0,9 * As \text{ real} * Fy \left(d - \frac{a}{2} \right) / 100000$$

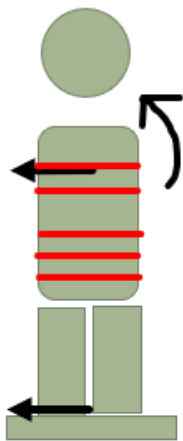
$$Mr = 0,9 * 12,06 \text{ cm}^2 * 4200 \text{ kg/cm}^2 \left(40,7 - \frac{9,46}{2} \right) / 100000$$

$$\frac{9,46}{45} = 21\% \text{ solo trabaja}$$

$$Mr = 16,40 \text{ T - m}$$

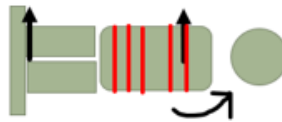


CHEQUEO AL CORTE



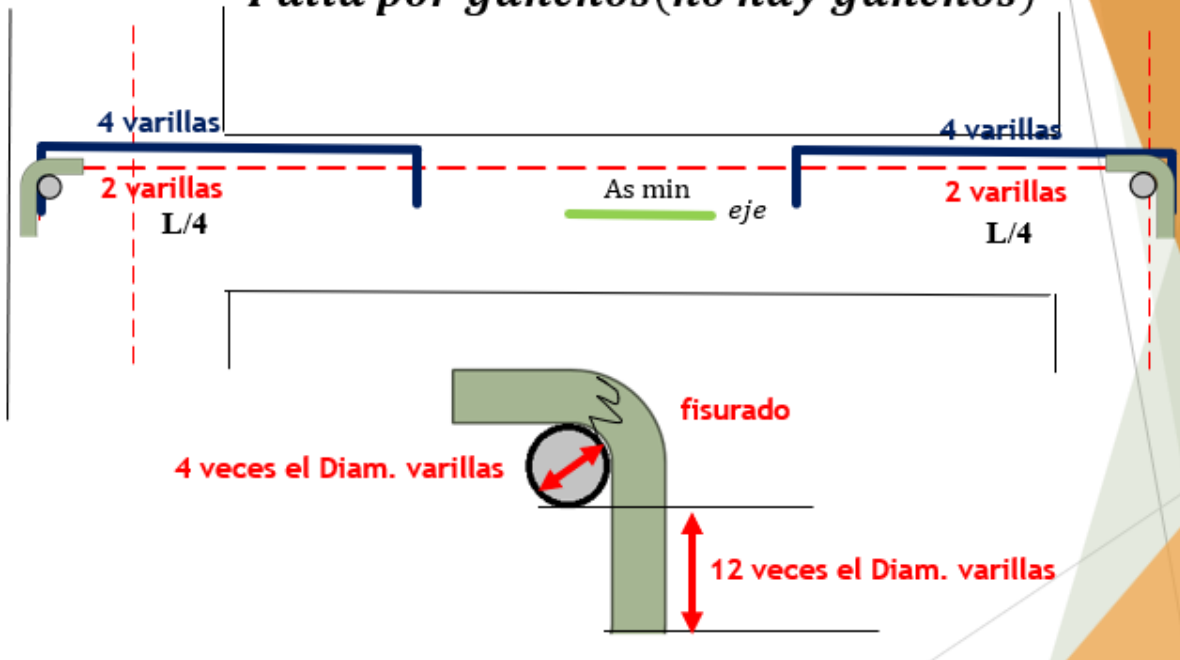
Que es el $V_u = V_{mom.} + V_{grav.} = \frac{2M_{pr}}{L}$.

El momento produce dos cortantes

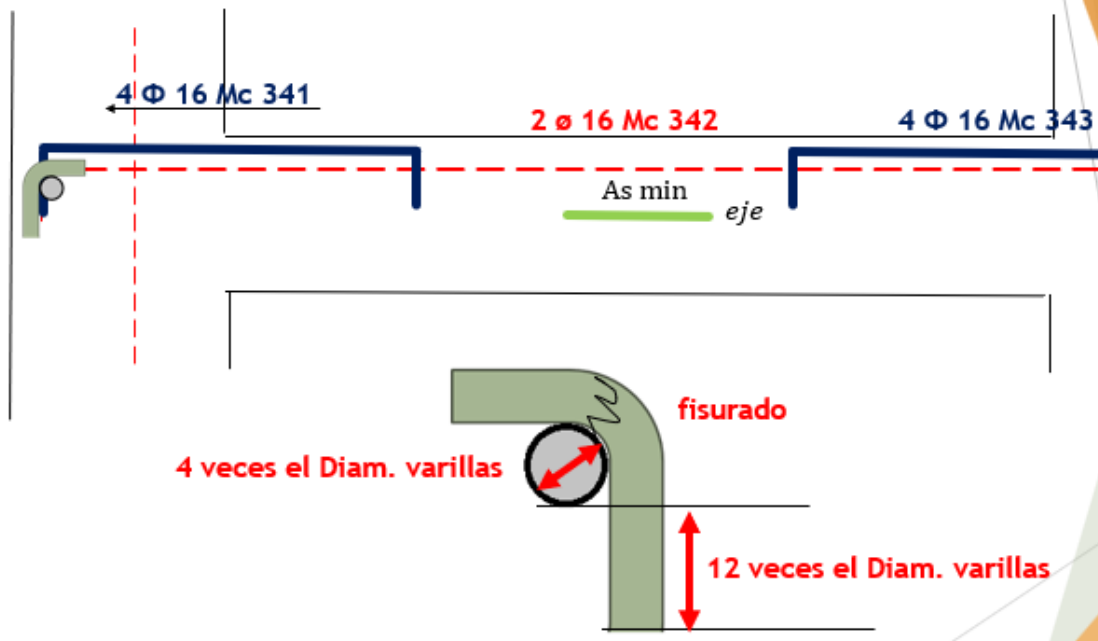


V_u es el momento probable al que se va a romper la viga.

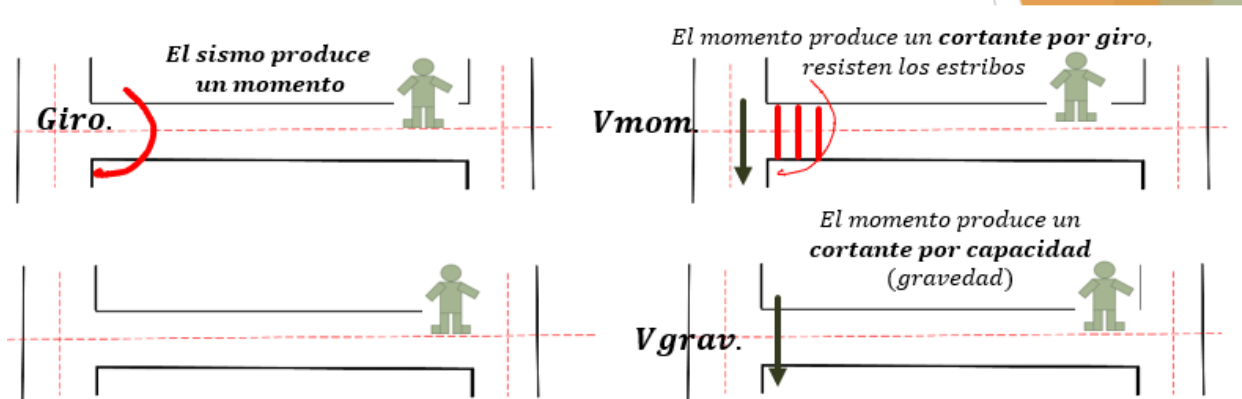
Falla por ganchos (no hay ganchos)



SISTEMAS DE MARCAS – PLANILLAS

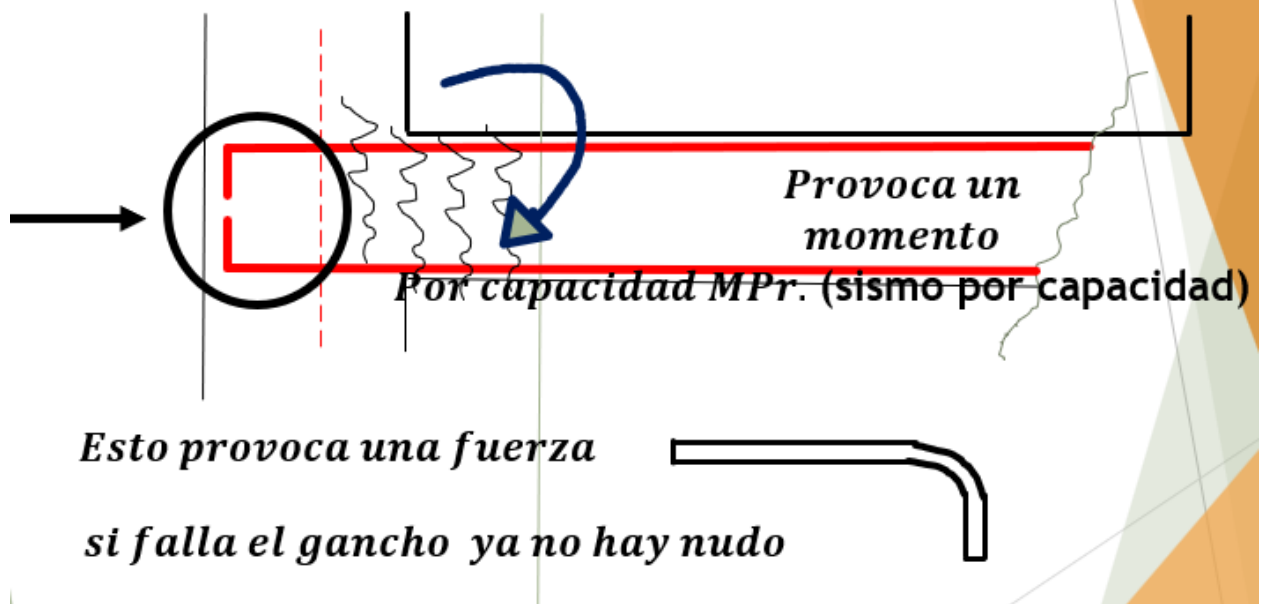


Falla por sismo
 M_{pr} = momento por capacidad



V_u es el momento probable al que se va a romper la viga.

el sismo trata de arrancar a la viga (resumen)



Cálculo de el Momento probable

Cálculo de M_{pr}

$$A_s \text{ real} = 12,06 \text{ cm}^2$$

$$d = 40,7 \text{ cm}$$

$$M_{pr1} = 1,25 * A_s \text{ real} F_y \left(d - \frac{1,25 A_s \text{ real} F_y}{1,7 * f_c * b} \right) / 100000$$

$$M_{pr1} = 1,25 * 12,06 * 4200 \left(40,7 - \frac{1,25 * 12,06 * 4200}{1,7 * 210 * 30} \right) / 100000$$

$$M_{pr1} = 22,02 \text{ T} - \text{m}$$

Càlculo de el Momento probable

As positivo

$$d = 40,7 \text{ cm}$$

$$M_{pr2} = 1,25 * 0,00785 * \phi^2 * n \text{ var.} * F_y (d - 1,25 * 0,00785 * \phi^2 * n \text{ var.} * F_y) / (1,7 * f_c * b * 100000)$$

$$M_{pr2} = 11,95 \text{ T} - \text{m}$$

<i>fi</i>	16	mm
<i>num</i>	3	u

*Càlculo de $V_u * M$.*

Análisis de Cortante por giro

VIGAS					
Lv	6,20	m	Lt	5,85	m
Fm	1,20		b col	0,54	m
rec	2,50	cm	pbal	2,14%	

$$CHEQUEO \text{ } V_u * m = \left(\frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{L_{viga} - bc(\text{ancho de columna})} \right).$$

$$CHEQUEO \text{ } V_u * m = \left(\frac{22,02 \text{ T} - \text{m} + 11,95 \text{ T} \cdot \text{m}}{6,20 \text{ m} - bc(0,54 \text{ m})} \right).$$

$$CHEQUEO \text{ } V_u * m = (6,00 \text{ T}).$$

*Càlculo de $V_u * grav$*

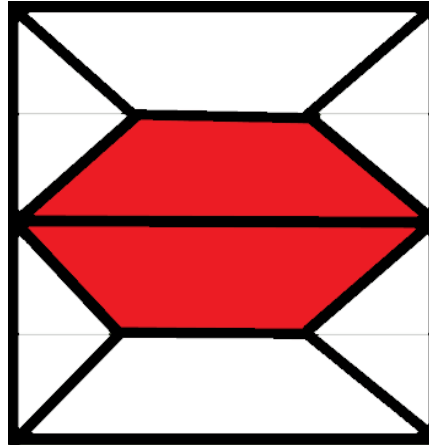
$$(2(L_v - L_t) * L_t * W_U) / 8$$

$$(2(6,20 \text{ m} - 5,85 \text{ m}) * 5,85 \text{ m} * 1,06 \text{ t/m}^2) / 8$$

$$10,19 \text{ t}$$

$$Càlculo de $V_u = 6,00 \text{ T} + 10,19 \text{ T} = 16,19 \text{ T}$$$

VIGAS					
Lv	6,20	m	Lt	5,85	m
Fm	1,20		b col	0,54	m
rec	2,50	cm	pbal	2,14%	



Chequeo a corte		
<i>Mpr1</i>	22,02	t-m
<i>Mpr2</i>	11,95	t-m
<i>Vum</i>	6,00	t
<i>Vug</i>	10,19	t
<i>Vu</i>	16,19	t

Vu que es el cortante último

= Vco debe ser soportado por el Hormigón + Vs (y por el estribo)

$$Vu = Vc + Vs$$

$$Vs = \frac{Vu * 1000 - \emptyset * 0,53 Vc}{\emptyset * 1000} =$$

$$\emptyset = 0,75$$

$$Vc = 0,53 * \sqrt{f'c} * b * d =$$

$$Vs = \frac{Vu * 1000 - 0,75 * 0,53 * \sqrt{f'c} * b * d}{0,75 * 1000} =$$

$$V_s = \frac{16,19 * 1000 - 0,75 * 0,53 * \sqrt{210} * 35 * 40,7}{0,75 * 1000} = 12,21 \text{ t}$$

$$d = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \left(\frac{\emptyset}{10}\right)^2}{4} = \frac{\pi (fi)^2}{400} = 0.00785 * fi^2$$

$$s = \frac{d * 0.00785 * \frac{\emptyset}{10}^2 * fy}{V_s} =$$

$$s = \frac{40,7 * 0.00785 * \frac{10}{10}^2 * 4200}{12,21 * 1000} = 10 \text{ cm}$$

zona protegida en extremo viga

$$h=46,00$$

Asumido 46 cm

$$\frac{46 h_{def.}}{35} = 1,31 \text{ ok}$$



Chequeo a corte		
<i>Mpr1</i>	22,02	t-m
<i>Mpr2</i>	11,95	t-m
<i>Vum</i>	6,00	t
<i>Vug</i>	10,19	t
<i>Vu</i>	16,19	t
<i>fi est</i>	10	mm
<i>Vs</i>	12,21	t
<i>s</i>	22	cm
<i>Z prot</i>	90	cm
<i>s</i>	10	cm
<i>Z cent</i>	386	cm
<i>s</i>	13	cm



S max.
zona protegida

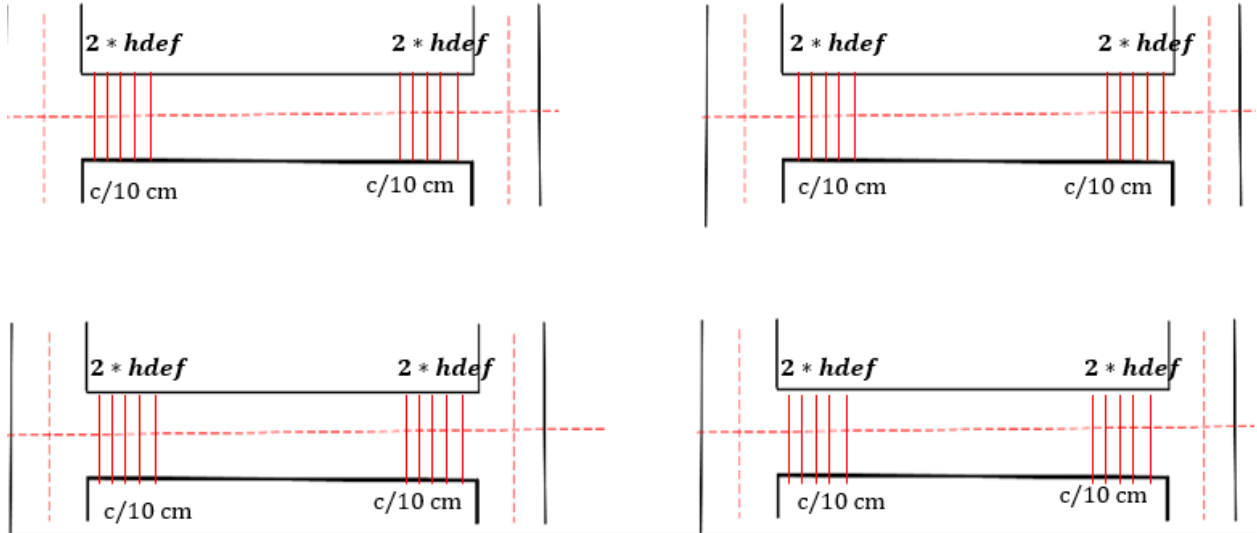
MENOR VALOR PARA ESPACIAMIENTO.

S máx.= d /4;

S max.
zona protegida

$$s = 10 \text{ cm } 10 \text{ cm } 10 \text{ cm } 10 \text{ cm calculados}$$

$$Z_{central} = L_v * 100 - b_{col} * 100 - 2Z_{prot.}$$



Interactuando con Etabs- Geometría.



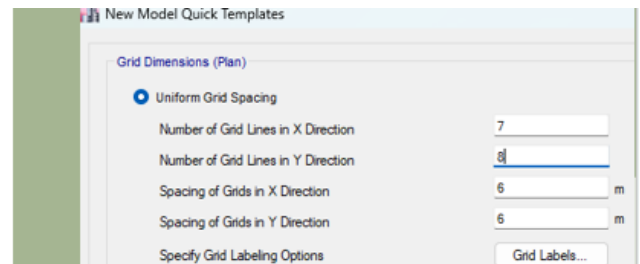
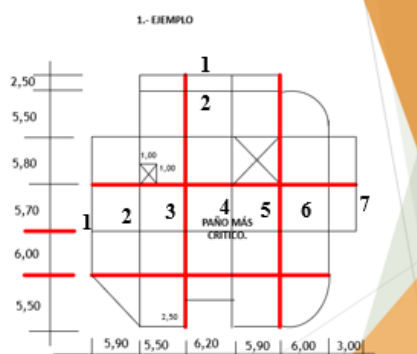
1.- New Model (nuevo modelo).

2.- Use Built – In Settings With(Utilice).



2.1- Display Units - Metric MKS (Sistema Métrico).

ok



3.- Grid Dimensions (plant)

3.1- Number of grid Lines in X Direction
Número de líneas en la dirección X 7

3.2- Number of grid Lines in Y Direction 8

Custom Grid Spacing

Specify Data for Grid Lines

Edit Grid Data...

3.3- Spacing of grids in X Direction
Para colocar las longitudes, reales:
Custom grid spacing (clic), Edit Grid Data

4- Story Dimentions
Simple Story Data
Number of Stories

Typical Story Height

Bottom Story Height

4

3

3

Story Dimensions

☒ Simple Story Data

Number of Stories

4

Typical Story Height

3

m

Bottom Story Height

3

m

Corregir las distancias y las alturas



Custom Grid Spacing

Specify Data for Grid Lines

Edit Grid Data...



Custom Story Data

Specify Custom Story Data

Edit Story Data...

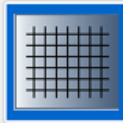
Add Structural Objects

Custom grid spacing (clic),Edit Grid Data

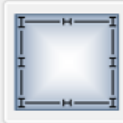
Custom Story Data (clic),Edit Story Data



Blank



Grid Only



Steel Deck



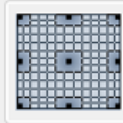
Staggered Truss



Flat Slab



Flat Slab with
Perimeter Beams



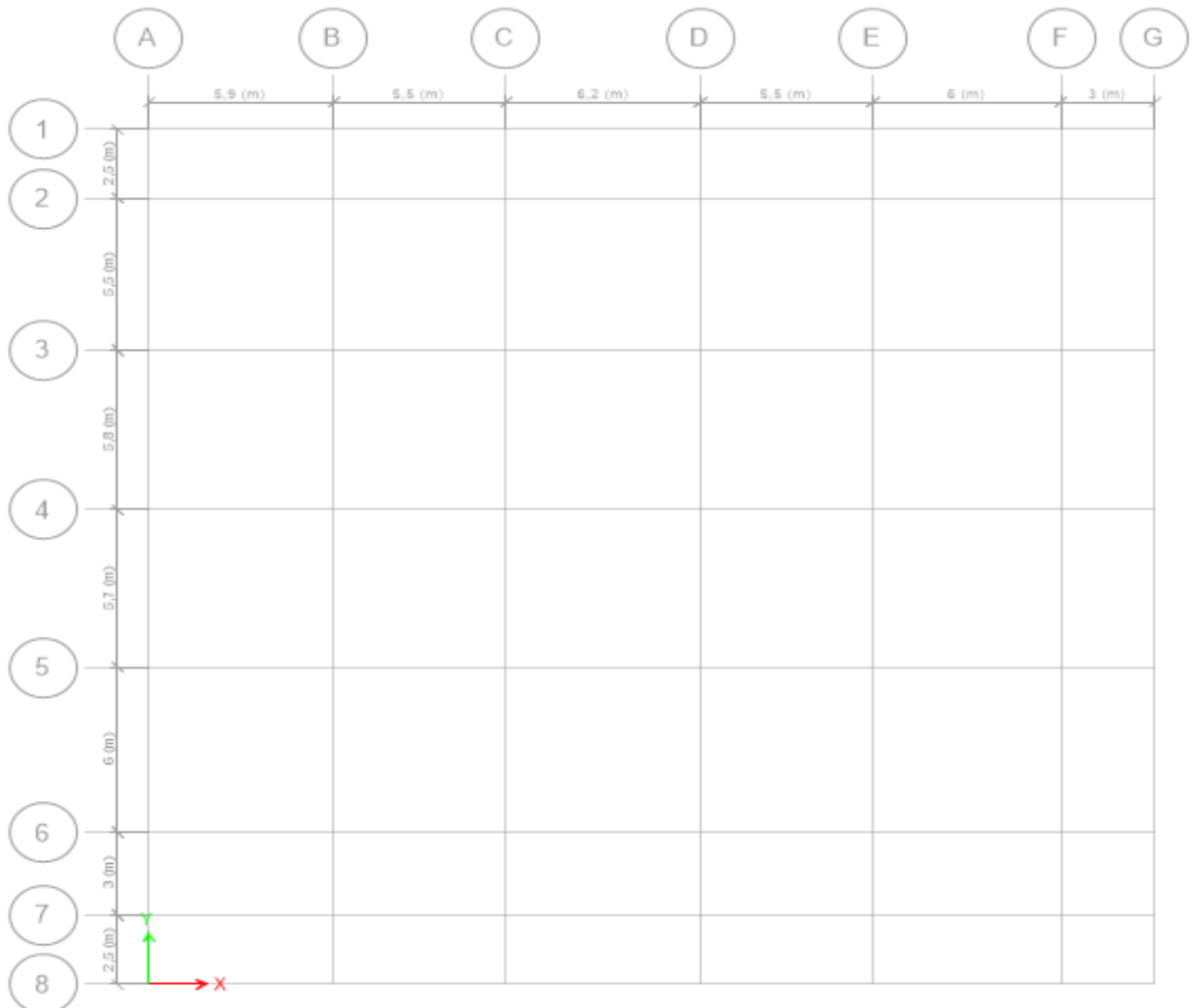
Waffle Slab



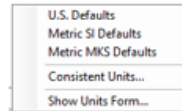
Two Way or
Ribbed Slab

OK

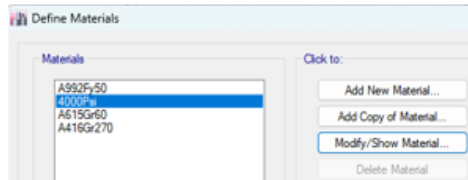
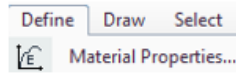
Cancel



5.- Units (Unidades). Consistent Units Force Unit



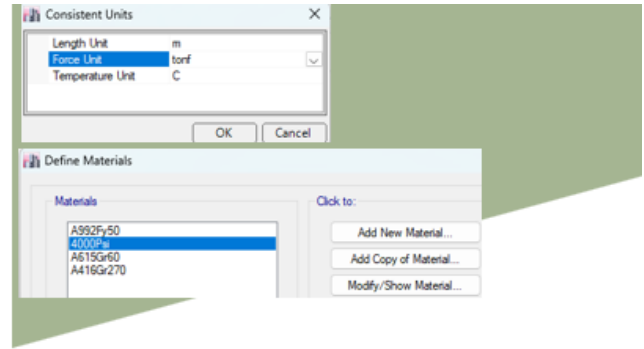
6.- Materiales Define Material Properties 4000 Psi - Modify



Material Name

Mechanical Property Data

Modulus of Elasticity, E

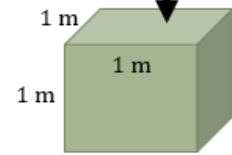


MODULO DE ELASTICIDAD

Es la fuerza que necesito para deformarle una unidad

MODULO DE ELASTICIDAD EN TON/m²=1825913,47

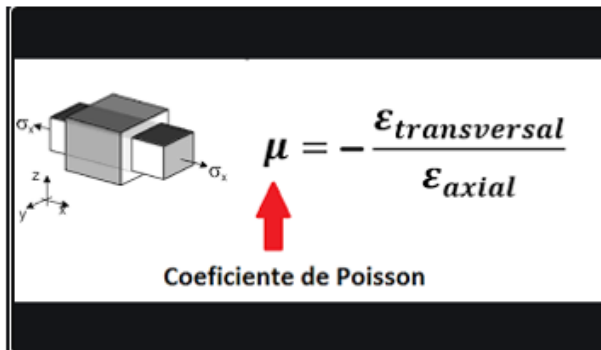
126000√f'c - TAREA PARA EL ADOBE (deformarle 1 cm).



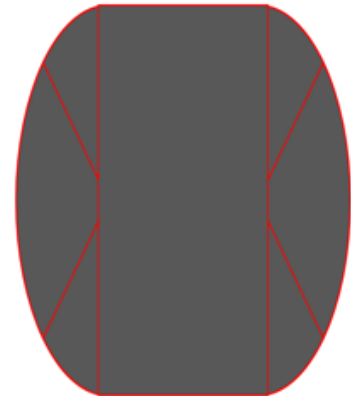
ACI(NO UTILIZAR) – 151000√f'c

Radio de poisson.

es la relación de la deformación transversal respecto a la deformación axial



Radio de poisson, es $\frac{1}{6}$ exactamente para el hormigon = 0.1667



6.- Propiedades del diseño del Hormigón Modify/Show Material Property Design Data

ok
ok

7.- Propiedades del diseño del Acero A615Gr60 – Modificar. Fu el 50% - 42000*1,5

Design Property Data

Modify/Show Material Property Design Data...

Design Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f'c tonf./m²

Materials

A992Fy50
fc=210kg/cm2
A615Gr60
A416Gr270

Click to:

Add New Material...
Add Copy of Material...
Modify/Show Material...

General Data

Material Name

Design Property Data

Modify/Show Material Property Design Data...

Design Properties for Rebar Materials

Minimum Yield Strength, Fy tonf./m²
Minimum Tensile Strength, Fu tonf./m²
Expected Yield Strength, Fye tonf./m²
Expected Tensile Strength, Fue tonf./m²

PREDIMENSIONO LA MÁS CRÍTICA

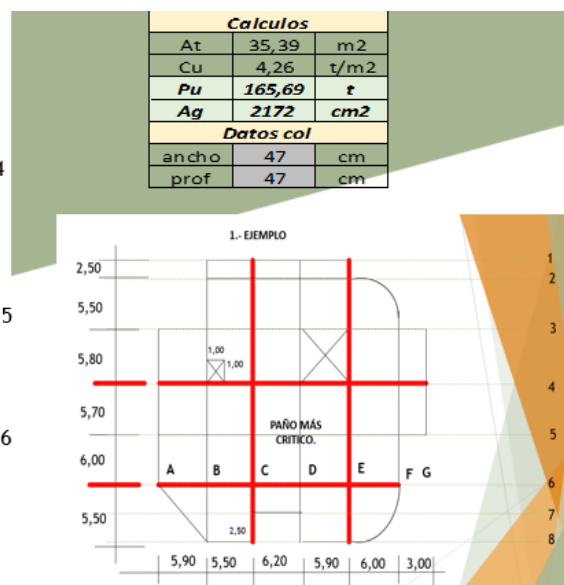
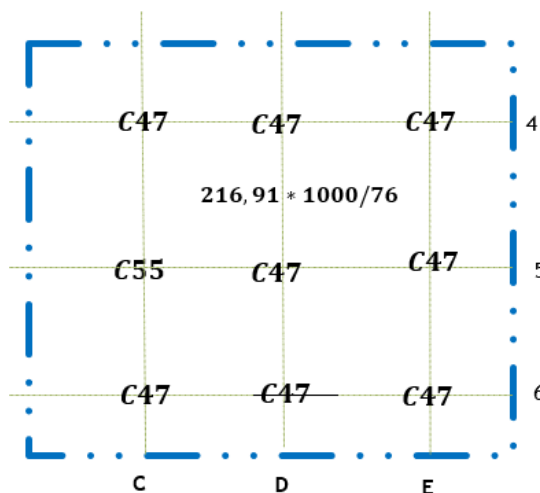
SI LE GARANTIZO DUCTILIDAD A LA MAS CRÍTICA,

QUIERE DECIR QUE EL RESTO TAMBIEN TIENEN DUCTILIDAD

Y LAS DEMAS LO SECCIONO CON ESOS DATOS

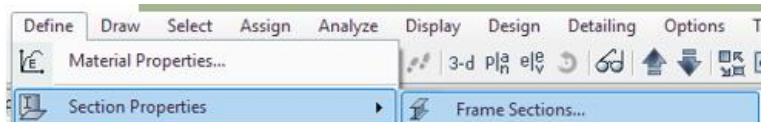
LE ASIGNO LA MISMA SECCION A LAS QUE TIENEN LONGITUDES SIMILARES

COLUMNAS INTERNAS



INGRESO ETABS:

Define, Sección properties, Frame sections, Delete Multiple Properties, Add New Property, concrete,



Frame Section Property Data

General Data

Property Name: CSSX55

Material: fcn210kg/cm2

Notional Size Data: Modify/Show Notional Size...

Display Color: Change...

Notes: Modify/Show Notes...

Shape

Section Shape: Concrete Rectangular

Section Property Source

Source: User Defined

Section Dimensions

Depth: 0.55 m

Width: 0.55 m

Property Modifiers

Modify/Show Modifiers... Currently Default

Reinforcement

Modify/Show Rebar...

OK

Cancel

Show Section Properties...

Delete Multiple Properties...

Find This Property

W10X12

W10X12

Add New Property...

Concrete

Property Modifiers

Modify/Show Modifiers...

Currently Default

Datos col			As	32,15	cm2
ancho	55	cm	cuant	1,06%	OK
prof	55	cm	sep a	10,0	OK
var a	5	u	sep p	10,0	OK
var p	5	u	Zona Prot		
fi long	16	mm	Lo	55	cm
fi esq	16		s	10	cm
fi est	10	mm	Ash	2,12	cm2
rec	2,50	cm	ramas	2,7	u
			Zona central		
			Lc	160	cm
			s	10	cm
0,01	36,30	cm2	Ash	2,12	cm2
	2,01		ramas	2,7	u

Property/Stiffness Modification Factors

Property/Stiffness Modifiers for Analysis

Cross-section (axial) Area: 1

Shear Area in 2 direction: 1

Shear Area in 3 direction: 1

Torsional Constant: 1

Moment of Inertia about 2 axis: 0.8

Moment of Inertia about 3 axis: 0.8

Mass: 1

Weight: 1

OK

Cancel

Reinforcement

Modify/Show Rebar...

Calculos

Num	16	u
-----	----	---

Frame Section Property Reinforcement Data

Design Type
☒ P-M2-M3 Design (Column)
☐ M3 Design Only (Beam)

Rebar Material
 Longitudinal Bars: $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$
 Confinement Bars (Ties): $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$

Reinforcement Configuration
☒ Rectangular
☐ Circular

Confinement Bars
☒ Ties
☐ Spirals

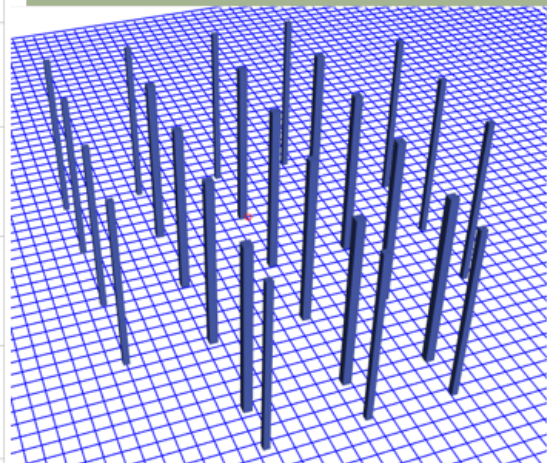
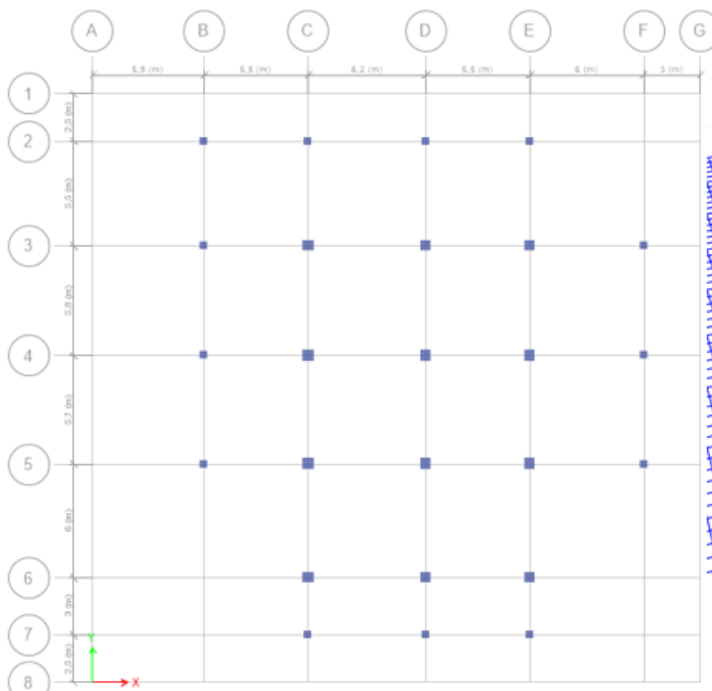
Check/Design
☒ Reinforcement to be Checked
☐ Reinforcement to be Designed

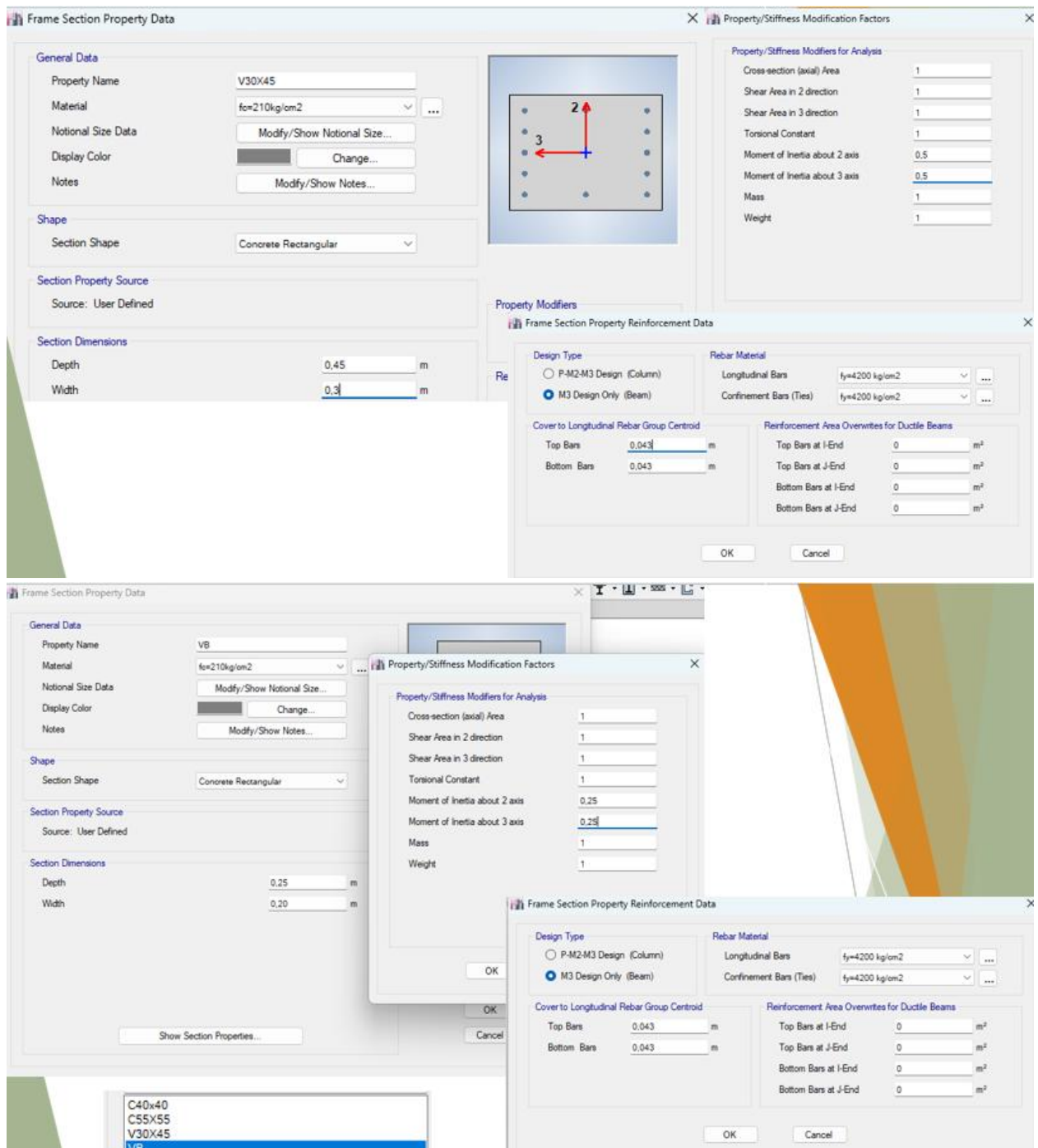
Longitudinal Bars
 Clear Cover for Confinement Bars: 0,04 m
 Number of Longitudinal Bars Along 3-dir Face: 5
 Number of Longitudinal Bars Along 2-dir Face: 5
 Longitudinal Bar Size and Area: 16, 0,000201 m^2
 Corner Bar Size and Area: 16, 0,000201 m^2

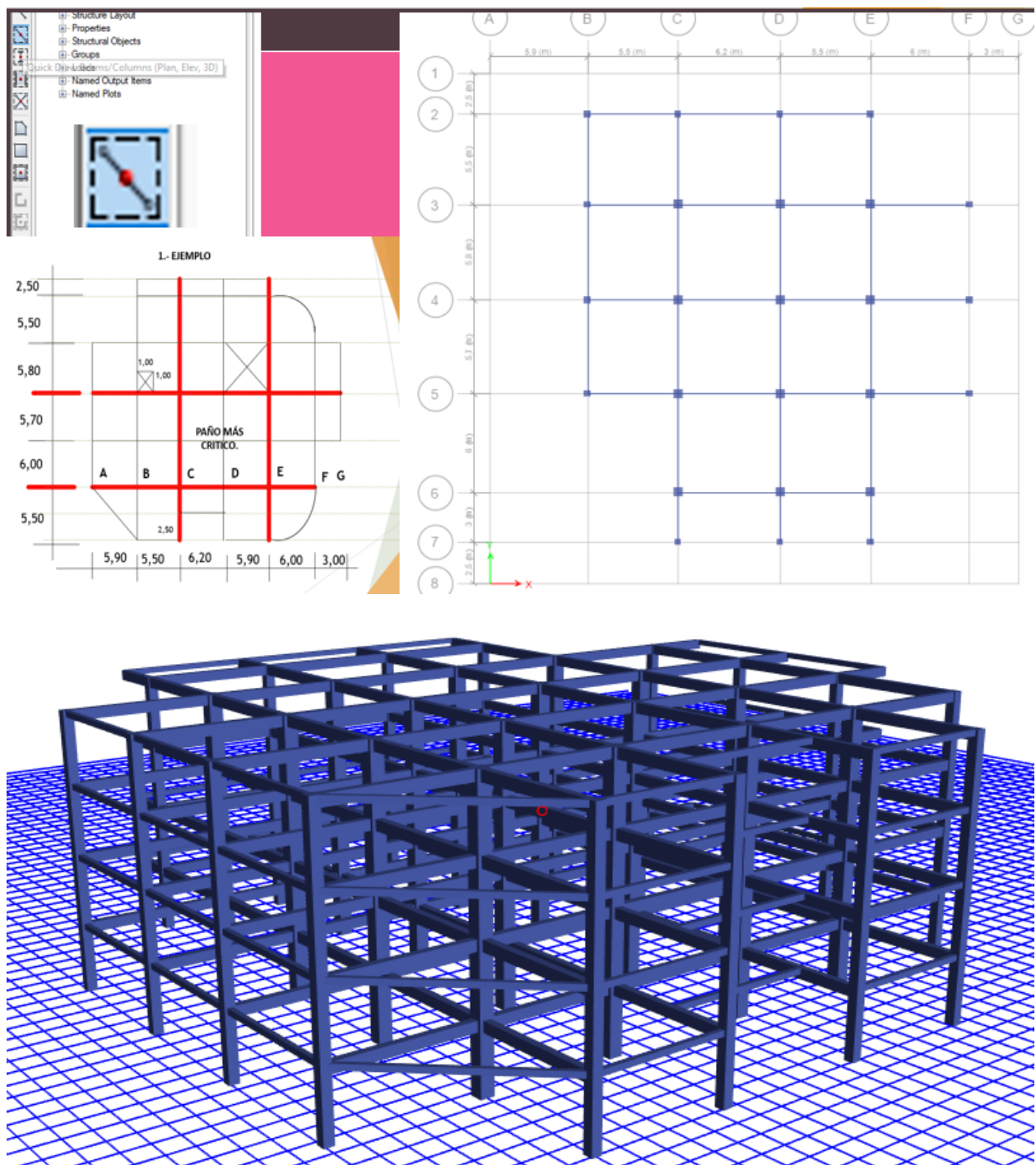
Confinement Bars
 Confinement Bar Size and Area: 10, 0,000079 m^2
 Longitudinal Spacing of Confinement Bars (Along 1-Axis): 0,10 m
 Number of Confinement Bars in 3-dir: 3
 Number of Confinement Bars in 2-dir: 3

OK Cancel

Datos col			As	32,15	cm ²
ancho	55	cm	cuant	1,06%	OK
prof	55	cm	sep a	10,0	OK
vaka	5	u	sepp	10,0	OK
var p	5	u	Zona Prot		
fi long	16	mm	Lo	55	cm
fi esq	16		s	10	cm
fi est	10	mm	Ash	2,12	cm ²
rec	2,50	cm	ramas	2,7	u
			Zona central		
			Lc	160	cm
			s	10	cm
0,01	36,30	cm ²	Ash	2,12	cm ²
	2,01		ramas	2,7	u

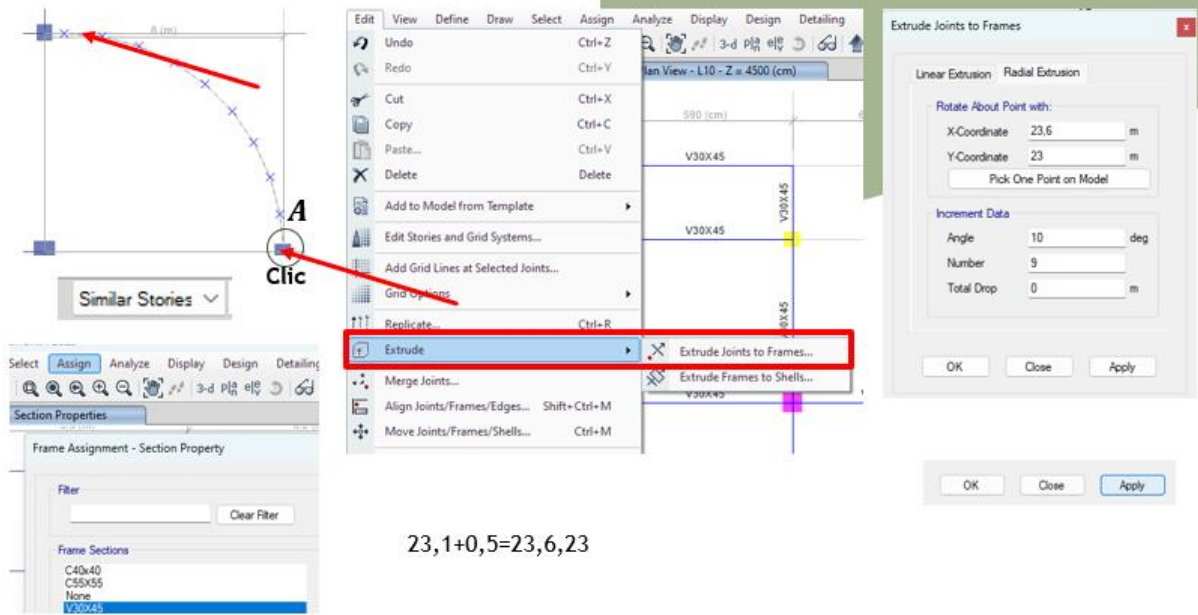




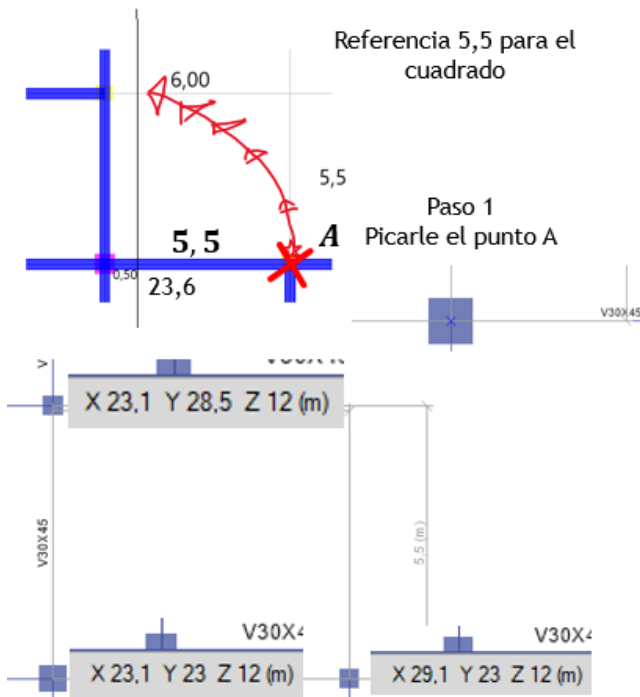


Se le pide al Etabs que haga una rotación alrededor del punto A - $23,1+0,5=23,6,23$, para hacer la curva picarle el punto que voy a denominar A

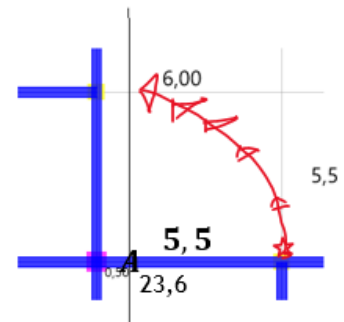
Punto A, marcado luego.

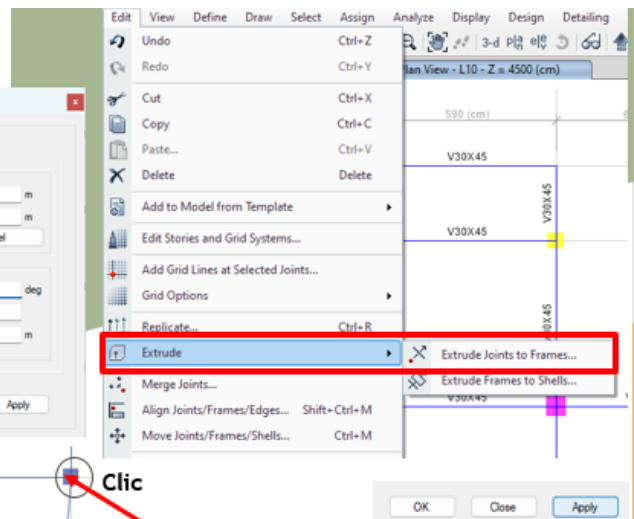
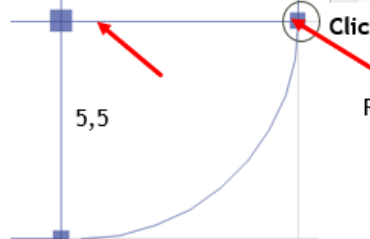
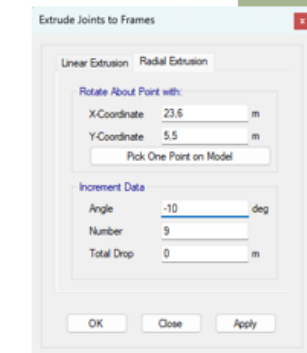
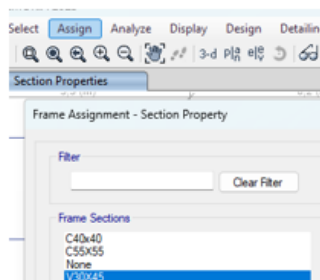
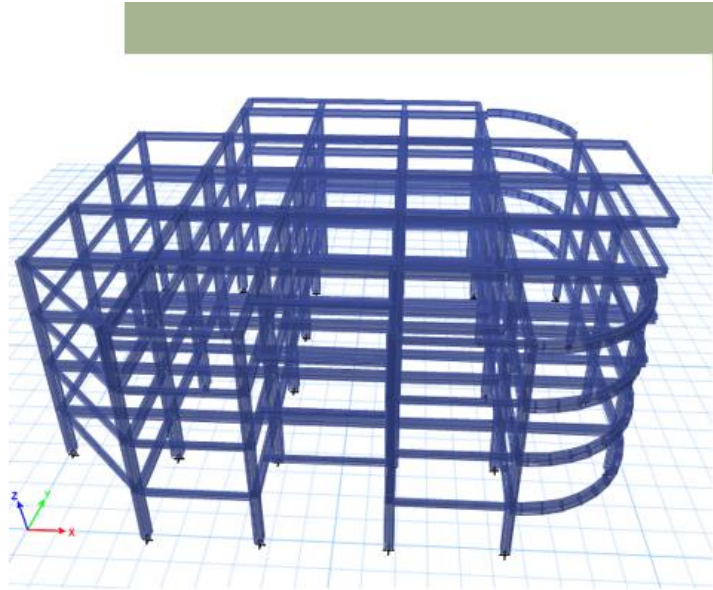
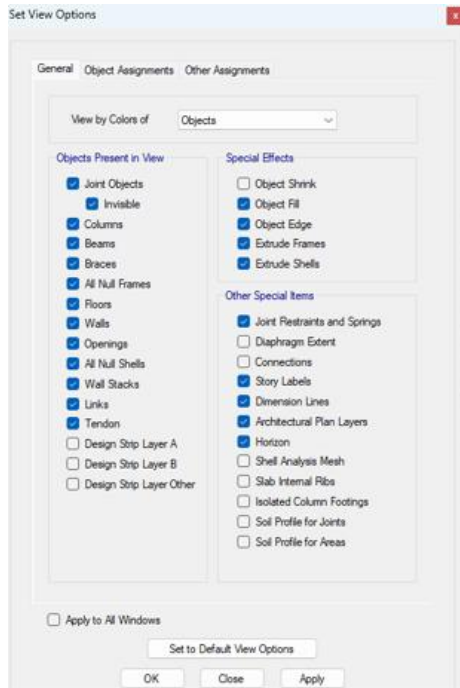


$$23,1+0,5=23,6,23$$



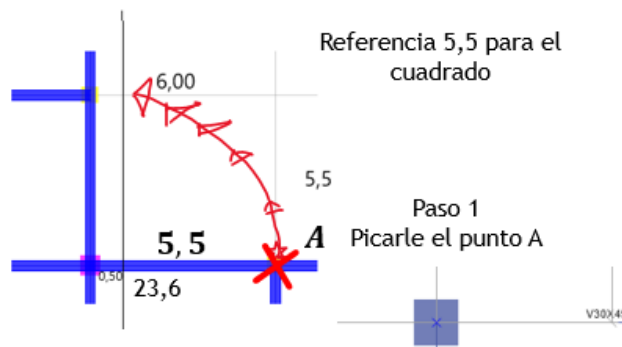
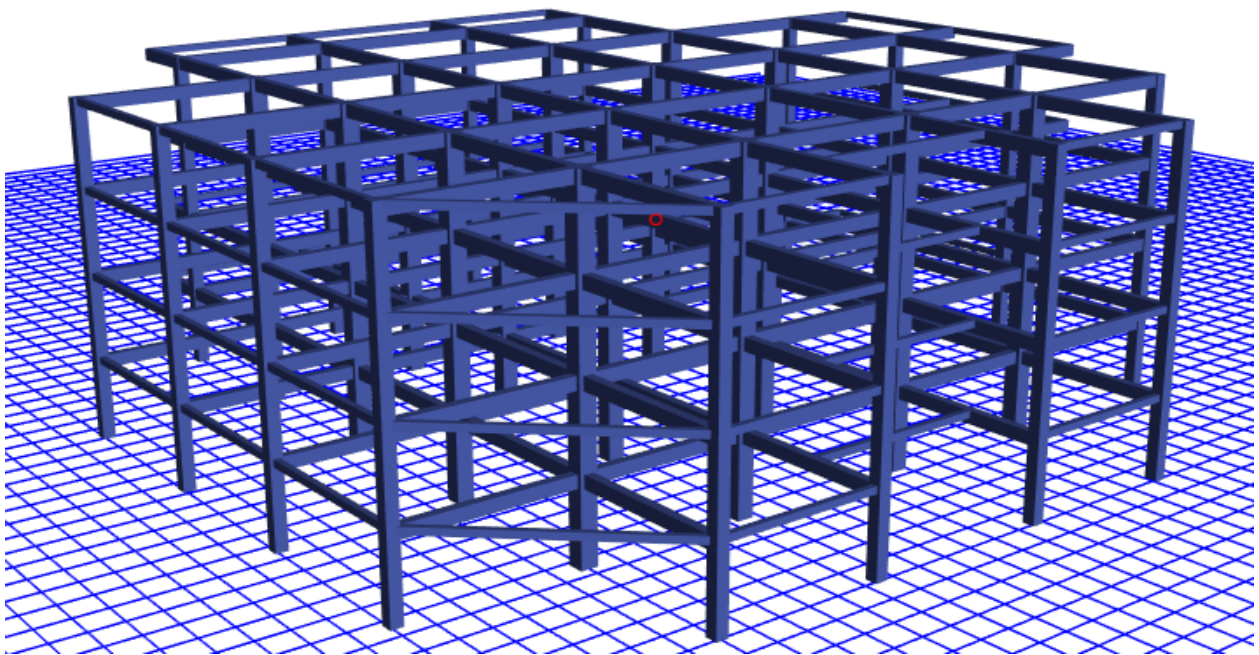
Se le pide al etabs que haga una rotación alrededor del punto A - $23,1+0,5=23,6,23$, para hacer la curva picarle el punto que voy a denominar A



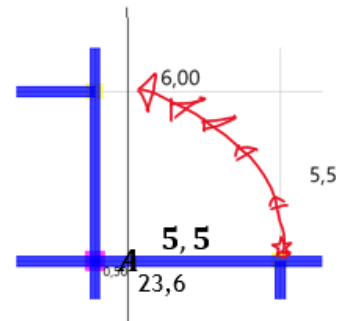
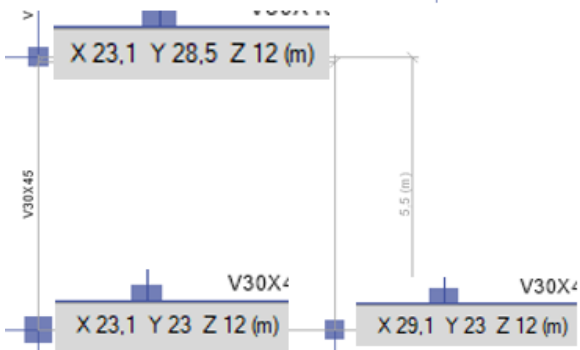


Referencia 5,5 para el cuadrado
Angulo -10 (NEGATIVO)

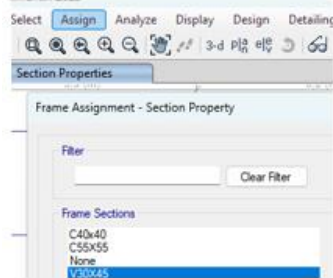
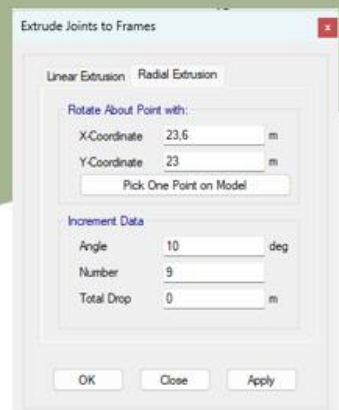
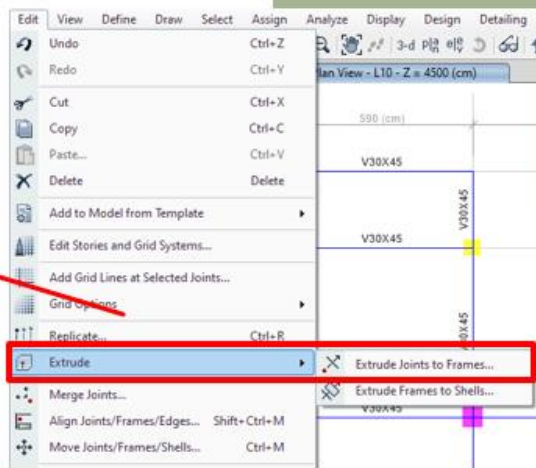
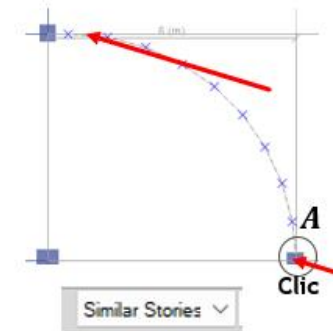
$$23,1+0,5=23,6,5,5$$



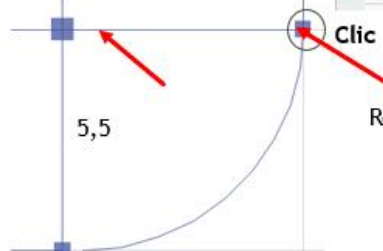
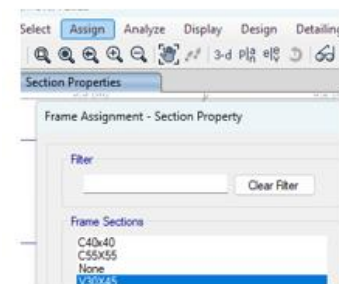
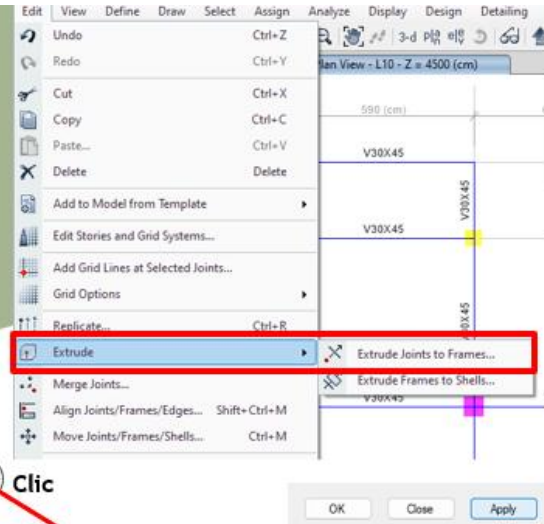
Se le pide al etabs que haga una rotación alrededor del punto A - $23,1+0,5=23,6,23$, para hacer la curva picarle el punto que voy a denominar A



Punto A, marcado luego.

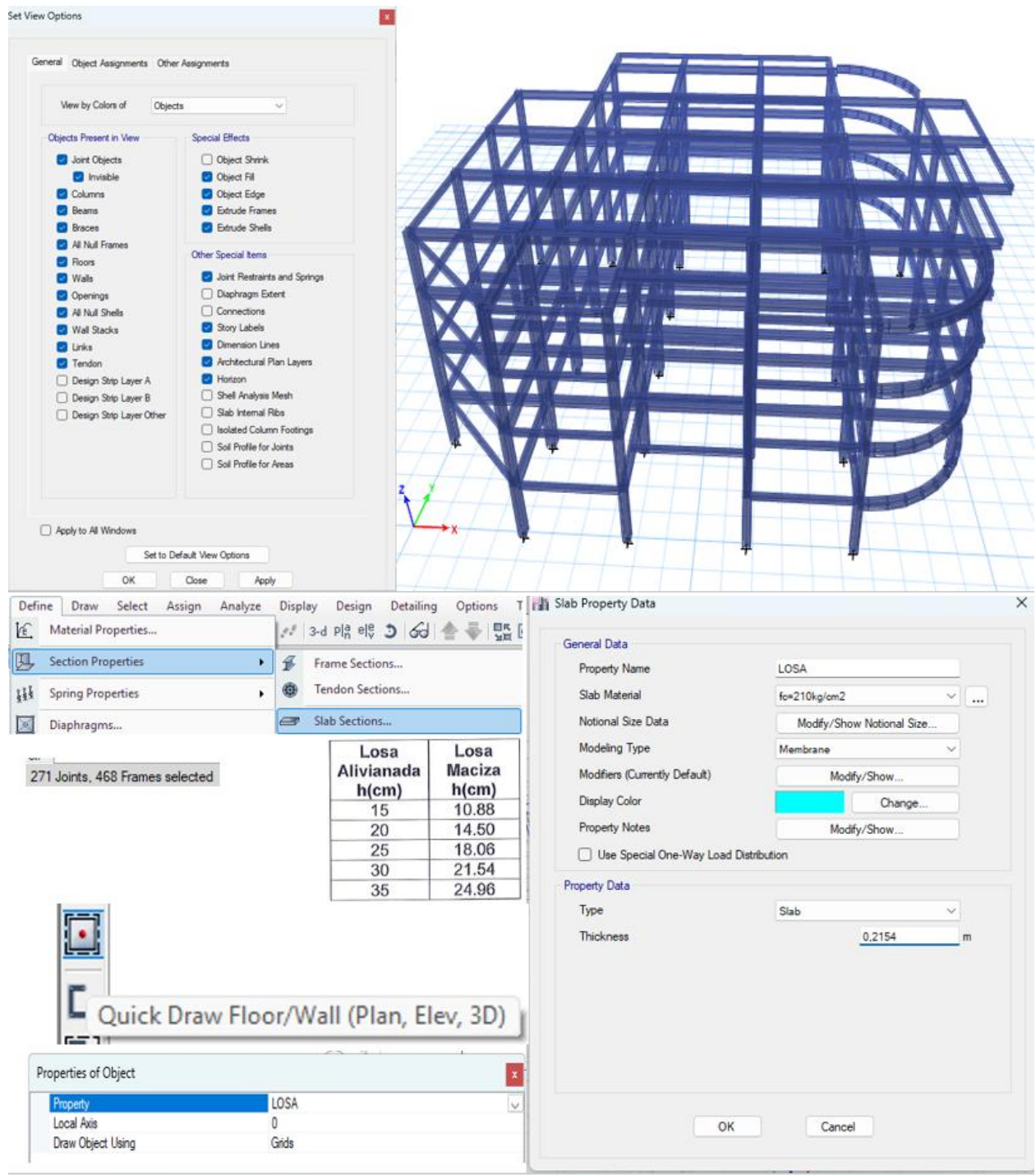


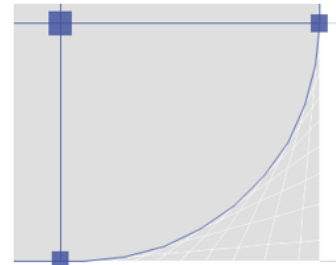
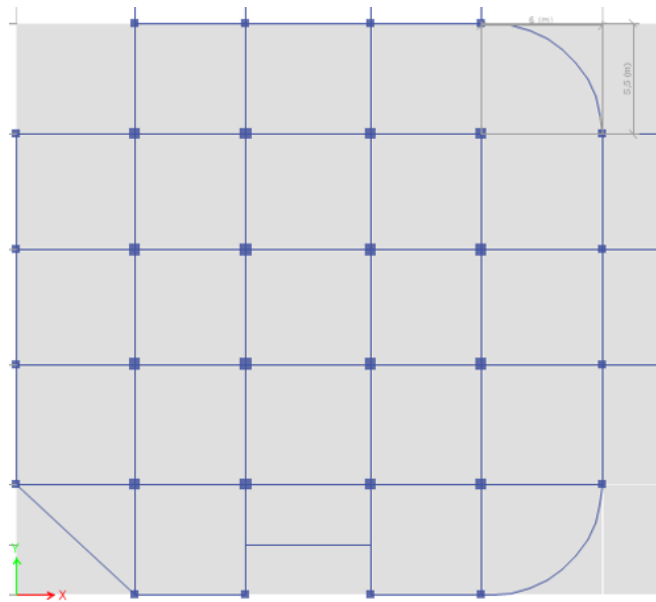
$$23,1+0,5=23,6,23$$



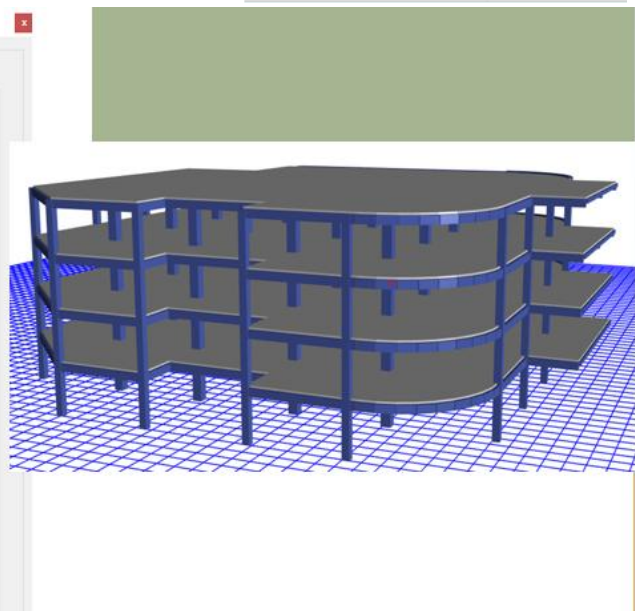
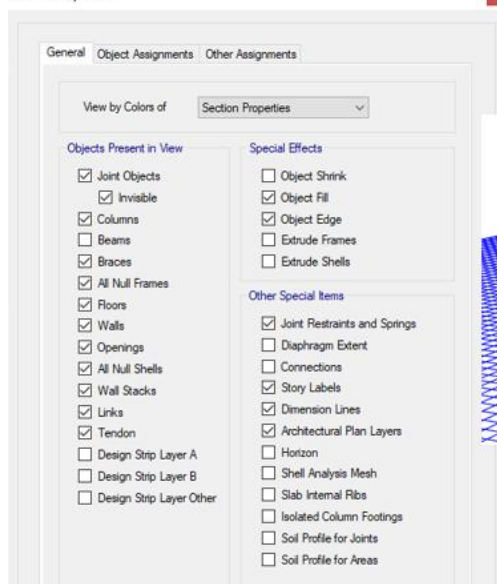
Referencia 5,5 para el cuadrado
Angulo -10 (NEGATIVO)

$$23,1+0,5=23,6,5,5$$

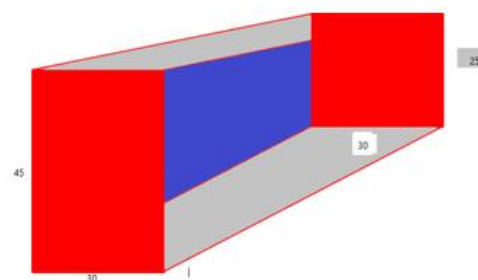
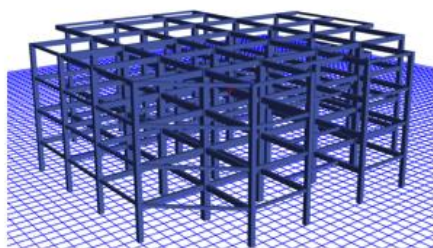




Set View Options



Vigas acarteladas



General Data

Property Name: V-30X45-30X25

Display Color: [Change...](#)

Notional Size Data: [Modify/Show Notional Size...](#)

Shape

Section Shape: Nonprismatic

☐ Show Current Segment Only

Nonprismatic Section Segments

Diagram showing a nonprismatic section with a red line indicating the profile and a dashed line indicating the reference axis. The diagram is labeled with 1 and 2.

Show: Elevation (1-2 Axes) Show Aligned at This Cardinal Point: 10 (Centroid)

	Start Section	End Section	Length Type	Length, cm	EI33 Variation	EI22 Variation
✓	V30X45	V30X25	Absolute	1	Linear	Cubic

[Copy Current Row and Paste Append](#)

[OK](#) [Cancel](#)

Set View Options

General Object Assignments

View by Colors of

Objects Present in View

- ☒ Joint Objects
- ☒ Invisible
- ☐ Columns
- ☒ Beams
- ☒ Braces
- ☒ All Null Frames
- ☐ Floors

PROPORCIONAL (LINEA ROJA)
 ABASOLUTA (UNA SOLA PENDIENTE)
 1 SIGNIFICA EN TODA LA LONGITUD
 EI33 SIGNIFICA INERCIA EN ELE EJE
 3 (LINEAL)
 EI22 VA CAMBIANDO (CUBICA)

SET VIEW OCULTAR COLUMNAS Y
 LOSAS

UNIVERSIDAD ESTATAL DEL SUR DE MANABÍ
 CREAR UNA VIGA DE 30X25

CREAR UN ELEMENTO NO PRISMATICO

Frame Section Property Data

General Data

Property Name: V30X25

Material: F/C 210

Notional Size Data: [Modify/Show Notional Size...](#)

Display Color: [Change...](#)

Notes: [Modify/Show Notes...](#)

Shape

Section Shape: Concrete Rectangular

Section Property Source

Source: User Defined

Section Dimensions

Depth: 25 cm

Width: 30 cm

[Show Section Properties...](#)

Frame Properties

Filter Properties List

Type: All

Filter: [Clear](#)

[Click to:](#)

[Import New Properties...](#)

[Add New Property...](#)

Frame Property Shape Type

Shape Type

Section Shape: Concrete Rectangular

Frequently Used Shape Types

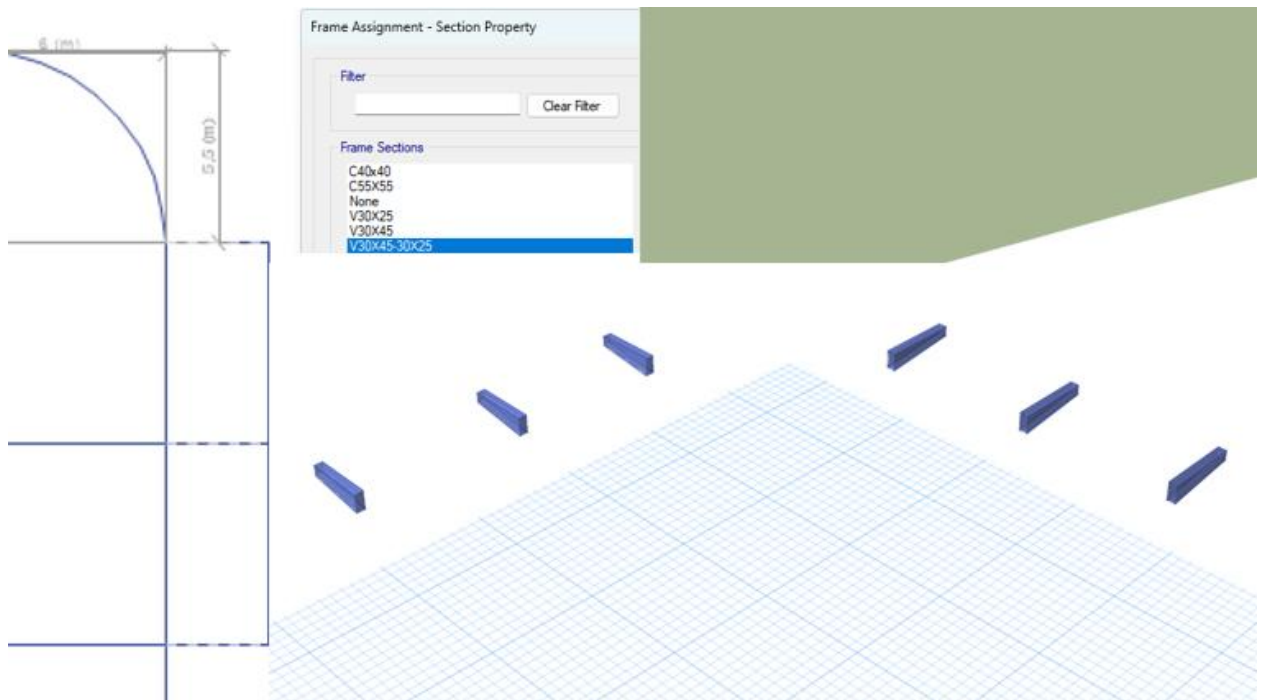
Concrete

Steel

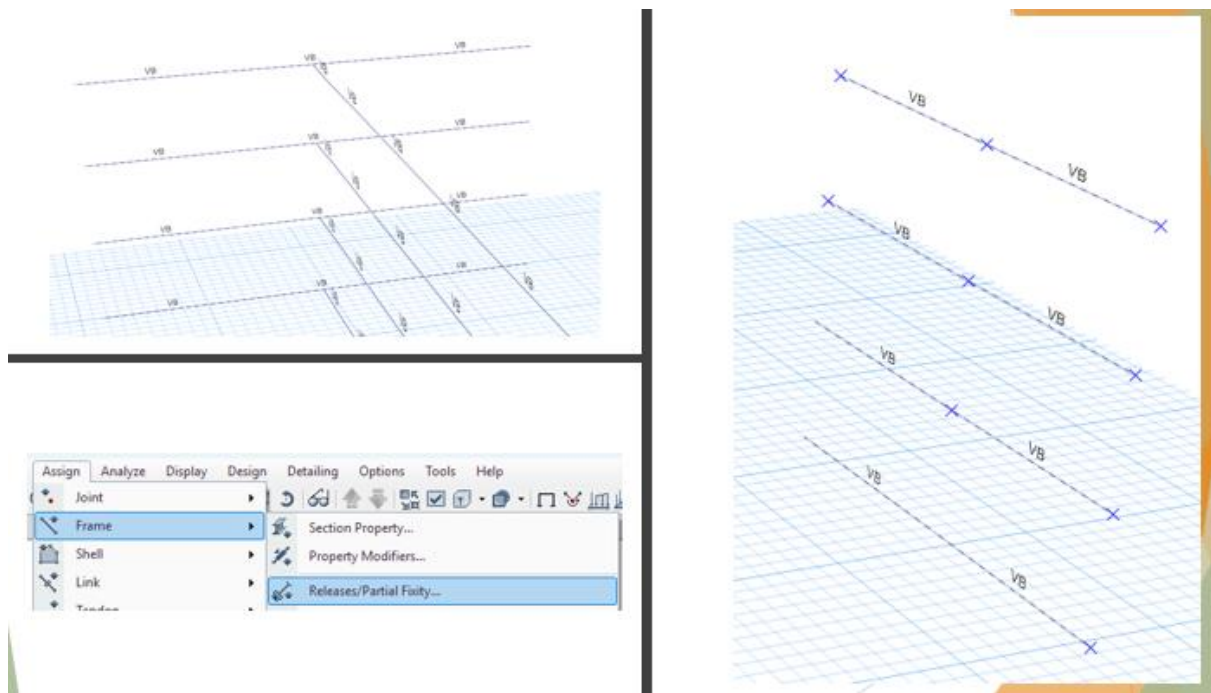
Special

Steel Composite

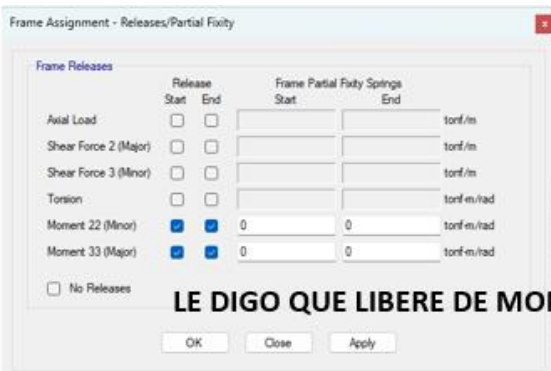
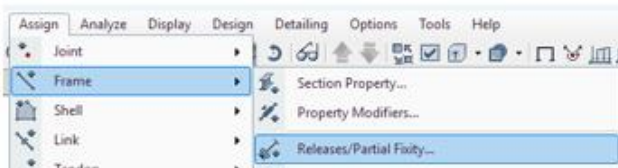
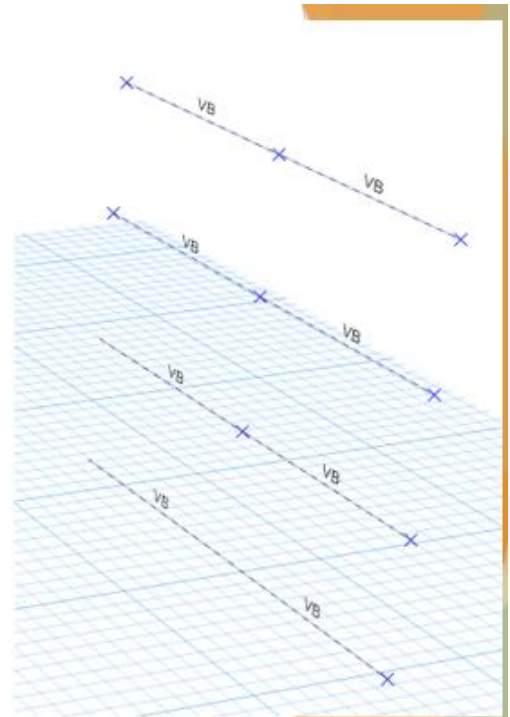
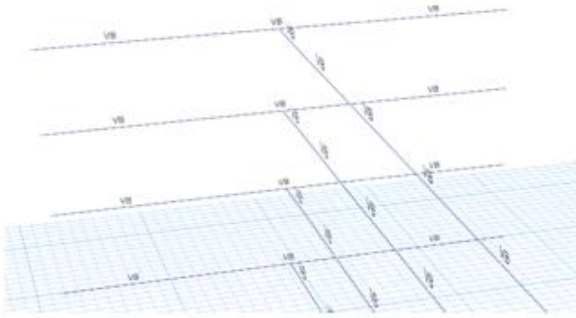
[OK](#) [Cancel](#)



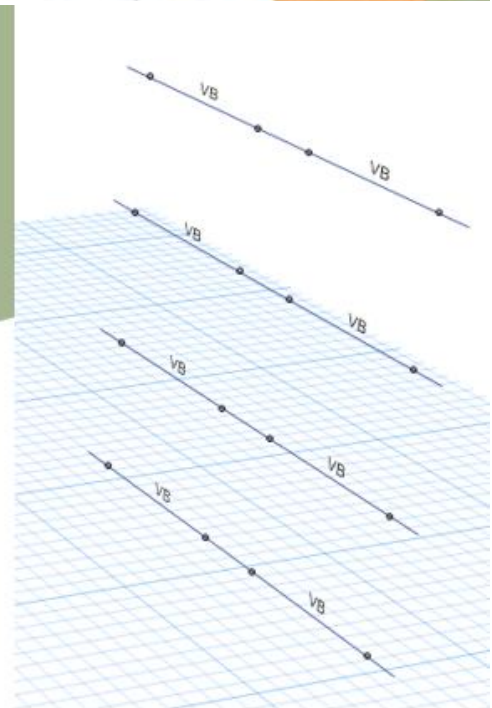
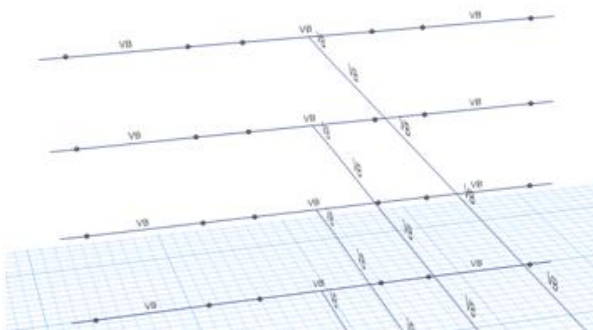
Vigas Secundarias momento

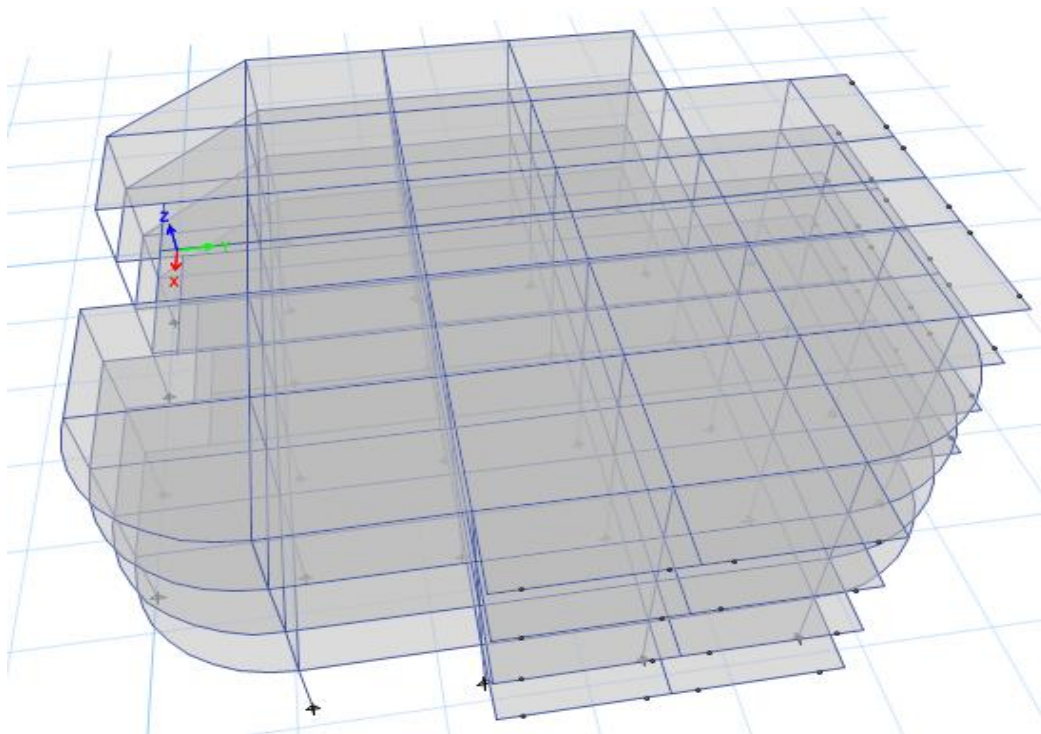


=0



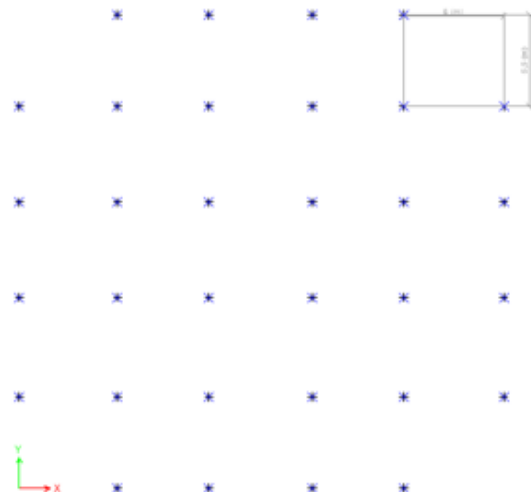
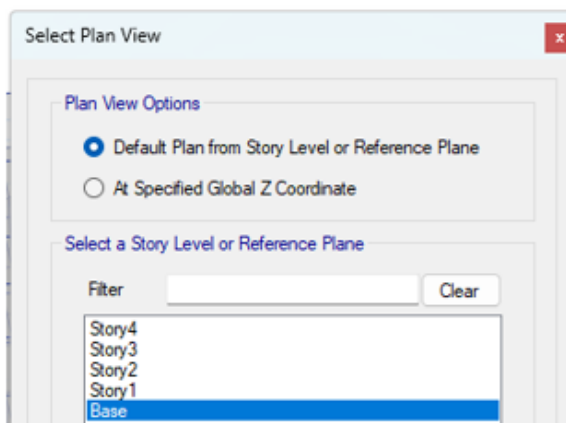
LE DIGO QUE LIBERE DE MOMENTOS

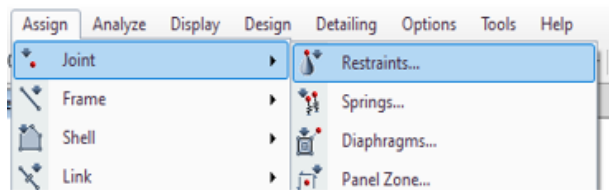




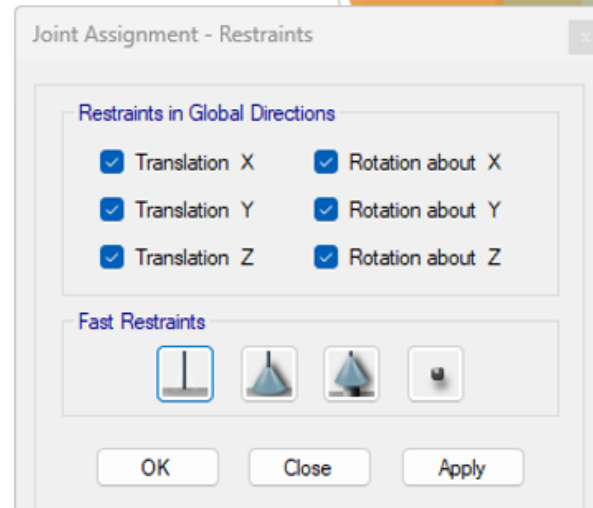
Restricciones

UNIVERSIDAD ESTATAL DEL SUR DE MANABÍ
Base (ubicarse) - ventana y clic



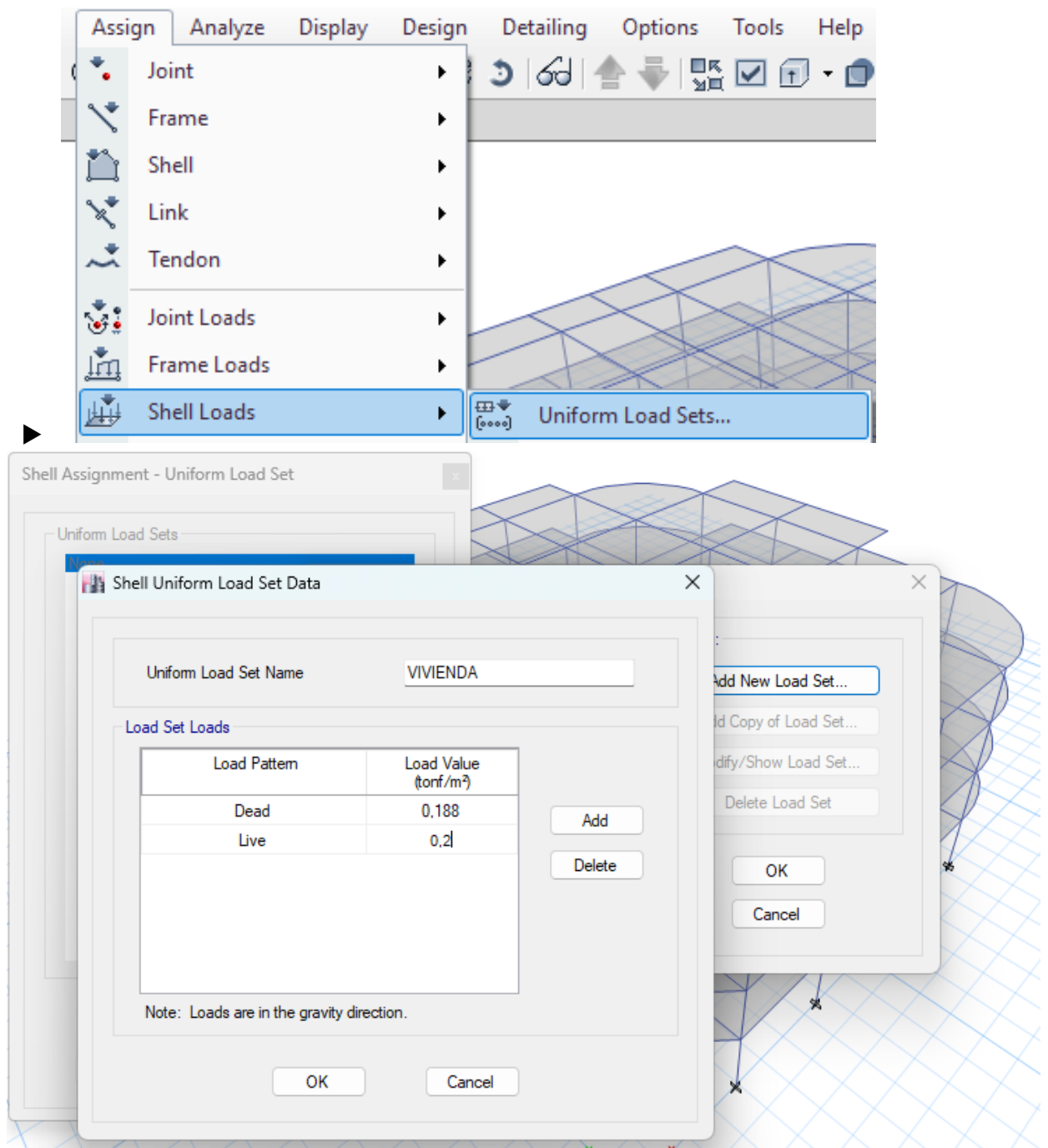


RESTRICCIONES, POR AHORA EMPOTRADO PERO NO ES REAL (SIRVE SOLAMENTE SI LA CIMENTACIÓN ESTA SOBRE ROCA), TODOS COLOCAN EMPOTRADO Y ESO ES FALSO, JAMAS EL EDIFICIO ESTÁ EMPOTRADO. DESPUES HAY QUE PONERLE RESORTES. EMPOTRADO EL EDIFICIO ESTA SOBREDIMENSIONADO.

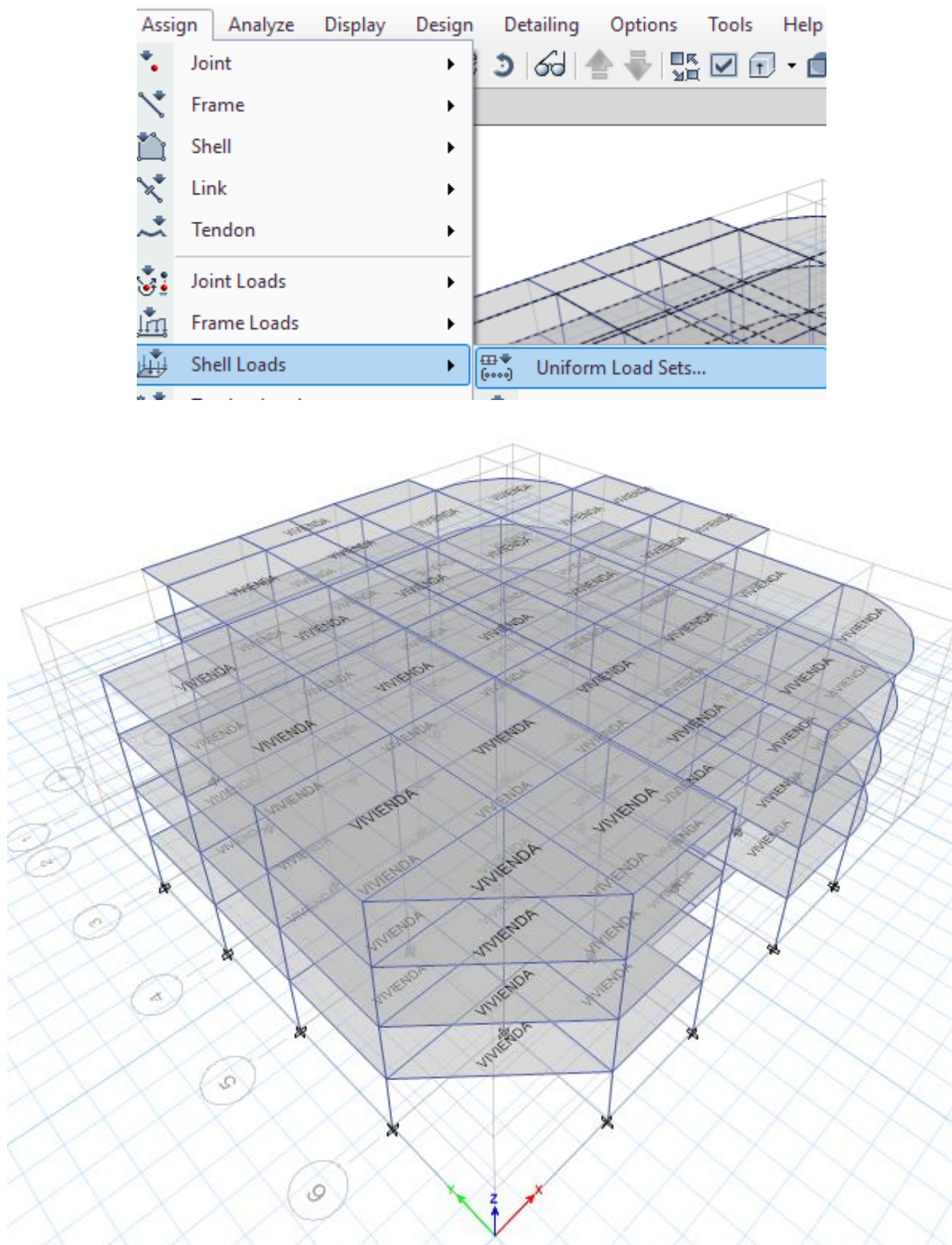


Cargas

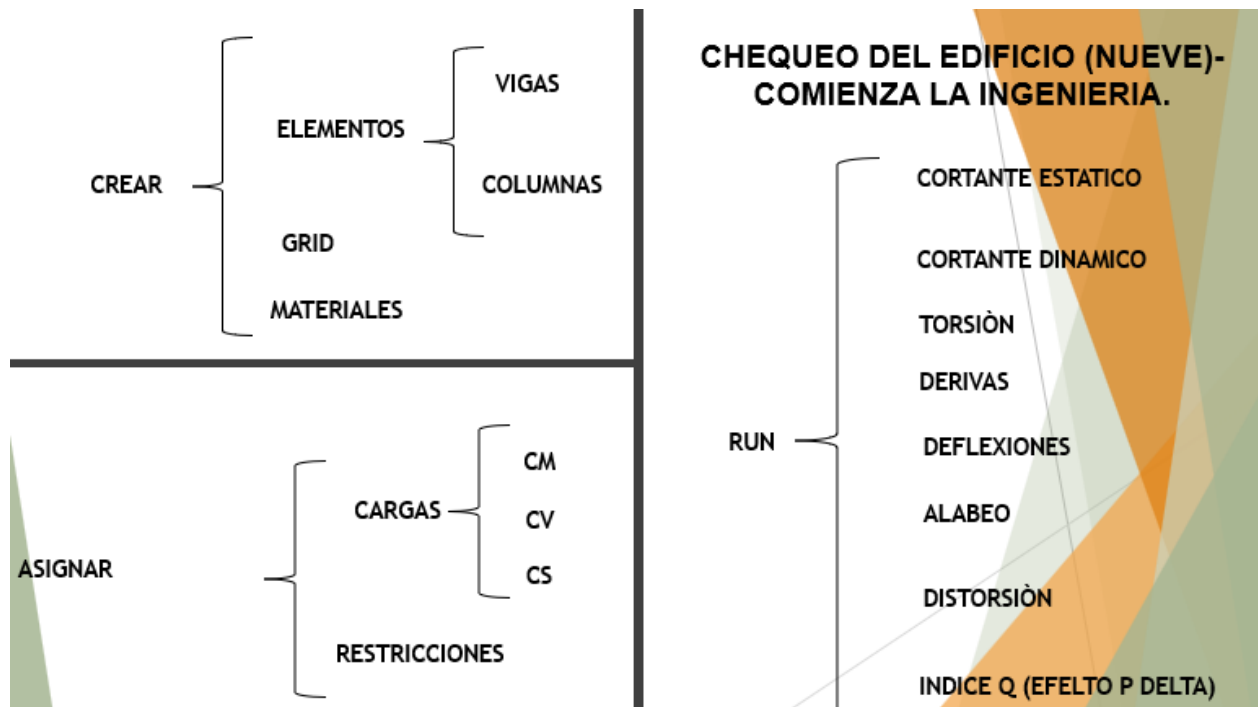
- **INGRESO DE FAMILIAS DE CARGAS**
 - **$0,18 \times 2,4 = 0,432 \text{ Ton/m}^2$**
- **$0,620 \text{ Ton/m}^2 - 0,432 \text{ Ton/m}^2 = 0,188 \text{ Ton/m}^2$**



SELECCIONAR LAS LOSAS



Análisis Pasos Realizados



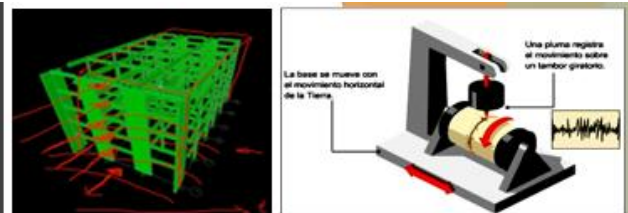
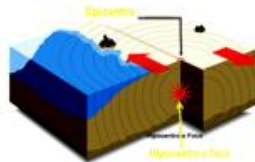
Chequeo 1 cortante basal estático – trabajo habilidades blandas

CORTANTE BASAL ESTÁTICO

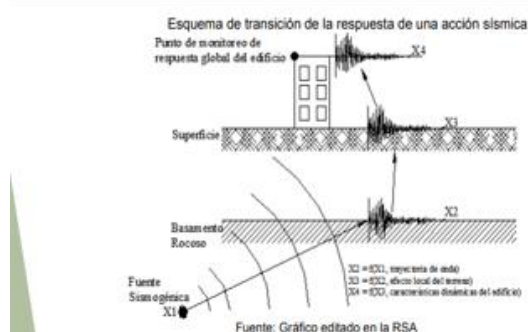
$V = \% W$ peso del edificio

$$V = \frac{I S_a(ta)}{R \Phi_P \Phi_E} W$$

Método de las fuerzas
Ecuación de compresibilidad
 $q = F * Q$



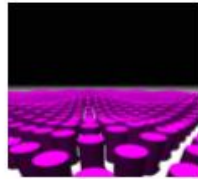
“Diseño e Implementación de un Sistema Sismográfico Digital Utilizando Arduino y Sensor MPU6050: Integración de Tecnología MEMS y Algoritmos de Filtro de Kalman”



NEC dice $V_p \geq V$ minimo

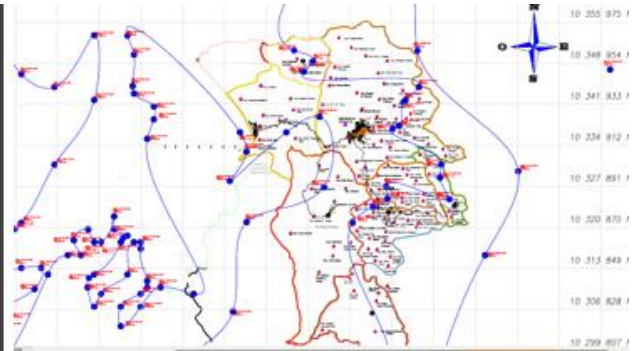
Este es el resumen del cortante basal
estático

Datos — Mera



Parámetros de los sismos de análisis establecidos por el Comité VISION 2000.

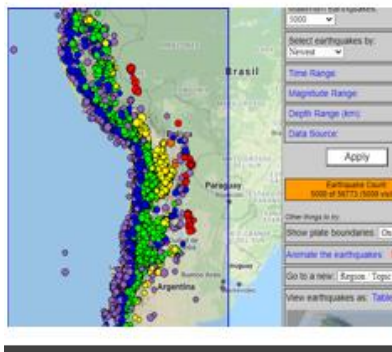
SISMO	VIDA ÚTIL	PROBABILIDAD DE EXCEDENCIA	PERIODO DE RETORNO
Frecuente	30 años	50%	43 años
Ocasional	50 años	50%	72 años
Raro	50 años	10%	475 años
Muy Raro	100 años	10%	970 años



DISEÑAMOS PARA SISMO RARO

SISMO	VIDA ÚTIL	MAGNITUD
Frecuente	5 años	5-5,5
Ocasional	20 años	6-7
Raro	100 años	SISMO DE DISEÑO
Muy Raro	años	SE PRESENTÓ EN CHILE 9,6

ÚLTIMO
ESMERALDA 1906



$S_a(g)$

$$s_a = n * Z * F_a$$

si el periodo de vibración es
> mayor que el T_c , aplique

$$s_a = n * Z * F_a * \left(\frac{T_c}{T}\right)^r$$

Curva de capacidad

Nivel de sismo	Sismo	Probabilidad de excedencia en 50 años	Periodo retorno T_r (años)	Tasa anual de excedencia ($1/T_r$)
1	Frecuente (menor)	50%	72	0.01389
2	Ocasional (moderado)	20%	225	0.00444
3	Raro (severo)	10%	475	0.00211
4	Muy raro* (extremo)	2%	2 500	0.00040

Tabla 9: niveles de amenaza sísmica

$$T_0 = 0.1 F_s \frac{F_d}{F_a}$$

$$T_c = 0.55 F_s \frac{F_d}{F_a}$$

$T(seg)$

- $\eta = 1.80$: Provincias de la Costa (excepto Esmeraldas),
- $\eta = 2.48$: Provincias de la Sierra, Esmeraldas y Galápagos
- $\eta = 2.60$: Provincias del Oriente

Pagina 34.

Tipos de irregularidades – habilidades blandas.

Artículos:

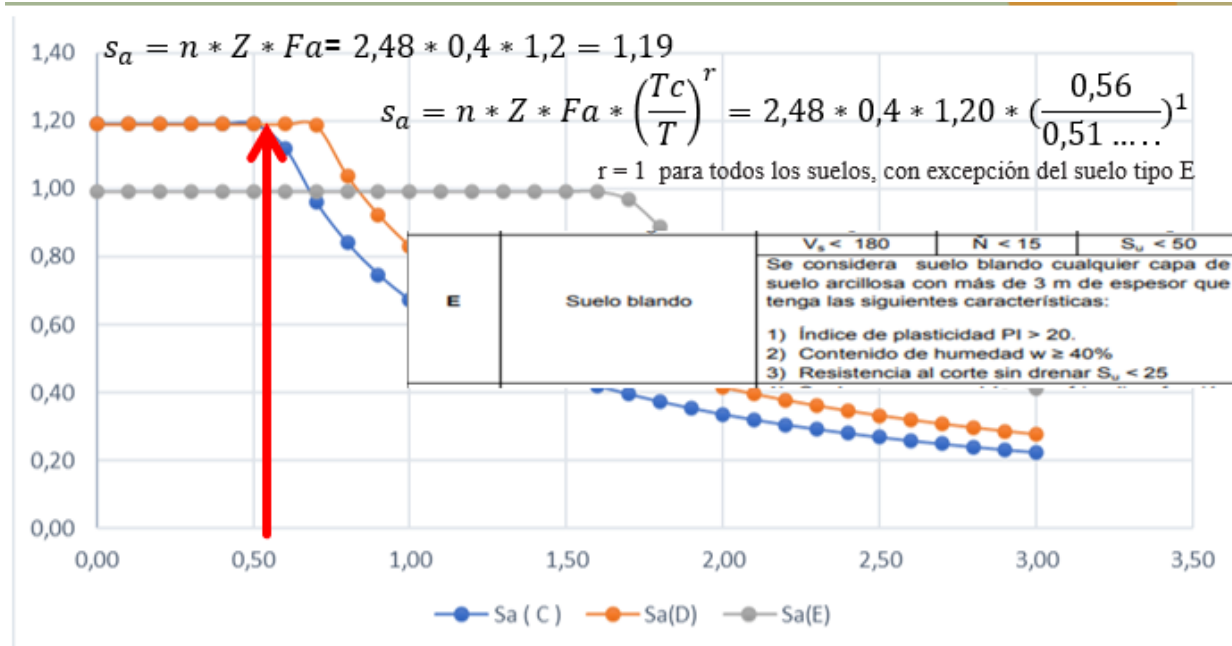
1.- Metodología para..

2.- Valoración de...(según áreas de especialidad).

Trabajar mientras desarrollan su proyecto



Datos		GUAYAQUIL		
I	1,00	Pagina 39.		
fi p	0,90			
fi e	0,90			
R	6,00	Capacidad de disipar energía		
n	2,48			
Z	0,40	Pagina 27- pagina 90.		
Suelo	C	D	E	
Fa	1,20	1,20	1,00	
Fd	1,11	1,19	1,60	
Fs	1,11	1,28	1,90	
r	1,00	1,00	1,50	
Tc	0,56	0,70	1,67	



<i>T</i>	<i>Sa @</i>	<i>Sa(D)</i>	<i>Sa(E)</i>	<i>Sai</i>
0,00	1,19	1,19	0,99	0,245
0,10	1,19	1,19	0,99	0,245
0,20	1,19	1,19	0,99	0,245
0,30	1,19	1,19	0,99	0,245
0,40	1,19	1,19	0,99	0,245
0,50	1,19	1,19	0,99	0,245
0,60	1,12	1,19	0,99	0,245
0,70	0,96	1,19	0,99	0,244
0,80	0,84	1,04	0,99	0,214
0,90	0,75	0,92	0,99	0,190
1,00	0,67	0,83	0,99	0,171
1,10	0,61	0,76	0,99	0,155
1,20	0,56	0,69	0,99	0,142
1,30	0,52	0,64	0,99	0,132
1,40	0,48	0,59	0,99	0,122
1,50	0,45	0,55	0,99	0,114
1,60	0,42	0,52	0,99	0,107
1,70	0,40	0,49	0,97	0,101
1,80	0,37	0,46	0,89	0,095
1,90	0,35	0,44	0,82	0,090
2,00	0,34	0,42	0,76	0,085
2,10	0,32	0,40	0,70	0,081
2,20	0,31	0,38	0,66	0,078
2,30	0,29	0,36	0,61	0,074
2,40	0,28	0,35	0,58	0,071
2,50	0,27	0,33	0,54	0,068
2,60	0,26	0,32	0,51	0,066
2,70	0,25	0,31	0,48	0,063
2,80	0,24	0,30	0,46	0,061
2,90	0,23	0,29	0,43	0,059
3,00	0,22	0,28	0,41	0,057

Velocidad de onda de corte– trabajo habilidades blandas



η Razón entre la aceleración espectral $S_e(T = 0.1 \text{ s})$ y el PGA para el período de retorno seleccionado.
 r Factor usado en el espectro de diseño elástico, cuyos valores dependen de la ubicación geográfica del proyecto

$r = 1$ para todos los suelos, con excepción del suelo tipo E
 $r = 1.5$ para tipo de suelo E.

Página 34.

Perfiles de suelos para el diseño sísmico	27
Coeficientes de perfil de suelo F_a , F_d y F_s	27
3.3. Componentes horizontales de la carga sísmica: espectros elásticos de diseño	27
3.3.1. Espectro elástico horizontal de diseño en aceleraciones	28
3.3.2. Espectro elástico de diseño en desplazamientos	29
3.4. Componente vertical del sismo de diseño	31
	32
	32
	36
	37

Se va a realizar para los tres tipos de suelo

Cálculos		
At	35,39	m ²
Cu	4,26	t/m ²
Pu	216,91	t

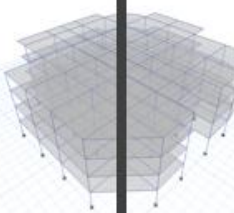


Tabla 4.2. Valores de η , según el tipo de martillo y procedimiento utilizado en la prueba (López, 2003), (Gallardo, 2005).

País	Tipo de martillo	Procedimiento	η
Japón	Anular	Caída libre	1.30
	Anular	Cuerda con polea especial tirado a mano	1.12
E.E.U.U.	Seguridad	Cuerda con polea tirado a mano	1
	Anular	Caída libre	0.75
Europa	Anular	Caída libre	1
Colombia	Anular	Cuerda con polea tirado a mano	0.75

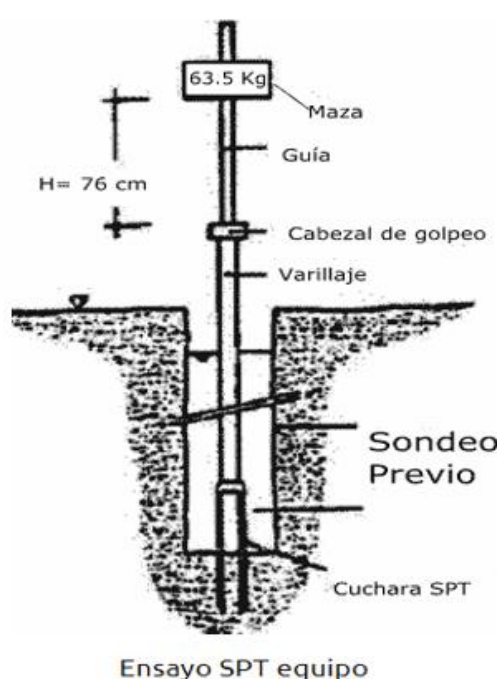


Tabla 5.1. Correlaciones empíricas utilizadas en este estudio para estimar V_s en función de N_{golpe} del SPT.
(Stharam & Anbazhagan, 2013) y (Parrales & Picado, 2001).

Autores	Suelos cohesivos	Suelos no cohesivos	Todo tipo de suelos
Ohta y Goto (1978)	-----	-----	$85.34N^{0.348}$
Hasancebi y Ulusay (2007)	$97.89N^{0.269}$	$90.82N^{0.319}$	-----
Uma Maheswari et al. (2010)	$89.31N^{0.358}$	-----	-----
Anbazhagan et al. (2012)	$106.63N^{0.39}$	-----	-----
Lee (1990)	-----	$57.4N^{0.49}$	-----
Imai y Fumoto (1975)	-----	$89.8N^{0.341}$	-----

5.2.1. Tipos de perfiles de suelos para el diseño sísmico

Se definen seis tipos de perfil de suelo los cuales se presentan en la [Tabla 2](#).

Los parámetros utilizados en la clasificación son los correspondientes a los 30 m superiores del perfil para los perfiles tipo A, B, C, D y E. Aquellos perfiles que tengan estratos claramente diferenciados deben subdividirse, asignándoles un subíndice i que va desde 1 en la superficie, hasta n en la parte inferior de los 30 m superiores del perfil.

Para el perfil tipo F se aplican otros criterios, como los expuestos en la sección [10.5.4](#) y la respuesta no debe limitarse a los 30 m superiores del perfil en los casos de perfiles con espesor de suelo significativo.

Tipo de perfil	Descripción	Definición
A	Perfil de roca competente	$V_s \geq 1500$ m/s
B	Perfil de roca de rigidez media	$1500 \text{ m/s} > V_s \geq 760$ m/s
C	Perfiles de suelos muy densos o roca blanda, que cumplan con el criterio de velocidad de la onda de cortante, o	$760 \text{ m/s} > V_s \geq 360$ m/s

Tipo de perfil	Descripción	Definición
D	Perfiles de suelos muy densos o roca blanda, que cumplan con cualquiera de los dos criterios	$N \geq 50.0$ $S_u \geq 100$ KPa
	Perfiles de suelos rígidos que cumplan con el criterio de velocidad de la onda de cortante, o	$360 \text{ m/s} > V_s \geq 180$ m/s
	Perfiles de suelos rígidos que cumplan cualquiera de las dos condiciones	$50 > N \geq 15.0$ $100 \text{ kPa} > S_u \geq 50$ kPa
E	Perfil que cumpla el criterio de velocidad de la onda de cortante, o	$V_s < 180$ m/s
	Perfil que contiene un espesor total H mayor de 3 m de arcillas blandas	$IP > 20$ $w \geq 40\%$ $S_u < 50$ kPa

4.3.2.1. FEMA 450.

Esta norma clasifica los suelos en función de: Parámetro V_{s30} , N_{SPT} (Número de golpes del ensayo de penetración estándar) y C_u que se define como la resistencia al corte sin drenar.

Tabla 4.4. Clasificación de sitio según FEMA 450 (NEHRP, 2003).

Tipo de sitio	Descripción	V_s (m/s)	$\dot{N}$	S_u (KPa)
A	Roca fuerte	$V_s > 1500$	-	-
B	Roca	$1500 \geq V_s > 760$	-	-
C	Suelo muy denso y roca blanda	$760 \geq V_s > 360$	$\dot{N} > 50$	$S_u > 100$
D	Suelo rígido	$360 \geq V_s \geq 180$	$50 \geq \dot{N} \geq 15$	$100 \geq S_u \geq 50$
E	Suelo blando	$V_s < 180$	$\dot{N} < 15$	$S_u < 50$
		Se considera suelo blando cualquier capa de suelo arcillosa con más de 3 m de espesor que tenga las siguientes características: 1) Índice de plasticidad $PI > 20$. 2) Contenido de humedad $w \geq 40\%$ 3) Resistencia al corte sin drenar $S_u < 25$		
F	Suelos que requieren una evaluación específica	1) Suelos que podrían sufrir licuefacción durante un sismo fuerte. 2) Turbas y/o arcillas con una gran cantidad de material orgánico con más de 3m de espesor. 3) Arcillas de alta plasticidad con más de 8m y $PI > 75$. 4) Arcillas blandas con un espesor mayor a 36m y $S_u < 50$ KPa.		

Olivares, L. & Quintana, O.

37

Calculos		
At	35,39	m2
Cu	4,26	t/m2
Pu	216,91	t

<https://www.youtube.com/watch?v=QBPIHfxzTQc>

Clasificación	Según los niveles de construcción	Según las cargas máximas de servicio en columnas (kn)
Baja	Hasta 3 niveles	Menores de 800
Media	Entre 4 y 10 niveles	Entre 801 y 4000
Alta	Entre 11 y 20 niveles	Entre 4001 y 8000
Especial	Mayor de 20 niveles	Mayores de 8000

1 KN=0.101972 T; EN 800KN TENDREMOS =81.5776 Toneladas T

Para el número Mínimo de sondeos

CATEGORIA DE LA UNIDAD DE CONSTRUCCION			
BAJA	MEDIA	ALTA	ESPECIAL
Profundidad	Profundidad	Profundidad	Profundidad
Mínima de sondeos: 6m	Mínima de sondeos: 15m	Mínima de sondeos: 25m	Mínima de Sondeos: 30m
Número mínimo de sondeos: 3	Número mínimo de sondeos: 4	Número mínimo de sondeos: 4	Número mínimo de sondeos: 5

N2 corrección por longitud de barra		N3 corrección por diámetro de muestra		N4 corrección por presencia de arena	
Long.	%	Sin revestimiento		Diámetro de la perforación	%
>10 m	1	1		60-120 mm	1
6-40	0.95	Con revestimiento		150 mm	1.05
4-6	0.85	Arena densa	0.80	200 mm	1.15
0-4	0.75	Arena suelta	0.90		

muestra	profundidad	cota de inicio de perforación	datos de ensayo y equipo					
			N campo	N1	N2	N3	N4	N CORREGIDO
1	0,55-1,00	0,55	7	1	0,75	1	1	5,25
2	1,55-2,00	1,55	10	1	0,75	1	1	7,5
3	2,55-3,00	2,55	16	1	0,75	1	1	12
4	3,55-4,00	3,55	14	1	0,75	1	1	10,5
5	4,55-5,00	4,55	16	1	0,85	1	1	13,6
6	5,55-6,00	5,55	13	1	0,85	1	1	11,05

Fórmula de IDA PARA ENCONTRAR LA VELOCIDAD DE CORTE (VS) A PARTIR DE SPT

$$VS = 89.8 N^{0.341}$$

$$\frac{H}{Vs} = \frac{H1}{Vs1} + \frac{H2}{Vs2} + \frac{H3}{Vs3}$$

N = NUMERO DE GOLPE

Nº golpes	Fórmula	COTA PERF.	ht =	H1/Vs1	H2/Vs2	H3/Vs3	H4/Vs4	H5/Vs5	H6/Vs6	VS1	VS2	VS3	VS4	VS5	VS6
5,25		0,55		0,003479461						158,07044					
7,5		1,55		0,005601802						178,51398					
12		2,55		0,004772246						209,54492					
10,5		3,55		0,00499457						200,21743					
13,6		4,55		0,004572849						218,68203					
11,05		5,55		0,004908368						203,7337					

$$\frac{5,55}{Vs} = \frac{5,55}{158,07044} + \frac{1}{178,51398} + \frac{1}{209,54492} + \frac{1}{200,21743} + \frac{1}{218,68203} + \frac{1}{203,7337005}$$

$$\frac{5,55}{Vs} = 0,00347946 + 0,0056018 + 0,00477225 + 0,0049946 + 0,004572849 + 0,004908368$$

$$\frac{5,55}{Vs} = 0,0283293$$

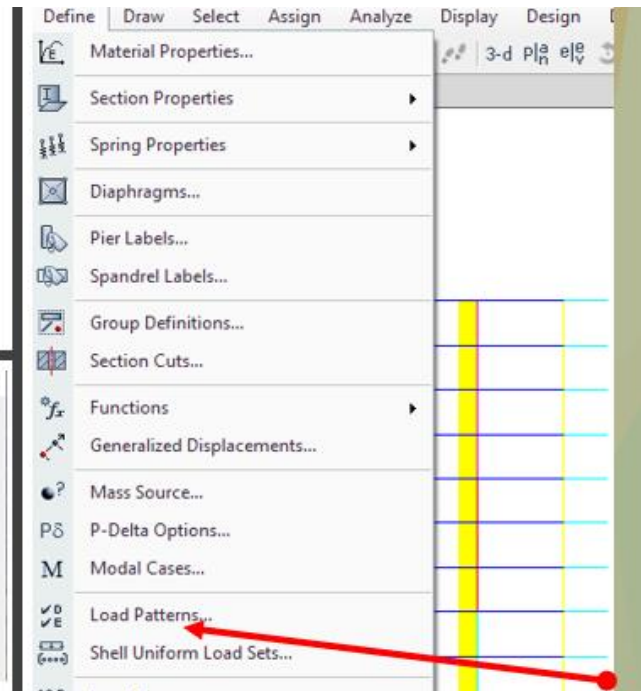
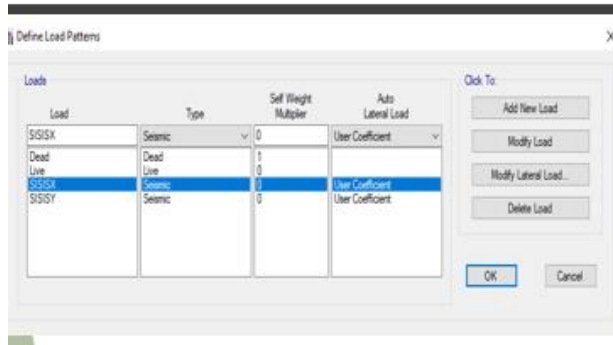
$$Vs = 195,910257 \text{ m/seg}$$

Patrones de Cargas

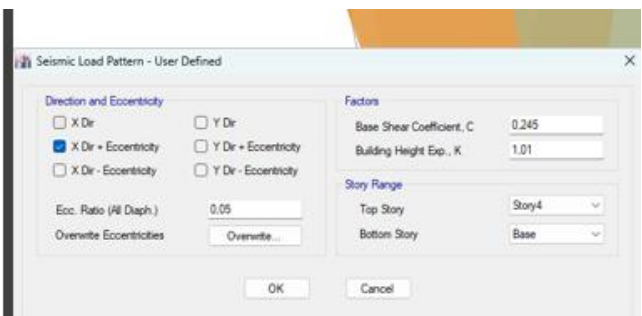
PATRONES DE CARGAS

Determinación de k:

Valores de T (s)	k
≤ 0.5	1
$0.5 < T \leq 2.5$	$0.75 + 0.50 T$
> 2.5	2

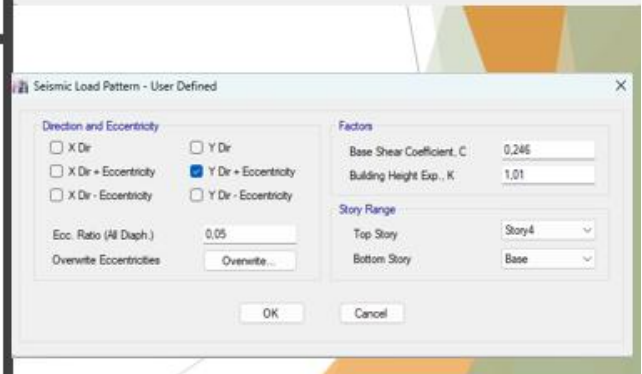


Ct	0,055	
h	12,00	m
alfa	0,90	
T1	0,51	s
T1	0,51	s
Suelo	C	
COL	2	
Sa	1,19	g
Coef	0,245	
k	1,01	



HASTA AQUI HE INGRESADO LA ACELERACIÓN

LA ECUACIÓN ES
 $F = m * a$,
 tengo que ingresar la masa

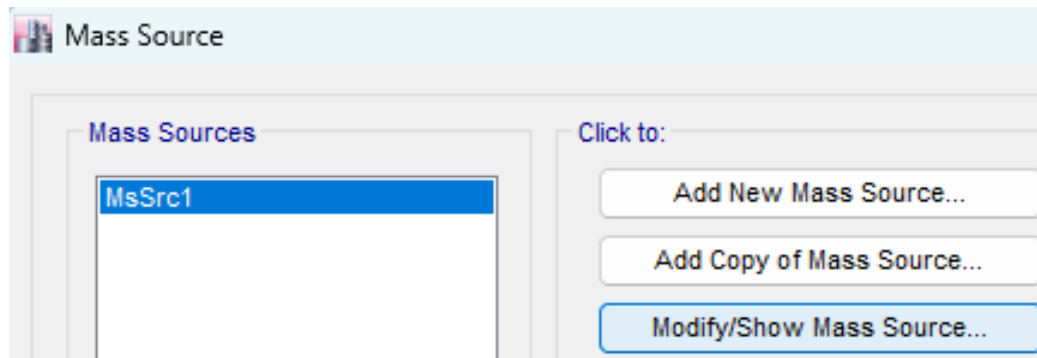
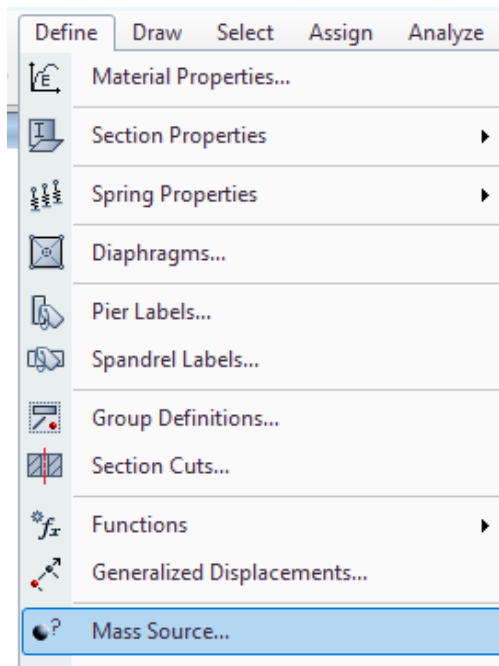


Participación de masa

LA ECUACIÓN ES

$$F = m * a,$$

tengo que ingresar la masa



Mass Source Data

Mass Source Name:

Mass Source

☐ Element Self Mass
☐ Additional Mass
☒ Specified Load Patterns
☐ Adjust Diaphragm Lateral Mass to Move Mass Centroid by:

This Ratio of Diaphragm Width in X Direction:
 This Ratio of Diaphragm Width in Y Direction:

Mass Multipliers for Load Patterns

Load Pattern	Multiplier
Dead	1
Dead	1

Mass Options

☒ Include Lateral Mass
☐ Include Vertical Mass
☒ Lump Lateral Mass at Story Levels

OK Cancel

Mass Source

Mass Sources

masa1

Click to:

Default Mass Source

masa1

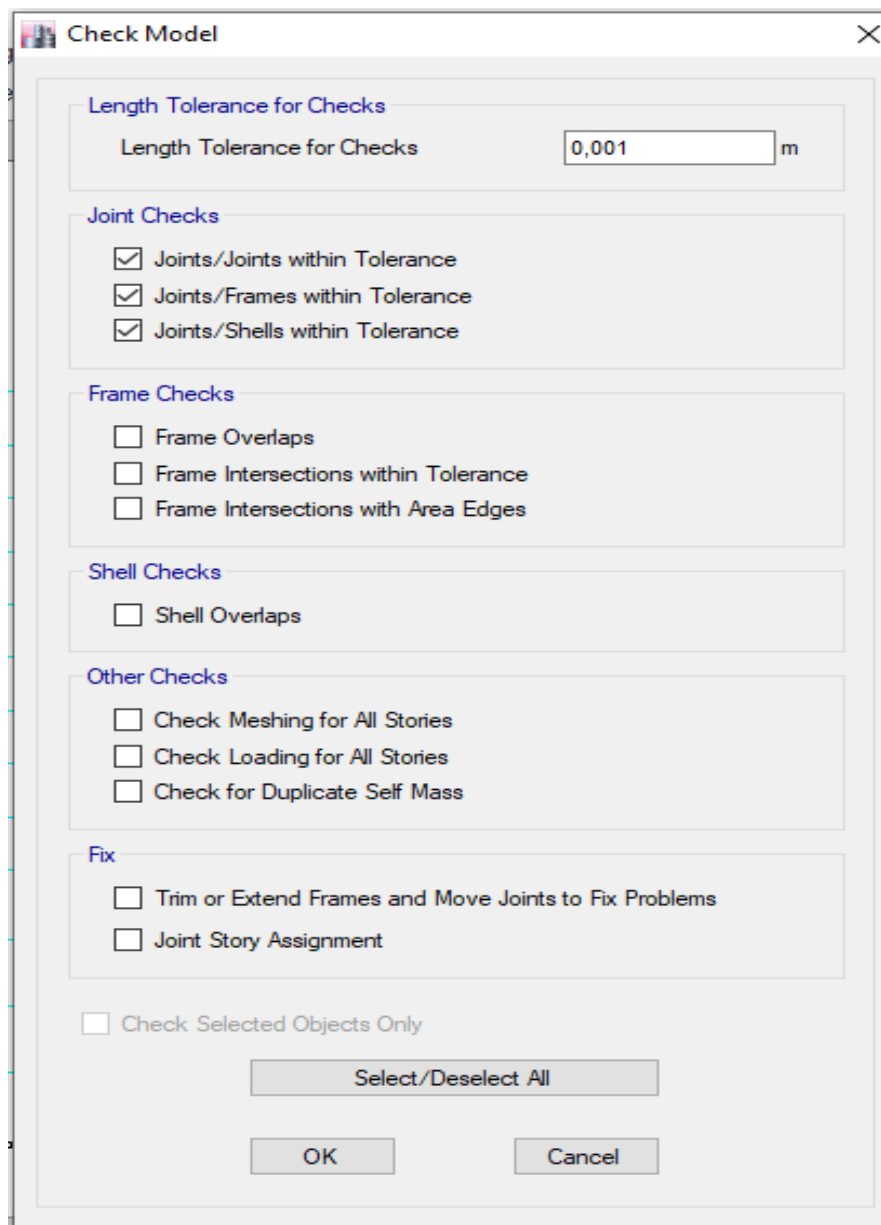
OK Cancel

Primer Chequeo Nudos

Analyze Display Design Detailing Options Tools Help

☒ Check Model...

NO SE HA ENCONTRADO ERRORES



The image shows a 'Check Model' dialog box with a close button (X) in the top right corner. The dialog is organized into several sections, each with a blue header. The 'Length Tolerance for Checks' section contains a text input field with '0,001' and a unit 'm'. The 'Joint Checks' section has three checked checkboxes: 'Joints/Joints within Tolerance', 'Joints/Frames within Tolerance', and 'Joints/Shells within Tolerance'. The 'Frame Checks' section has three unchecked checkboxes: 'Frame Overlaps', 'Frame Intersections within Tolerance', and 'Frame Intersections with Area Edges'. The 'Shell Checks' section has one unchecked checkbox: 'Shell Overlaps'. The 'Other Checks' section has three unchecked checkboxes: 'Check Meshing for All Stories', 'Check Loading for All Stories', and 'Check for Duplicate Self Mass'. The 'Fix' section has two unchecked checkboxes: 'Trim or Extend Frames and Move Joints to Fix Problems' and 'Joint Story Assignment'. At the bottom, there is an unchecked checkbox 'Check Selected Objects Only', a 'Select/Deselect All' button, and 'OK' and 'Cancel' buttons.

Check Model

Length Tolerance for Checks

Length Tolerance for Checks m

Joint Checks

- ☒ Joints/Joints within Tolerance
- ☒ Joints/Frames within Tolerance
- ☒ Joints/Shells within Tolerance

Frame Checks

- ☐ Frame Overlaps
- ☐ Frame Intersections within Tolerance
- ☐ Frame Intersections with Area Edges

Shell Checks

- ☐ Shell Overlaps

Other Checks

- ☐ Check Meshing for All Stories
- ☐ Check Loading for All Stories
- ☐ Check for Duplicate Self Mass

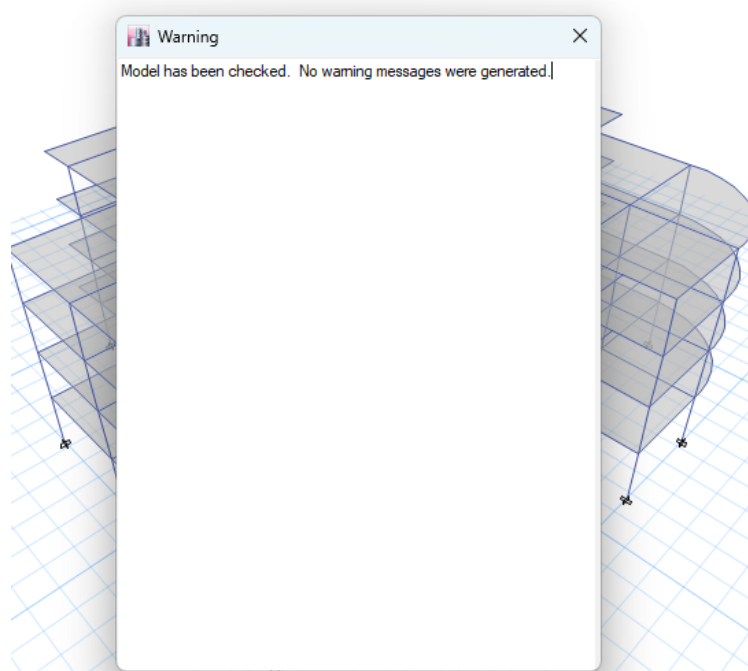
Fix

- ☐ Trim or Extend Frames and Move Joints to Fix Problems
- ☐ Joint Story Assignment

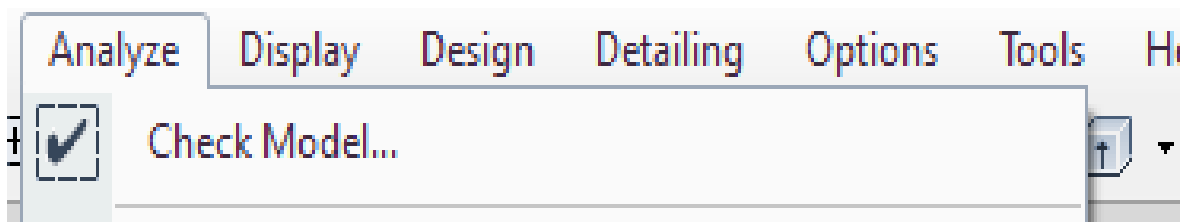
☐ Check Selected Objects Only

Select/Deselect All

OK Cancel



Segundo Chequeo Elementos



Check Model

Length Tolerance for Checks

Length Tolerance for Checks m

Joint Checks

- ☐ Joints/Joints within Tolerance
- ☐ Joints/Frames within Tolerance
- ☐ Joints/Shells within Tolerance

Frame Checks

- ☒ Frame Overlaps
- ☒ Frame Intersections within Tolerance
- ☒ Frame Intersections with Area Edges

Shell Checks

- ☐ Shell Overlaps

Other Checks

- ☐ Check Meshing for All Stories
- ☐ Check Loading for All Stories
- ☐ Check for Duplicate Self Mass

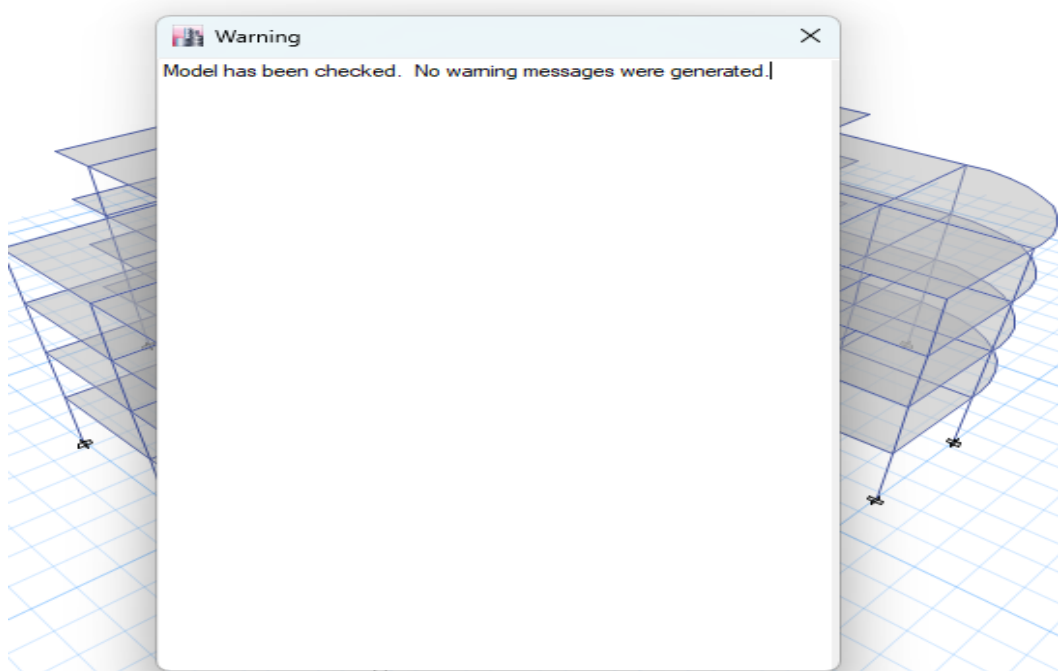
Fix

- ☐ Trim or Extend Frames and Move Joints to Fix Problems
- ☐ Joint Story Assignment

☐ Check Selected Objects Only

Select/Deselect All

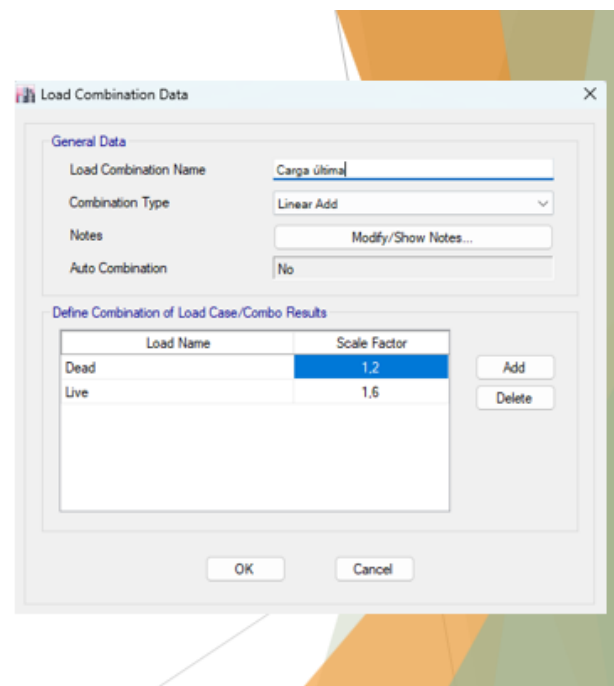
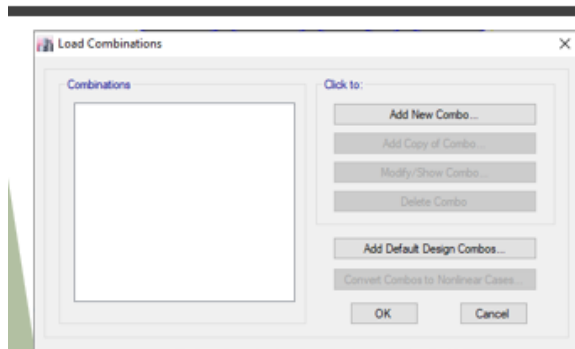
OK Cancel



Combinaciones de Cargas

*CORRER EL PROGRAMA
REVISAR EL PESO,
AFECTAR LA COMBINACIÓN*

1.- LUEGO DEFINE-LOAD COMBINATIONS, PARA CREAR UN C_u , QUE ES LA COMBINACIÓN DE 1,2 CARGA MUERTA Y 1,6 LA CARGA VIVA.



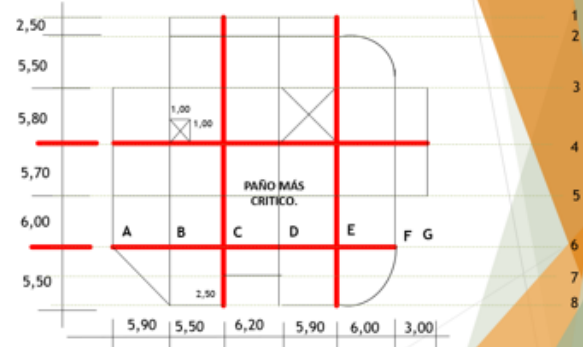
Verificar el Peso de la Estructura

CORRER EL PROGRAMA

*REVISAR EL PESO,
AFECTAR LA COMBINACIÒN
– SE ESPERA 168,71 TONELADAS.*

<i>Calculos</i>		
At	35,39	m2
Cu	4,26	t/m2
Pu	168,71	t
Ag	2211	cm2

1.- EJEMPLO TIPO PARA LA MATERIA DE ESTRUCTURA I Y LA MATERIA DE ESTRUCTURA II

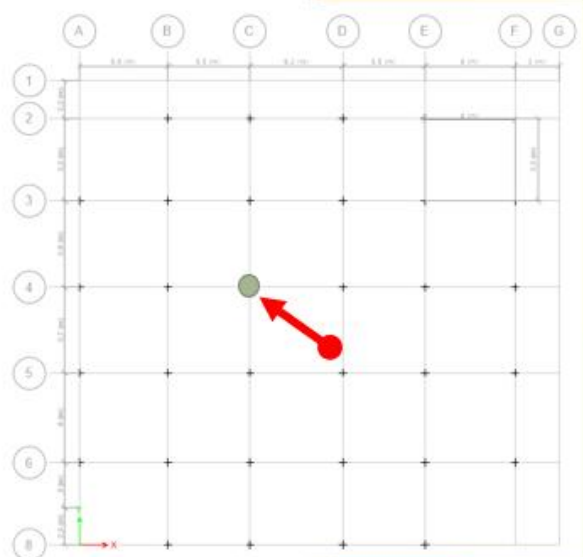


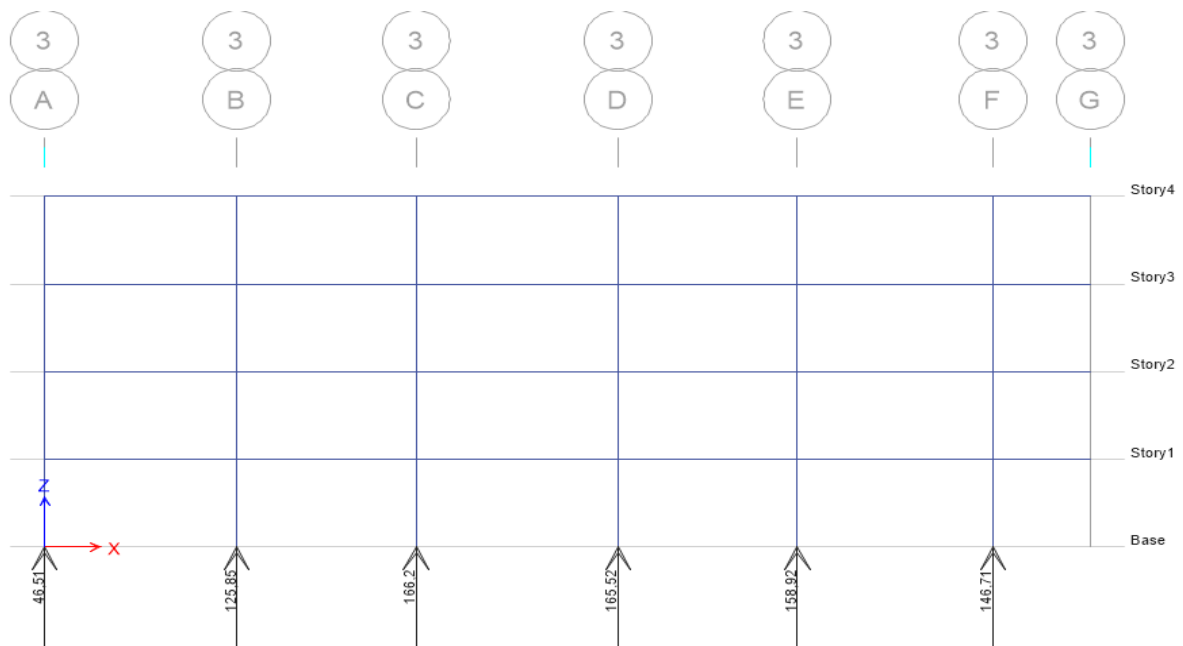
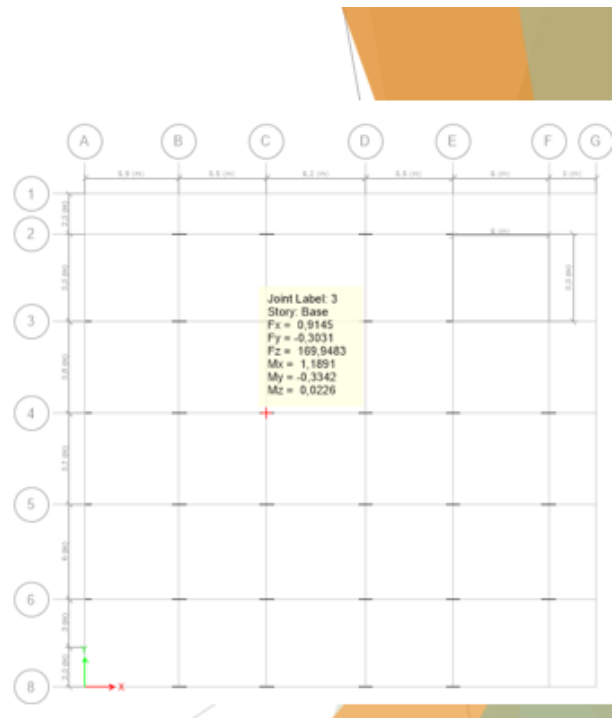
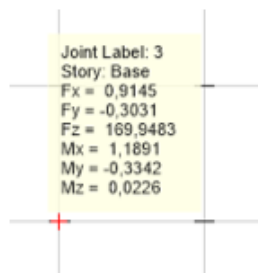
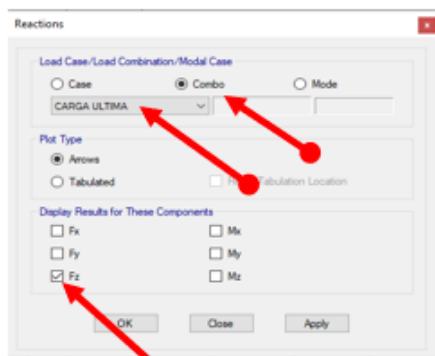
CORRER EL PROGRAMA

*REVISAR EL PESO,
AFECTAR LA COMBINACIÒN
– SE ESPERA 168,71 TONELADAS
– cerrado el candado. display*



Display Support/Spring Reactions... (F7)



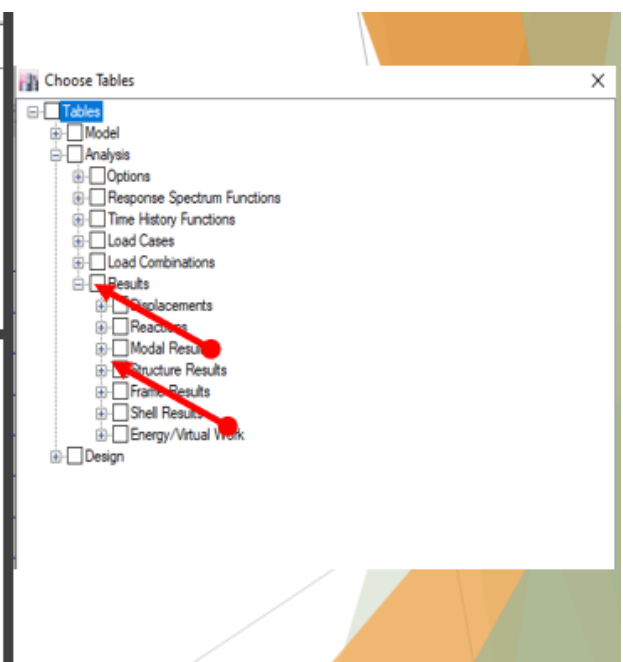
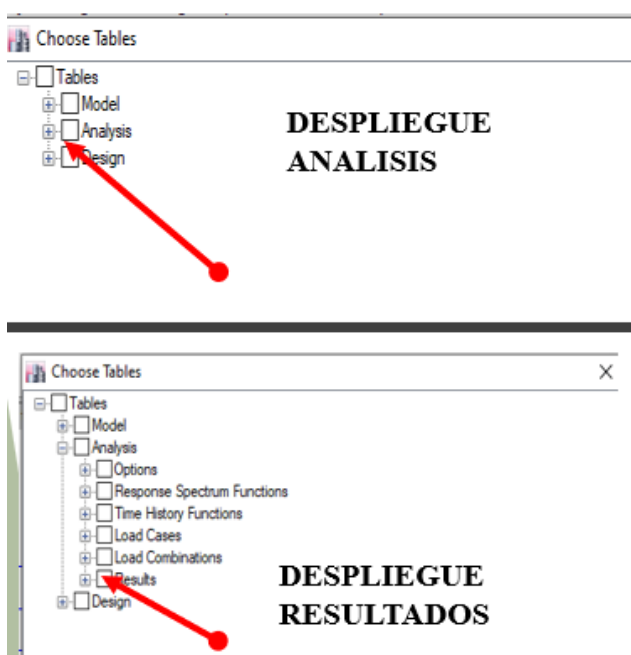
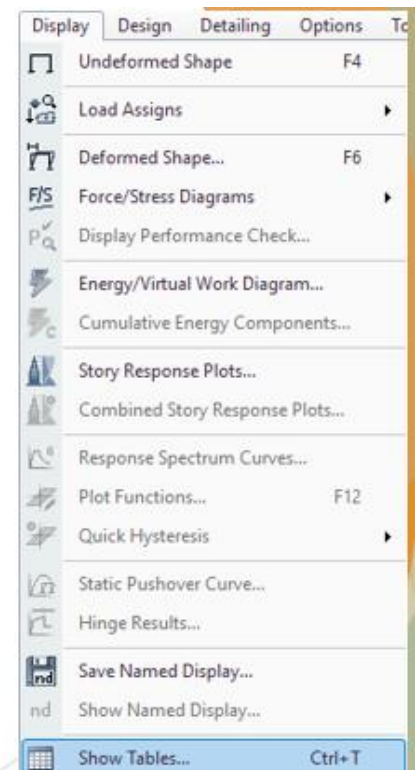


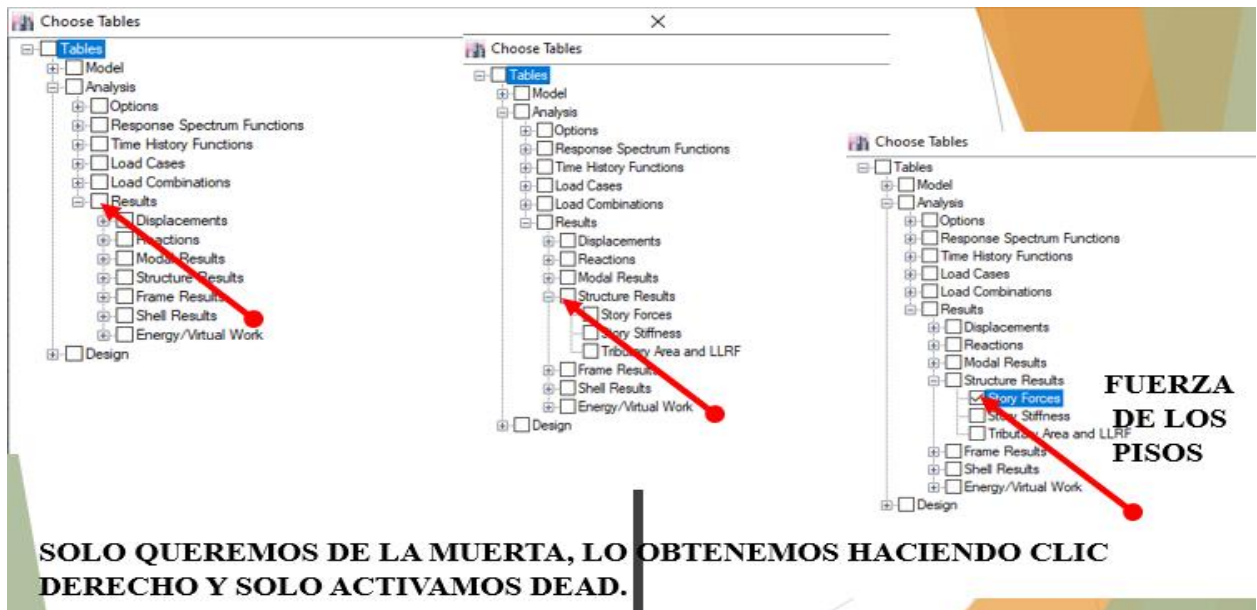
Chequeo del cortante estático

CORRER EL PROGRAMA

**CHEQUEO DEL
CORTANTE BASAL
DEL PROGRAMA V_p ,
según el código**

**V_p (PROGRAMA) < Mínimo
Calculado**





Story	Load Case/Combo	Location	P tonf
Story4	Dead	Bottom	664,104
Story3	Dead	Bottom	1328,208
Story2	Dead	Bottom	1992,312
Story1	Dead	Bottom	2656,4161

Story	Load Case/Combo	Location	P tonf	VX tonf	
Story4	SISX	Bottom	0	-252,8777	0
Story3	SISX	Bottom	0	-447,8444	0
Story2	SISX	Bottom	0	-577,2962	0
Story1	SISX	Bottom	0	-641,575	0

Story	Load Case/Combo	Location	P tonf	VX tonf	VY tonf
Story4	SISY	Bottom	0	0	-253,9099
Story3	SISY	Bottom	0	0	-449,6723
Story2	SISY	Bottom	0	5,75E-07	-579,6525
Story1	SISY	Bottom	0	6,662E-07	-644,1936

b. Ajuste del corte basal de los resultados obtenidos por el análisis dinámico El valor del cortante dinámico total en el base obtenido por cualquier método de análisis dinámico, no

Página 56

debe ser:

< 80% del cortante basal V obtenido por el método estático (estructuras regulares) •

< 85% del cortante basal V obtenido por el método estático (estructuras irregulares).

Coef	0,245	
k	1,01	
Wr	2646	t
Tipo	IRREGULAR	
Vmin	519	t
Vp	642	t

CORTANTE MÍNIMO Vmin.

ETABS

Wr * Coef

Coef	0,245	
k	1,01	
Wr	2646	t
Tipo	IRREGULAR	
Vmin	519	t
Vp	642	t
fc	1,00	
Coef	0,245	

ESPERO UN CORTANTE MINIMO DE 519 T
No corrección.

EL CORTANTE BASAL ESTÁTICO ESTA SOLUCIONADO

Chequeo 1 – Chequeo 2 al corte Edificio, para revisión que se realiza en las entidades colaborantes

CORRER EL PROGRAMA

Esfuerzo a corte al que
está sometido las
columnas de la estructura

Esfuerzo máximo
 $0,53 \sqrt{f_c}$

Esfuerzo máximo
 $0,53 \sqrt{f_c}$

Esfuerzo máximo
 $0,53 \sqrt{210}$

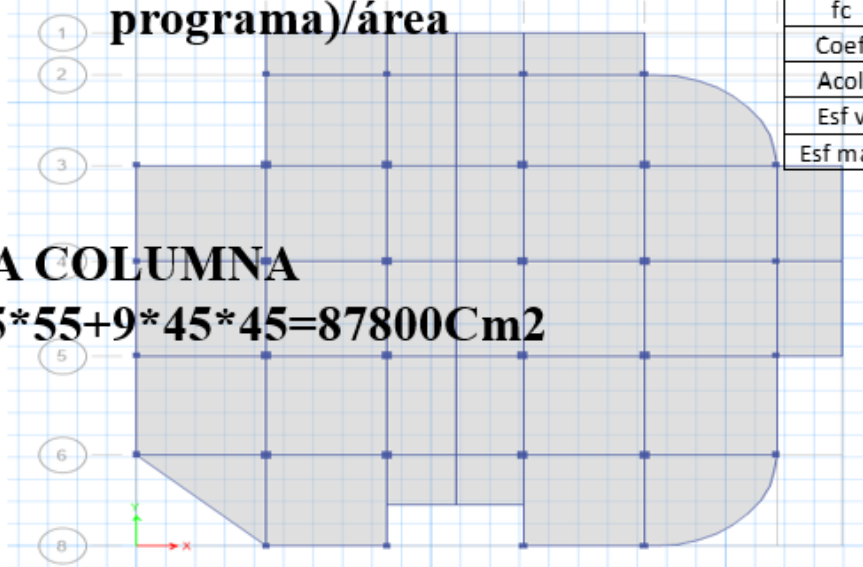
Esf max	7,68	kg/cm2
---------	------	--------

Esfuerzo a corte=carga (la que dio el programa)/área

Vmin	538	t
Vp	660	t
fc	1,00	
Coef	0,245	
Acol	87800	cm2
Esf v	7,52	kg/cm2
Esf max	7,68	kg/cm2

ÁREA COLUMNA

$$23*55*55+9*45*45=87800\text{Cm}^2$$



CHEQUEO 2

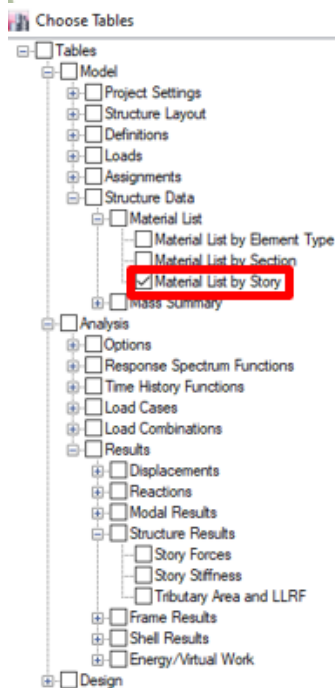
Que le hacen en la entidad colaborante

Material List by Story								
1	de 3	Reload	Apply					
Story	Element Type	Material	Total Weight tonf	Floor Area m ²	Unit Weight tonf/m ²	# Pieces	# Studs	
SUM	Column	fc=210kg/cm2	253,15581	3317,8	0,0763	128		
SUM	Beam	fc=210kg/cm2	414,0839	3317,8	0,1248	364	0	
SUM	Floor	fc=210kg/cm2	1434,94489	3317,8	0,4325			

CHEQUEO 2

(SOLO EN LA PARTE DEL CORTANTE BASAL), en planta

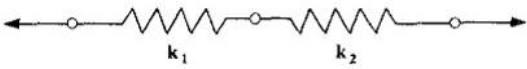
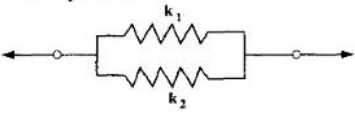
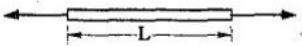
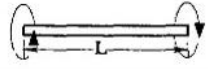
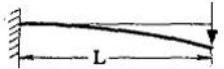
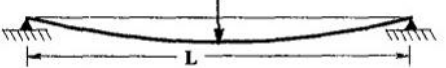
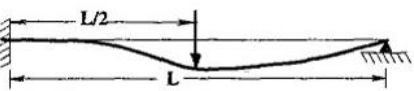
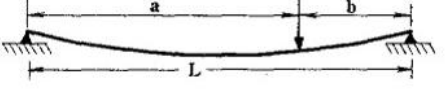
Chequeo 2		
Acol tota	8,78	m2
Aconst	3318	m2
fac	2,65	
SOBREDIMENSIONADO		



Lista de materiales por piso, para que me de el área de losa

EJERCICIO APLICADO A UN SISTEMA EN SERIE Y PARALELO

Rigidez de algunos sistemas elásticos.

Resortes en serie: 	$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$
Resortes en paralelo: 	$k = k_1 + k_2$
Barra sometida a fuerza axial: 	$k = \frac{A}{E}$
Barra sometida a torsión: 	$k = \frac{JG}{L}$
Barra en voladizo: 	$k = \frac{3EI}{L^3}$
Barra simplemente apoyada, fuerza transversal en el centro de la luz: 	$k = \frac{48EI}{L^3}$
Barra empotrada-empotrada, fuerza transversal en el centro de la luz: 	$k = \frac{192EI}{L^3}$
Barra empotrada-simplemente apoyada, fuerza transversal en el centro de la luz: 	$k = \frac{768EI}{L^3}$
Barra simplemente apoyada, fuerza transversal en el cualquier punto: 	$k = \frac{3EIL}{a^3b^3}$

CASO

1:

 K_1

PISO 4

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	3,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	5,50 m
0,5	0,5	0,00520833	F.C=	280

 K_1

PISO 3

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	5,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,20 m
0,5	0,5	0,00520833	F.C=	280

 K_1

PISO 2

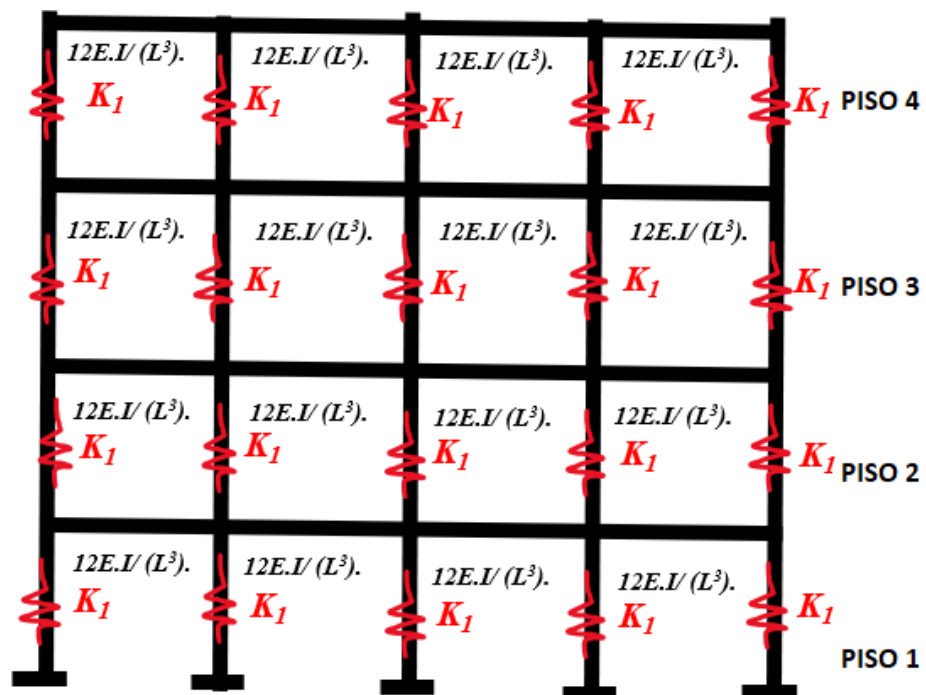
SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	3,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	5,90 m
0,5	0,5	0,00520833	F.C=	280

 K_1

PISO 1

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	3,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,00 m
0,5	0,5	0,00520833	F.C=	280

E=	151000	Ton/m2
	2526713,28	



K_1

29244,4

K_1

6316,78

3832,9995 ton/m

K_1

29244,4

K_1

29244,4

FUERZA	100,00 Ton
DESPL	
F=K*DELTA	0,026
COMPROBAR SAP-ETABS	

CASO 2: CAMBIO DE SECCIONES

K_1

PISO 4

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	4,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,00 m
0,4	0,6	0,0072	F.C=	260

K_1

PISO 3

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	6,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,40 m
0,4	0,6	0,0072	F.C=	260

K_1

PISO 2

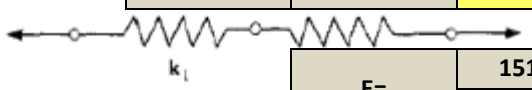
SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	4,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,20 m
0,4	0,6	0,0072	F.C=	260

K_1

PISO 1

SECCION COLUMNA		INERCIA (m4)	ALTURA P1	4,00 m
BASE	ALTURA		LONG1	6,20 m
0,5	0,5	0,0072	F.C=	260

Resortes en serie:



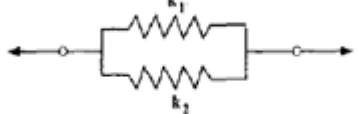
$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

E=

151000
2434801,84

Ton/m2

Resortes en paralelo:



$k = k_1 + k_2$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$



16434,9

K_1

4869,6

K_1

2578,0255 ton/m

16434,9

K_1

16434,9

K_1

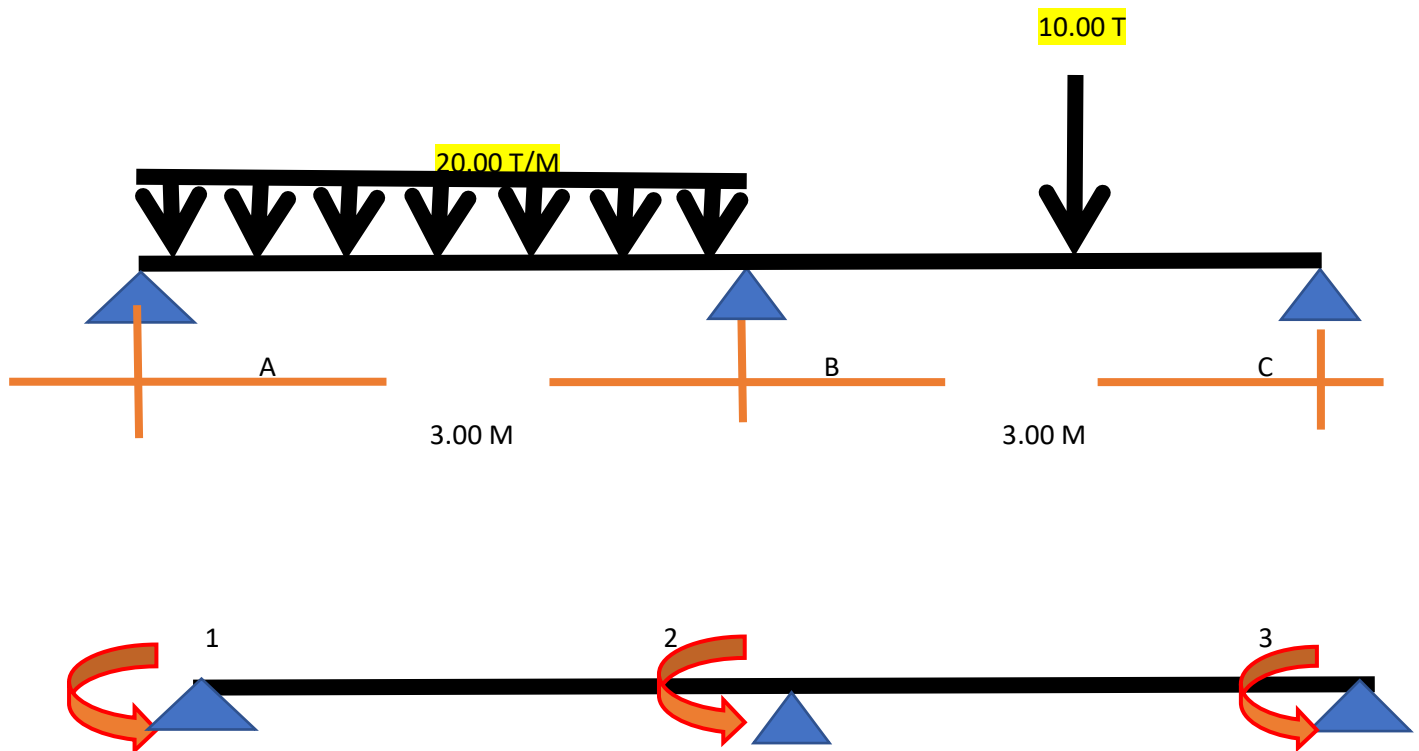
FUERZA	100,00 Ton
DESPL	
F=K*DELTHA	0,039
COMPROBAR SAP-ETABS	

Resortes en serie:	$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$
Resortes en paralelo:	$k = k_1 + k_2$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

VIGA HIPERESTATICA – RESOLUCION DE 4 MÉTODOS

Método Hiper-Comprobación.



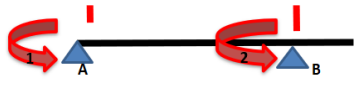
matriz K - ANALISIS DE LA PRIMERA COLUMNA

K_{11}	K_{12}	K_{13}
K_{21}	K_{22}	K_{23}
K_{31}	K_{32}	K_{33}

Se construye la matriz general del sistema que conecta las interacciones de los tres apoyos (Nudos A, B y C). Dado que hay 3 nudos con posibilidad de giro, la matriz es de 3×3 .

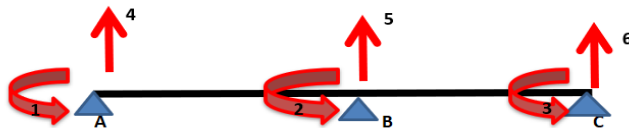
ELEMENT	CONNECTOR NODES		MODULUS OF ELASTICITY	INERTIA	LENGTH
	N	F			
1	A	B	1	1	3,00 m
2	B	C	1	1	3,00 m

ELEMENTO 1				
INICIAL		FINAL		
Ny (reacciòn)	Nz (giro)	Ny (reacciòn)	Nz (giro)	
4	1	5	2	
0,44	0,67	-0,44	0,67	Ny (reacciòn)
0,67	1,33	-0,67	0,67	Nz (giro)
-0,44	-0,67	0,44	-0,67	Ny (reacciòn)
0,67	0,67	-0,67	1,33	Nz (giro)



INICIAL	4	ELEMENTO 1
	1	
FINAL	5	2

ELEMENTO 2										
INICIAL		FINAL		Ny (reacciòn)		INICIAL	5	ELEMENTO 2		
5	2	6	3						Nz (giro)	2
Ny (reacciòn)	Nz (giro)	Ny (reacciòn)	Nz (giro)							
0,44	0,67	-0,44	0,67	Ny (reacciòn)	FINAL	6				
0,67	1,33	-0,67	0,67	Nz (giro)	3					
-0,44	-0,67	0,44	-0,67	Ny (reacciòn)						
0,67	0,67	-0,67	1,33	Nz (giro)						



NUDO A		NUDO B		NUDO C				VECTOR DE FUERZAS DE EMPOTRAMIENTO	
1	2	3	4	5	6				
1,33	0,67	0,00	0,67	-0,67	0,00	NUDO A	1	D1	15,00 t
0,67	2,67	0,67	0,67	0,00	-0,67		2	D2	-11,25 t
0,00	0,67	1,33	0,00	0,67	-0,67	NUDO B	3	D3	-3,75 t
0,67	0,67	0,00	0,44	-0,44	0,00		4	0	30,00 t
-0,67	0,00	0,67	-0,44	0,89	-0,44	NUDO C	5	0	35,00 t
0,00	-0,67	-0,67	0,00	-0,44	0,44		6	0	5,00 t

D.- PARTITION OF THE SUB MATRIX K11 (Kaa)

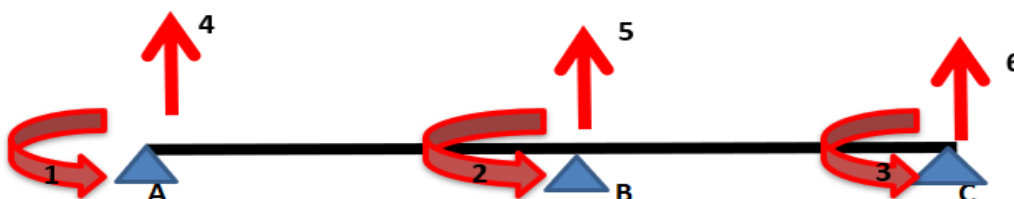
		1	2	3	
K ₁₁ =K _{aa}	1	1,33	0,67	0,00	
	2	0,67	2,67	0,67	
	3	0,00	0,67	1,33	

MULTIPLICADO

CARGAS (calculado en el paso siguiente)

1	0,875	-0,25	0,125	-15,00 kn	-15,4688	radianes	rotación
2	-0,25	0,5	-0,25	11,25 kn	8,4375	radianes	
3	0,125	-0,25	0,875	3,75 kn	-1,40625	radianes	

Para encontrar cuánto gira cada apoyo debido a las cargas, se plantea el sistema de ecuaciones: $Fuerzas = Matriz \times Rotaciones$.



CARGA 1

CARGAS	LUZ
20.00 KN/M	3.00

ELEMENT 1		
4	30,00 kn	Ny (reacción)
1	15,00 kn	Nz (giro)
5	30,00 kn	Ny (reacción)
2	-15,00 kn	Nz (giro)

CARGA 2

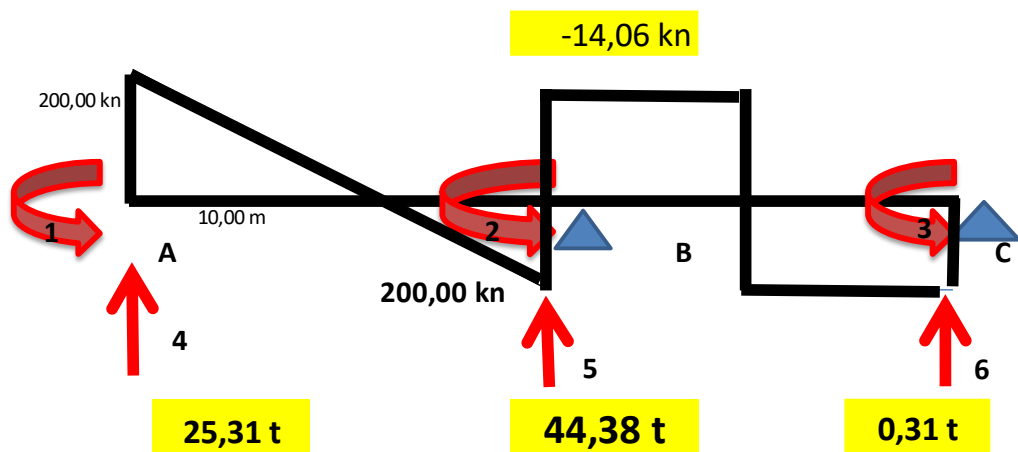
CARGAS	LUZ
10.00 KN/M	3.00

ELEMENT 2		
5	5,00 kn	Ny (reacción)
2	3,75 kn	Nz (giro)
6	5,00 kn	Ny (reacción)
3	-3,75 kn	Nz (giro)

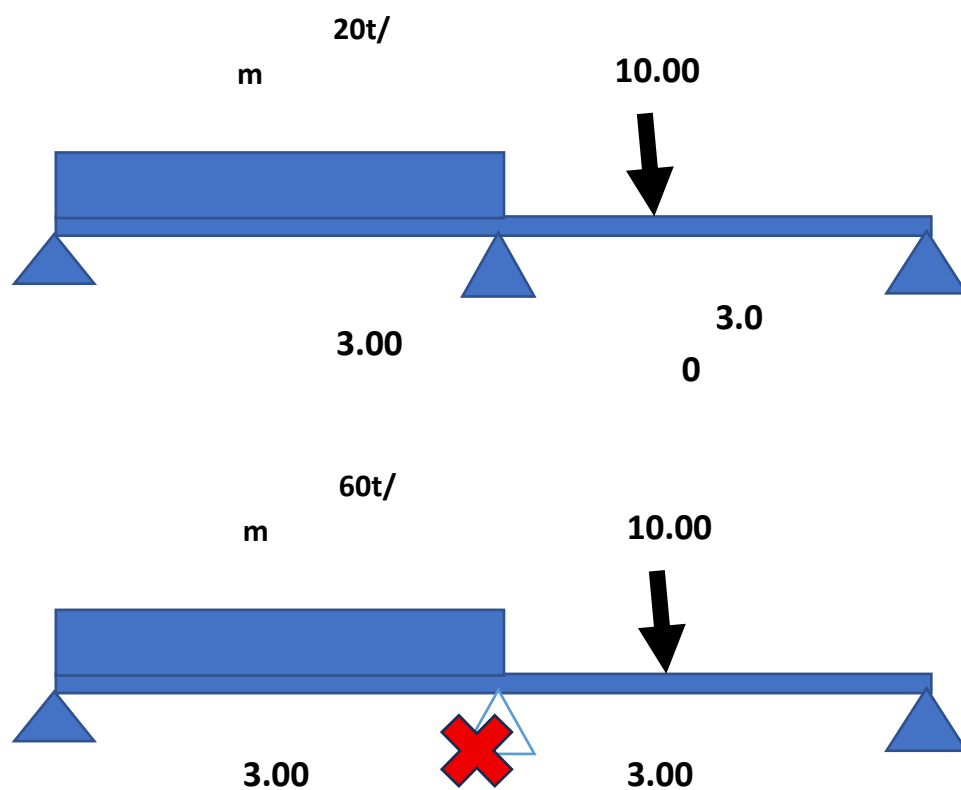
CALCULO DE MOMENTO

15,00 kn	1,33	0,67	-15,46875	-15,00 N	0,00 kn
-15,00 kn	0,67	1,33	8,4375	0,94 N	-14,06 kn
3,75 kn	1,33 kn	0,67	8,4375	10,31 N	14,06 kn
-3,75 kn	0,67 kn	1,33	-1,40625	3,75 N	0,00 kn

El último paso es regresar a cada elemento por separado. Se multiplica la matriz de rigidez local de cada barra por las rotaciones recién descubiertas y se le suman los momentos de empotramiento perfectos originales.

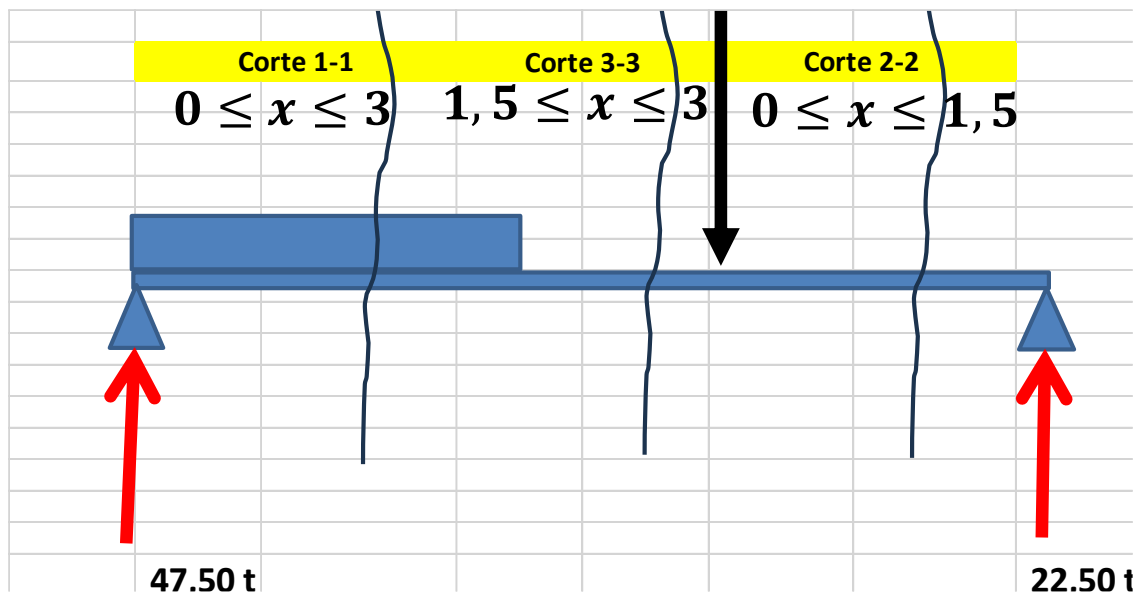


Método de Flexibilidad.



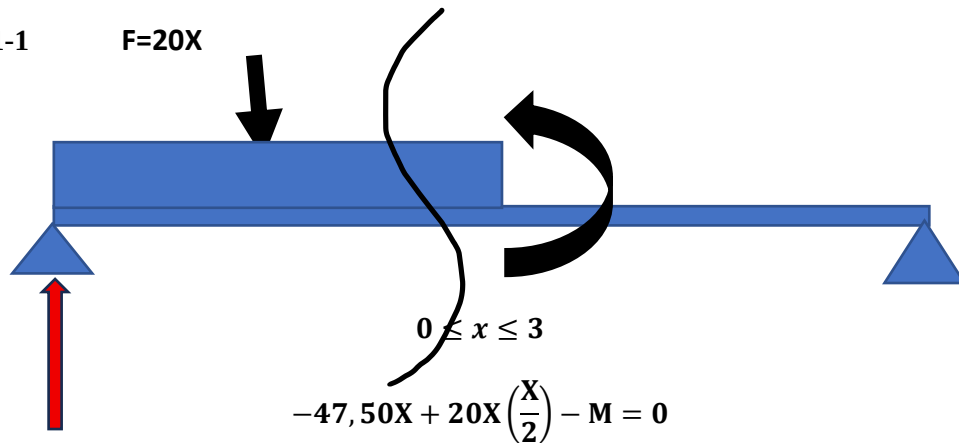
Transformamos la viga hiperestática en una viga isostática.

$p \cdot b/L$	2,50 t	7,50 t	$p \cdot a/L$
$p \cdot b/L$	45,00 t	15,00 t	$p \cdot a/L$
RAY=	47,50 t	RCY=	22,50 t



CORTE 1-1

$F=20X$

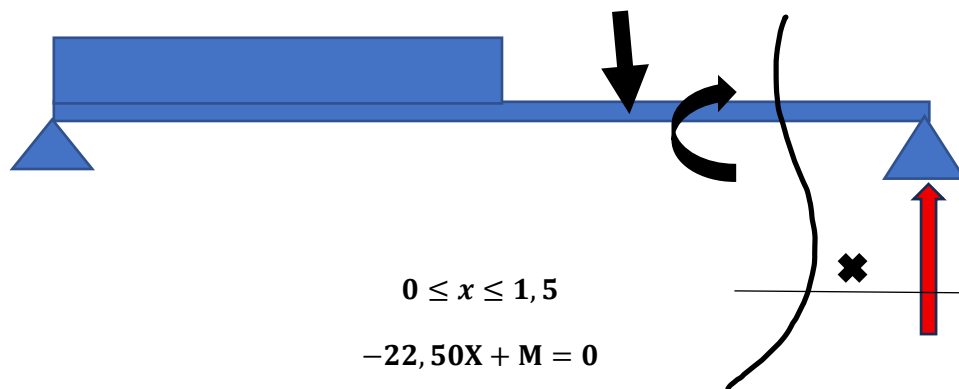


$$-47,50X + 20X\left(\frac{X}{2}\right) - M = 0$$

$$M = 47,50X - 20X\left(\frac{X}{2}\right)$$

CORTE 2-2

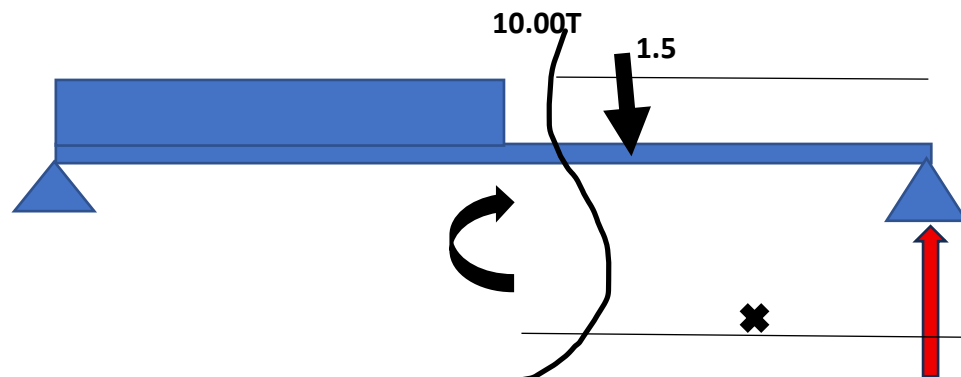
10.00T



$$-22,50X + M = 0$$

$$M = 22,50X$$

CORTE 3-3



$$-22,50X + 10(x - 1,5) + M = 0$$

$$M = 22,50X - 10(x - 1,5)$$

$$M = 22,50X - 10x + 15$$

$$M = 12,50X + 15$$

CALCULOS DE DEFORMACIONES

En esta sección se determina el desplazamiento en el punto de la redundante provocado por las cargas externas aplicadas al sistema primario (isostático). Se utiliza la integral de Bernoulli-Euler:

$$\Delta_{11} = \int_0^L \frac{M_0 m_1}{EI} dx$$

- **M0**: Representa el diagrama de momentos flectores del sistema real (con las cargas aplicadas).
- **m1**: Representa el diagrama de momentos producido por una carga virtual unitaria aplicada en la dirección de la redundante.
- **EI**: Es la rigidez a la flexión del elemento.

El cálculo se segmenta en tres integrales, lo que indica que la estructura tiene cambios en su geometría o en la función de carga a lo largo de su longitud ($x=0$ a 3 , $x=0$ a 1.5 y $x=1.5$ a 3).

$$\Delta_{11} = \int_0^3 \frac{(47,50X - 20X(\frac{x}{2}))(-0,50X)}{EI} dx + \int_0^{1,5} \frac{(22,50X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_{1,5}^3 \frac{(12,50X + 15)(-0,50X)}{EI} dx = -\frac{3195}{16EI}$$

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

Aquí se calcula el **coeficiente de flexibilidad**, que representa el desplazamiento en el punto de la redundante debido exclusivamente a una carga unitaria aplicada en dicho punto

$$\delta_{11} = \int_0^3 \frac{(m_1)(m_1)}{EI} dx = \int_0^3 \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_0^{1,5} \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx + \int_{1,5}^3 \frac{(-0,50X)(-0,50X)}{EI} dx = \frac{4,5}{EI}$$

Como se observa, se integra el momento virtual m_1 por sí mismo. El resultado, $EI4.5$, cuantifica qué tan "flexible" es la estructura ante la fuerza unitaria propuesta.

CALCULO DE INCOGNITA

Para que la estructura sea cinemáticamente consistente, el desplazamiento total en el apoyo restringido debe ser cero (o igual al asentamiento conocido). Se plantea la **ecuación de consistencia de deformaciones**:

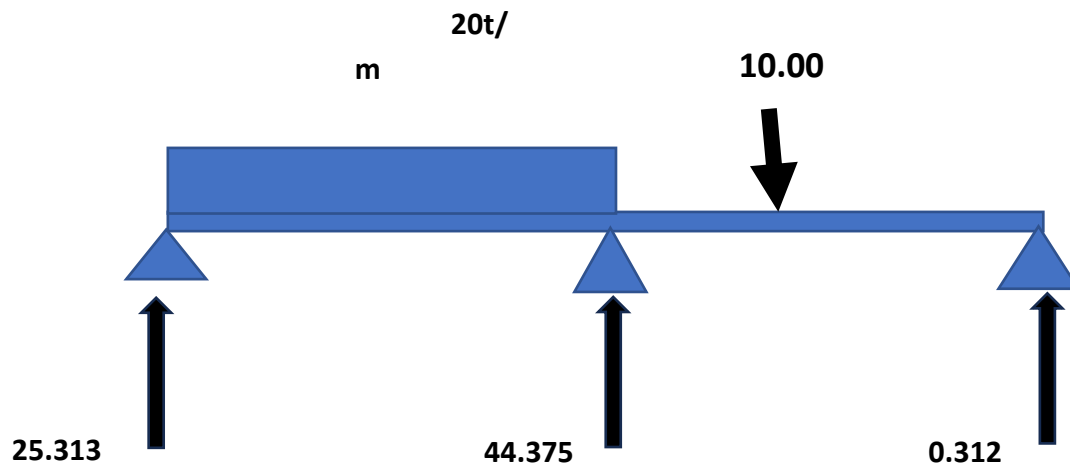
$$\Delta_{11} + X \delta_{11} = 0 \quad \frac{3195}{16EI} + X \frac{4,5}{EI} = 0$$

Donde **X** es la reacción redundante desconocida. Al sustituir los valores obtenidos previamente:

- Se elimina el término de rigidez EI (al ser constante).
- Se despeja la fuerza, resultando en $X=44.375$ T.

Este valor corresponde a la reacción vertical en el apoyo **RBY**, transformando así la estructura hiperestática en un sistema resuelto.

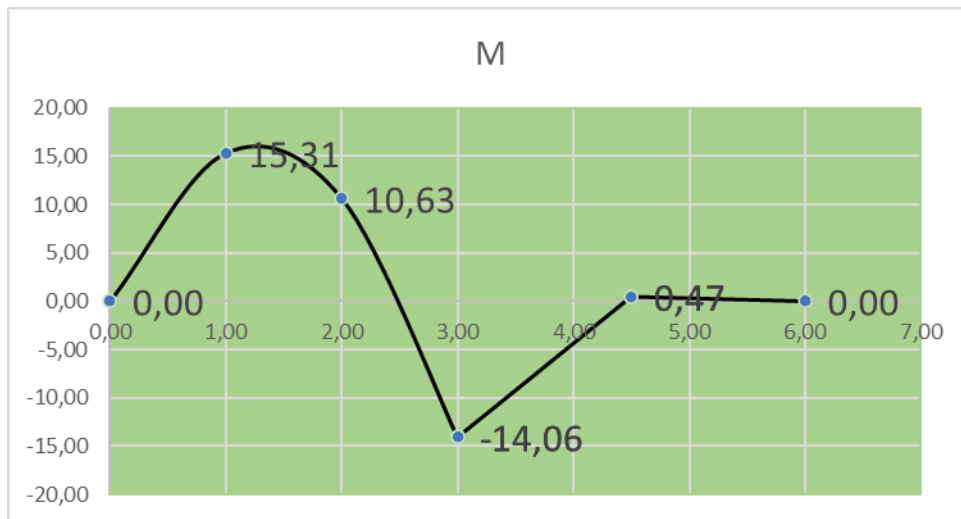
X = 44,375 T (REACCIÓN RBY)



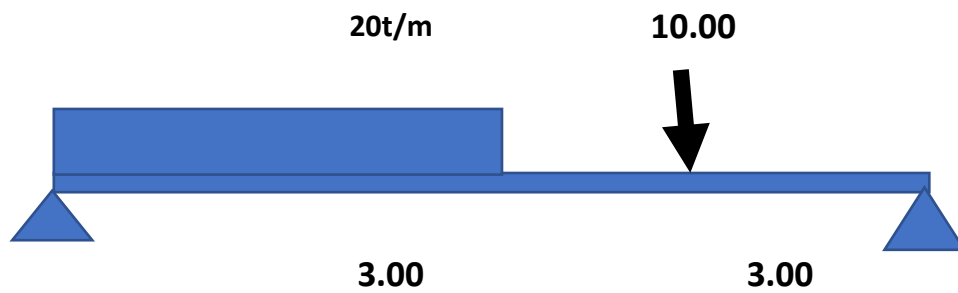
$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq 3 \\ -25,313X + 10(x^2) + M &= 0 \\ M &= 25,313X - 10X^2 \\ 3 \leq x \leq 4,5 \\ -25,313X + 60(X - 1,5) - 44,375(X - 3) + M &= 0 \\ M &= 25,313X - 60(X - 1,5) + 44,375(X - 3) \\ 4,5 \leq x \leq 6 \\ -25,313X + 60(X - 1,5) - 44,375(X - 3) + 10(X - 4,5) + M &= 0 \\ M &= 25,313X - 60(X - 1,5) + 44,375(X - 3) - 10(X - 4,5) \\ 0 \leq x \leq 3 \\ M &= 25,313X - 10X^2 \\ 3 \leq x \leq 4,5 \\ M &= 25,313X - 60(X - 1,5) + 44,375(X - 3) \\ 4,5 \leq x \leq 6 \\ M &= 25,313X - 60(X - 1,5) + 44,375(X - 3) - 10(X - 4,5) \end{aligned}$$

Estas ecuaciones permiten graficar el **Diagrama de Momentos Flectores (DMF)**. El tramo inicial es parabólico debido a la carga uniforme, mientras que los tramos posteriores son lineales, ya que solo actúan cargas puntuales y reacciones. Estos valores son fundamentales para el diseño del refuerzo de acero o la comprobación de perfiles metálicos.

X	M
0,00	0,00
1,00	15,31
2,00	10,63
3,00	-14,06
3,00	-14,06
4,50	0,47
4,50	0,47
6,00	0,00



Método de Tres Momentos



1- Descomposición en estados estáticos

TRAMO 1

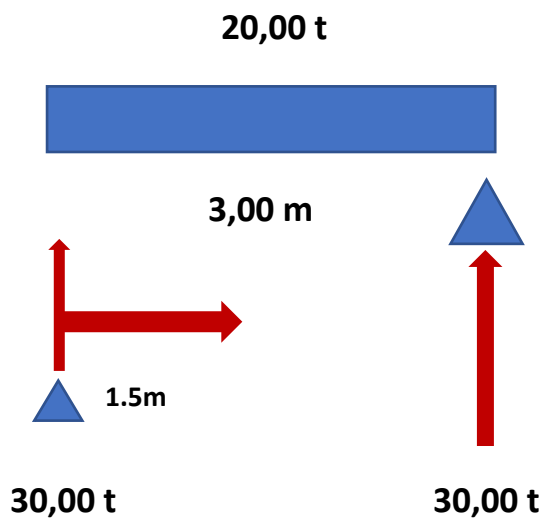


Diagrama de Cortante

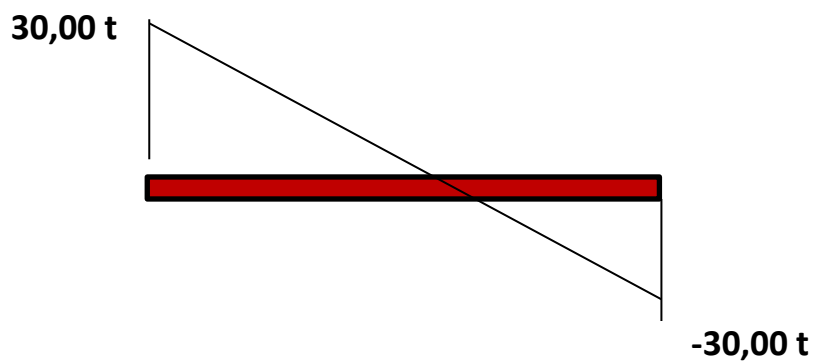
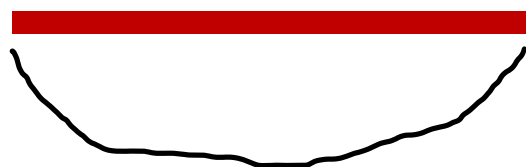


Diagrama de Momento



$$\text{Momento} = w \cdot L^2 / 8$$

A (AREA)

$$A(\text{area}) = \frac{2}{3}(b \cdot h)$$

$$\text{AREA} = 45$$

Para el cálculo de reacciones y deformaciones en vigas, es esencial analizar geoméricamente el diagrama de momentos flectores. La primera expresión, $A=32(b \cdot h)$, se utiliza para calcular el **área de una envolvente parabólica**, la cual es típica de un tramo de viga sometido a una carga uniformemente distribuida. En este caso particular, la fórmula arroja un área total de **45**. Geométricamente, la variable b representa la longitud del tramo (base) y la variable h corresponde al momento flector máximo generado por la carga (altura).

$$a(\text{dist. baricentro parabola}) = 1.5\text{m}$$

$$A1 \cdot a1$$

$$67,50 \text{ t-m}^2$$

Una vez determinada el área del diagrama, el siguiente paso es ubicar su **baricentro** o centro de gravedad. El valor $a=1.5 \text{ m}$ indica la distancia horizontal desde un apoyo de referencia hasta dicho centroide. Al multiplicar el área calculada por esta distancia baricéntrica, obtenemos el término $A1 \cdot a1$, que representa el momento estático del área respecto al apoyo. En el ejemplo mostrado, este producto da como resultado **67.50 t-m²**, un parámetro geométrico indispensable para vincular las cargas aplicadas con las rotaciones en los apoyos.

$$-\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right) = 135,00 \text{ t-m}$$

Finalmente, la expresión $-\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right)$ corresponde al cálculo del factor de carga o término independiente utilizado en ecuaciones de compatibilidad de desplazamientos (como la Ecuación de los Tres Momentos). Esta fórmula distribuye el efecto del momento de área a lo largo de la longitud total del tramo ($l1$). Al aplicar el producto obtenido anteriormente, el resultado es **135.00 t-m** (lo que nos permite deducir que la longitud del tramo $l1$ es de 3 metros). El signo de la ecuación está ligado a la convención adoptada para equilibrar los momentos internos en los apoyos continuos.

- TRAMO 2

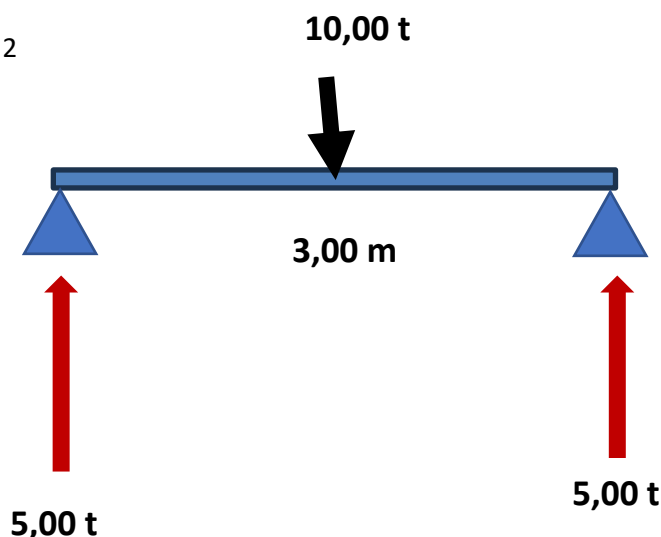
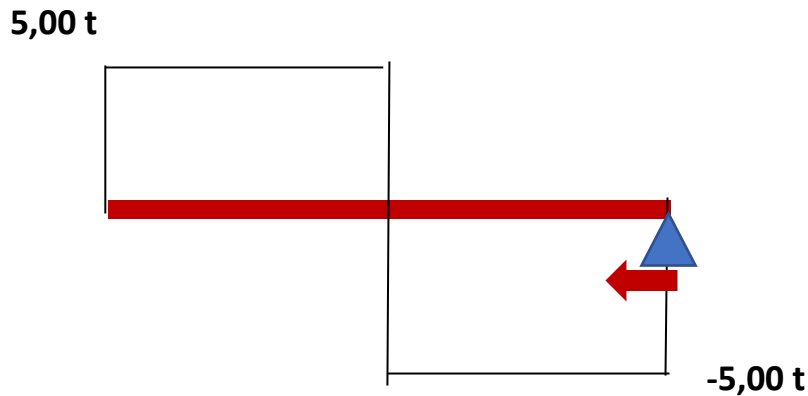
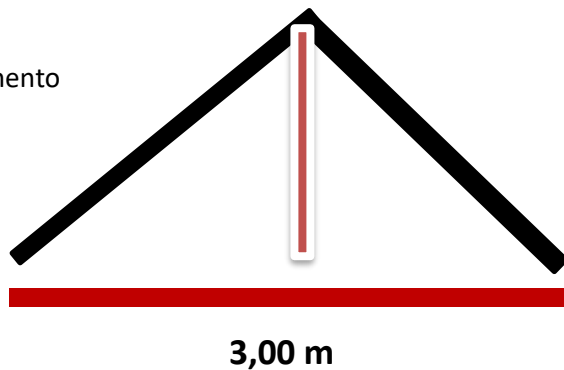


Diagrama de Cortante



En el análisis de estructuras, el primer paso para evaluar deformaciones es construir los diagramas de cortante y momento flector. La primera sección ilustra el caso de un tramo de viga simplemente apoyada sometida a una carga puntual (concentrada) en el centro de su claro. El diagrama de cortante refleja un cambio abrupto de un valor positivo a uno negativo constante (5.00 t a -5.00 t), lo que nos indica la magnitud y posición exacta de la carga.

Diagrama de momento



$$P \cdot L / 4 = 7.50 \text{ kg-m}$$

$$A = (b(\text{momento}) * h(\text{longitud}) / 2)$$

$$A = 11,25$$

$$a (\text{distancia}) = 1.50 \text{ m}$$

$$A1 * a1 = 101,25 \text{ t-m}^2$$

$$- \left(\frac{6A1 * a1}{l1} \right) = 33.75 \text{ tn - m}$$

Como resultado de esta carga concentrada, el diagrama de momento flector adquiere una forma triangular. Utilizando la expresión $M = 4P \cdot L$, se determina el momento máximo en el centro (7.50). Para aplicar métodos geométricos, se calcula el área de este triángulo ($A = 11.25$) y la distancia a su centroide o baricentro ($a = 1.50$ m). Al introducir estos valores en el término de carga elástica $-(116A1 \cdot a1)$, obtenemos un factor de 33.75, que representa la influencia geométrica de este tramo específico sobre la rotación del apoyo continuo.

A1 ES EL ÁREA DE LOS MOMENTOS FLECTORES

RESUMEN DE:

$$A1 \cdot a1/L1 = 135,00 \text{ kg-m}^2 \text{ (carga uniforme repartida)}$$

$$A2 \cdot a2/L2 = 33,75 \text{ kg-m}^2 \text{ (carga puntual)}$$

$$\begin{aligned} M1 \cdot L1 &= 0 \\ M3 \cdot L2 &= 0 \\ 2M2 \cdot (L1 + L2) &= \\ M2 &= 12,00 \text{ m} \end{aligned}$$

El Teorema de los Tres Momentos para una viga continua de dos tramos. Este poderoso teorema relaciona los momentos flexionantes internos en tres apoyos consecutivos ($M1, M2, M3$). Al tratarse de extremos libremente apoyados, los momentos en los voladizos o apoyos iniciales y finales son nulos ($M1=0$ y $M3=0$), reduciendo el problema a calcular únicamente el momento en el apoyo central ($M2$).

$$\begin{aligned} -\left(\frac{6A1 \cdot a1}{l1}\right) &= -135,00 \text{ kg-m}^2 \\ -\left(\frac{6A2 \cdot a2}{l2}\right) &= -33,75 \text{ kg-m}^2 \\ M2 &= -14,0625 \end{aligned}$$

El lado izquierdo de la ecuación evalúa la geometría estructural de la viga ($2M2(L1+L2)$), lo que se traduce en un coeficiente de 12.00 multiplicando a nuestra incógnita $M2$. El lado derecho de la ecuación consolida los factores de carga calculados previamente para cada tramo: -135.00 proveniente de un claro con carga uniforme repartida, y -33.75 del claro con la carga puntual. Al igualar ambas partes y despejar algebraicamente, se obtiene un momento flexionante negativo en el apoyo central de -14.0625 , indicando que las fibras superiores de la viga se encuentran sometidas a tracción en ese punto.

- **Formulación dos de la teoría de los tres momentos**

$$M1 \cdot L1 + 2M2(L1+L2) + M3 \cdot L2 = -R \cdot L$$

CROSS SE TRABAJA POR CARGAS, TAMBIEN SE TRABAJA POR FORMULAS

$$M1 \cdot L1 + 2M2(L1+L2) + M3 \cdot L2 = -R \cdot L$$

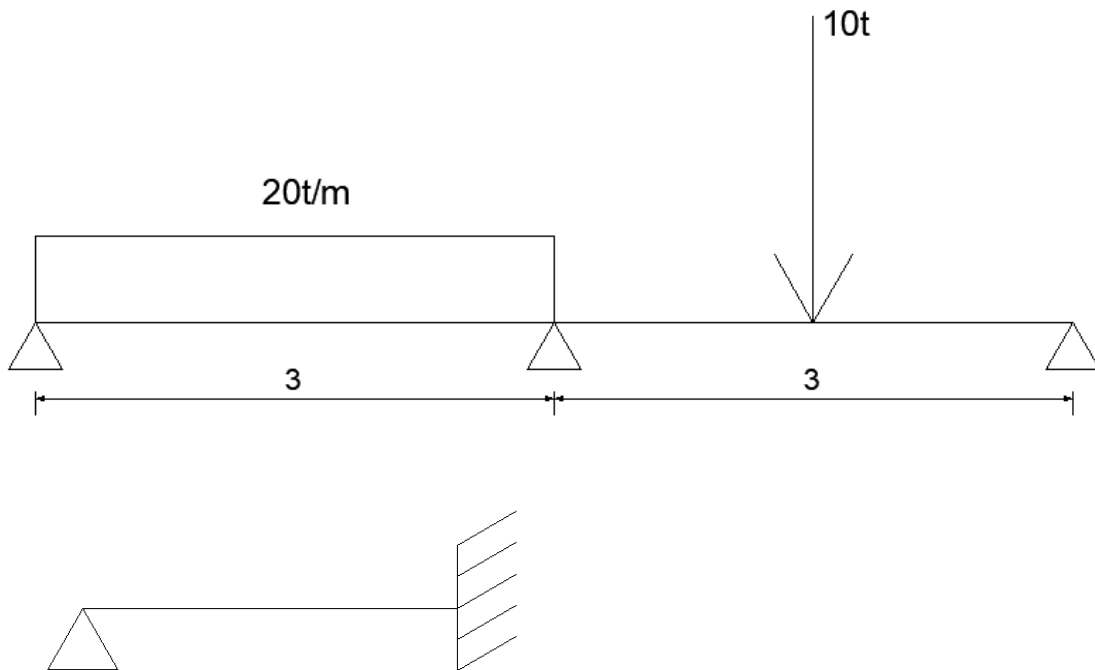
PARA CARGAS UNIFORMEMENTE REPARTIDA $R=1/4 W \cdot L3$

PARA CARGAS PUNTUALES $3/8 P \cdot L2$

$$MB = -14,0625$$

Como complemento a la metodología geométrica paso a paso, el texto destaca que los términos independientes de la ecuación pueden obtenerse de manera más ágil mediante el uso de tablas estandarizadas. Fórmulas directas como el uso de factores para cargas uniformes o puntuales conducen exactamente al mismo resultado final para el momento en el apoyo B ($MB = -14.0625$). Asimismo, el documento hace mención al Método de Cross (distribución de momentos) como una alternativa iterativa válida para distribuir las cargas y resolver este tipo de sistemas hiperestáticos.

Método Cross



Lo primero es dividir la viga continua en tramos manejables y calcular los coeficientes de rigidez a flexión para cada uno, asumiendo un módulo de elasticidad (E) y una inercia (I) unitarios (valor = 1) para simplificar.

$$\left(\frac{EI}{L}\right)$$

$$\left(\frac{EI}{L}\right)$$

RIGIDEZ K	0.3333	0.3333
-----------	--------	--------

FACTOR DE DISTRIBUCION K(SUMATORIA DE K)

APOYO FIJO	
1	0.5

APOYO FIJO	
1	0.5

$$\frac{Q \cdot L^2}{8}$$

$$\frac{3Q \cdot L}{16}$$

MOMENTO
 $\frac{Q \cdot L^2}{8} - \frac{Q \cdot L^2}{8}$

-22.5

5.625

-16.875

CAMBIO DE SIGNO

16.875

8.4375

8.4375

EQUILIBRAR

DESEQUIBRANTE

MULT. POR EL FACTOR DE DISTR.

MOMENTO	-14.063	14.0625
---------	---------	---------

$$\frac{W \cdot L}{2}$$

$$\frac{W \cdot L}{2}$$

$$\frac{P}{2}$$

$$\frac{P}{2}$$

DESEQUIBRANTE

30TN

30TN

5TN

30TN

MOMENTO/LUZ

POSITIVO
-4.6875

NEGATIVO	POSITIVO	NEGATIVO
4.6875	4.6875	-4.6875

SUME	REA- CIONES	MAS
	MO- MENTOS	

25.31T

34.38T	9.69
--------	------

0.31T

25.31T

44.38T

0.31T

Antes de ensamblar la matriz, se evalúan las cargas externas aplicadas en cada tramo como si los nodos estuvieran completamente fijos (empotrados).

Estos valores generan el vector de fuerzas nodales iniciales que ves en las primeras tablas ("0.63 kN", "-0.63 kN", "2.25 kN", etc.).

4.25. Análisis sismo resistente de un edificio de 4 pisos

El presente análisis sismo resistente evalúa un edificio de 4 pisos destinado a oficinas, diseñado en concreto armado conforme al código ACI 318. El objetivo principal es verificar el cumplimiento de los requisitos estructurales ante cargas sísmicas, asegurando resistencia, ductilidad y estabilidad global del sistema.

El modelo estructural considera una carga muerta de 0.62 t/m y una carga viva de 0.25 t/m. La estructura está compuesta por columnas de 30×40 cm, vigas de 30×35 cm y elementos de concreto con una resistencia f'_c de 280 kg/cm². Se analizan las sollicitaciones internas y la capacidad de los elementos ante combinación de cargas gravitacionales y sísmicas, con base en la zonificación sísmica correspondiente.

Análisis de cargas para calcular el área tributaria según Marcelo Guerra

Marcelo Guerra, experto en ingeniería estructural, explica que el análisis de cargas mediante el área tributaria es esencial para determinar cómo se distribuyen las fuerzas en una estructura. Este método consiste en identificar la porción de la losa o superficie que transfiere carga hacia un elemento específico, como una viga, columna o muro. Para calcularlo, se utilizan criterios geométricos, como trazar líneas medias o bisectrices entre los apoyos, lo que permite definir zonas de influencia. Por ejemplo, en un sistema de losa apoyada sobre vigas, el área tributaria de una viga central se obtiene midiendo la mitad de la distancia hacia las vigas adyacentes. En columnas, depende del espaciamiento entre ejes estructurales, y en losas bidireccionales, se aplican métodos basados en teoría de placas o programas de análisis estructural.

Guerra destaca que este cálculo no solo considera cargas estáticas (como peso propio y sobrecargas), sino también fuerzas dinámicas (viento o sismo), lo que exige un enfoque riguroso para evitar riesgos de falla o diseños ineficientes. Además, señala que el área tributaria varía según la ubicación del elemento: una columna en esquina soporta menos carga que una central debido a su menor área de influencia. Su metodología se alinea con normativas como el ACI 318, asegurando que el diseño cumpla con estándares de seguridad. En su libro "Diseño Sismo Resistente De Edificios De Hormigón Armado Utilizando ETABS", Guerra profundiza algunos conceptos, proporcionando ejemplos prácticos y recomendaciones para optimizar el dimensionamiento estructural.

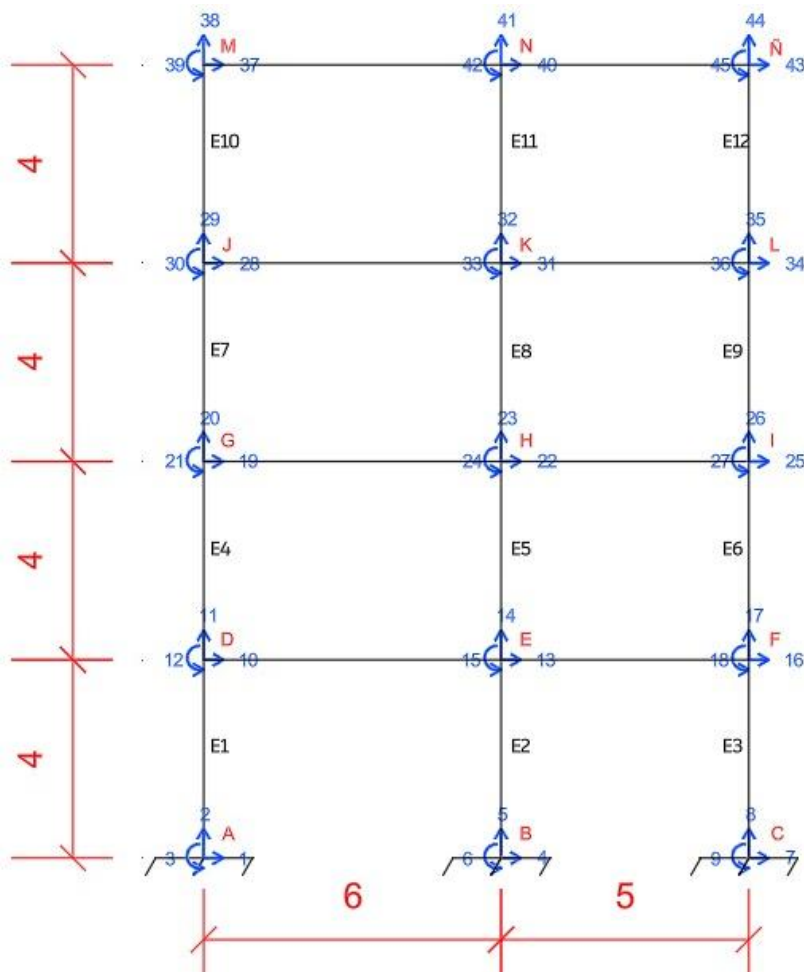
El diseño estructural contempla una carga muerta de 0.62 t/m y una carga viva de 0.25 t/m, distribuidas en los elementos horizontales del sistema. La estructura está compuesta por columnas de sección 30×40 cm y vigas de 30×35 cm, empleando concreto con una resistencia a la compresión de $f'_c = 280$ kg/cm².

4.25.1. Ejercicio de aplicación

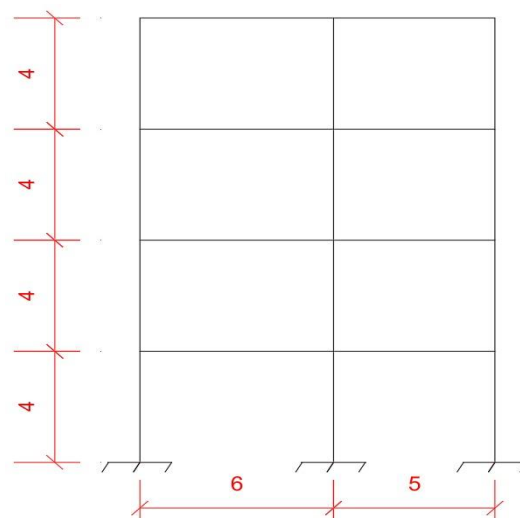
Datos:

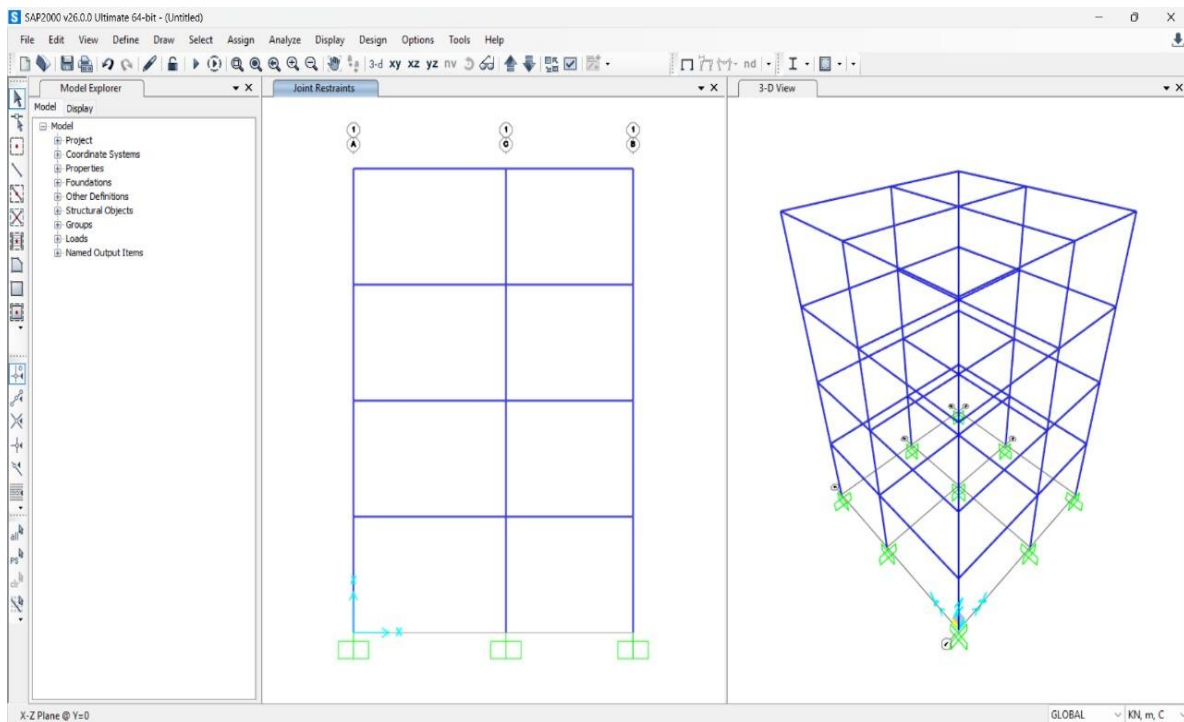
0.62 tn/m	Carga muerta
0.25 tn/m	Carga viva
30x40	Columnas
30x35	Vigas
280 kg/cm2	Hormigón

Este tipo de estructura de cuatro pisos, está constituido de cuatro secciones, doce elementos y quince nodos representados con su respectiva identificación, dándonos cuarenta y cinco grados de libertad, la altura de las columnas es de 4.00 m, además incluye dos pórticos una con longitud de 6,00 m y la otra de 5,00 m para sus vigas.



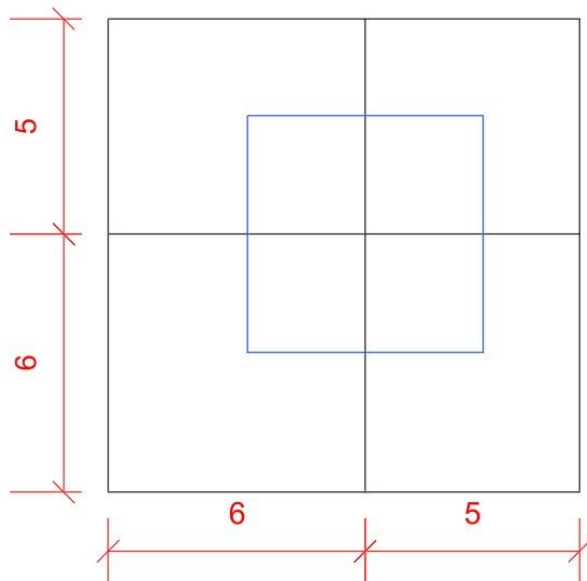
La estructura de cuatro niveles presenta columnas con una altura de 4.00 metros, e incorpora dos pórticos principales, cuyas vigas tienen longitudes de 6.00 metros y 5.00 metros, respectivamente.





Paño más crítico

Medidas para determinar el paño más crítico



Análisis de cargas para calcular el área tributaria:

Para poder determinar el área tributaria se procede a utilizar la siguiente formula:

A_t = área tributaria

$$A_t = \left(\frac{lv1}{2} + \frac{lv2}{2} \right) * \left(\frac{lt1}{2} + \frac{lt2}{2} \right)$$

$$A_t = 5.50 * 5.00 = 30.25m^2$$

Carga ultima

Para obtener la carga ultima se realiza la operación de multiplicar el valor constante de 1,2 con la carga muerta y el número de pisos, adicional se debe sumar otro valor constante de 1,6 multiplicado por la carga viva y el número de pisos.

$$Wu = 1.2 * WD + 1.6 * WL$$
$$Wu = 1.2 * (0.62 * 4) + 1.6 * (0.25 * 4) = 4.58 \frac{tn}{m^2}$$

Carga ultima que soporta la columna

Con los datos calculados anteriormente se puede obtener la carga ultima que soporta la columna, seria multiplicando el área tributaria con la carga ultima y un valor constante de 1,2.

$$Pu = At * wu * 1.2$$

$$Pu = 30.25 * 4.58 * 1.2 = 166.25 \frac{tn}{m^2}$$

Análisis de acero

Al realizar el análisis de acero tenemos que obtener como mínimo el 1% que es lo que va en columnas para que nuestro calculo sea aceptado.

$$P = \frac{As}{Ag} = 1\%$$
$$As = P * Ag = 0.012$$

Predimensionamiento de columna

Al realizar este cálculo obtendremos Ag, que es el área gruesa de mi columna y en base a ello podemos calcular las secciones (b y h) de la columna con una simple radicación.

$$Pu = 0.85 * f'c * Ag + As * Fy$$
$$Pu = 0.85 * 280 * Ag + 0.012 * Ag * 4200$$
$$Pu = 238 * Ag + 50.4 * Ag$$
$$Pu = 288.4 * Ag$$
$$Pu = \frac{288.4 * Ag}{3}$$

$$Ag = \frac{Pu}{76}$$

$$Ag = \frac{16625 \text{ tn}}{76} * 1000 = 2187.5 \text{ cm}^2$$
$$Ag = \sqrt{2187.5} = 46.77 = 47$$

Diseño de sección transversal

$$As_{max} = 1.2\%$$

$$\text{aproximacion } 12 * 2.01 = 24.12$$
$$47 * 47 * 0.012 = 26.51 \text{ cm}^2$$

Se comprueba con armadura de Ø16mm.

$$\emptyset 16mm = 2.01 \text{ cm}^2$$
$$\frac{26.51}{24.12} = 1.10\% \text{ ok}$$

12 varillas a criterio

$$12 * 2.011 = 24.132 \text{ cm}^2$$
$$\frac{26.51}{24.132} = 1.098 = 1.2\%$$

Pórtico plano y el cálculo matricial

El pórtico plano es un sistema estructural compuesto por elementos rectos (vigas y columnas) unidos rigidamente, formando un marco resistente a cargas laterales y verticales. Su diseño se basa en la simplicidad geométrica, con elementos lineales y conexiones que permiten distribuir eficientemente los esfuerzos. Para analizar su comportamiento bajo diferentes cargas, se emplea el método matricial, una técnica de cálculo estructural basada en la rigidez de los elementos. Este método consiste en calcular el pórtico en barras y nodos, asignando matrices de rigidez a cada elemento según sus propiedades (módulo de elasticidad, momento de inercia y longitud). Luego, se ensambla la matriz de rigidez global del sistema, considerando las condiciones de apoyo y las cargas aplicadas. Mediante ecuaciones matriciales, se resuelven los desplazamientos y giros en los nodos, lo que permite determinar las fuerzas internas (axiales, cortantes y momentos flectores) en cada barra.

MATRIZ LOCAL

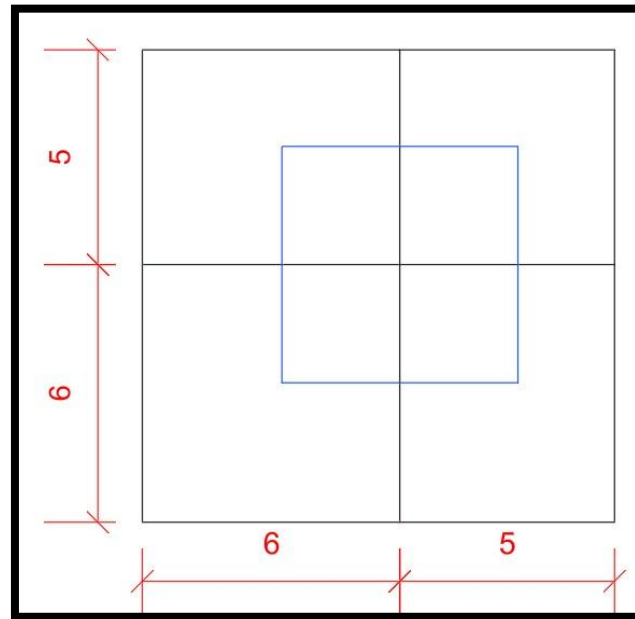
B y H	AREA	E	FC'	H	L	I
47	2209	252671,328	280	4	6	406640,083

MATRIZ LOCAL 1,4,6,10

L	Ñ
K	N
J	M
I	L
H	K
G	J
F	I
E	H
D	G
C	F
B	E
A	D

$$\begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 & -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 19264929352 & 9632464676 & 0 & -19264929352 & 9632464676 \\ 0 & 9632464676 & 1.027 \times 10^{11} & 0 & -9632464676 & 5.137 \times 10^{10} \\ -139537741 & 0 & 0 & 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & -19264929352 & -9.632 \times 10^9 & 0 & 19264929352 & -9632464676 \\ 0 & 9632464676 & 5.137 \times 10^{10} & 0 & -9632464676 & 1.027 \times 10^{11} \end{bmatrix}$$

Paño más crítico



En este paso tenemos que calcular la carga ultima de nuestro paño más crítico, sin embargo, será directo a diferencia del cálculo anterior en que añaden el número de pisos.

$$C_u = 0.2 * C_m + 1.6 * C_v$$

$$C_u = 1.2 * 0.62 + 1.6 * 0.25 = 1.144 \text{ Tn}$$

Momento estático

Para realizar este paso debemos calcular el momento estático, en el cual se ocupará nuevamente datos anteriores y tenemos lo siguiente:

- La carga ultima (W)
- Promedio de la longitud transversal en mi paño critico (Lt)
- La longitud más crítica de las vigas menos el ancho de la columna (Lv)

$$M_e = \frac{W * L_t * L_v^2}{8}$$

$$L_t = \frac{5 + 6}{2} = 5.5$$

$$L_v = 6 - 0.47 = 5.53$$

$$M_e = \frac{1.44 * 5.5 * 5.53^2}{8}$$

Momento diseño

Esta fórmula está basada en el método del pórtico equivalente para calcular el valor del método de diseño.

$$M_d = \frac{W * L_t * L_v^2}{8} * (0.65) * (0.85) * (F_m)$$

$$F_m = \text{factor de mayoracion} = 1.2$$

$$M_d = \frac{1.44 * 5.5 * 5.53^2}{8} * 0.65 * 0.85 * 1.20$$

$$M_d = 15.89 \text{ Tn} - m$$

Cálculo de h

En este paso tenemos que cumplir con la relación entre altura y base, que es 1.3, menos de ese resultado no se admite por lo que se debe de calcular la altura con tanteos en el estribo a utilizar, se puede empezar con el estribo mínimo que es el de 12mm.

Relación $b \cdot h$ de la viga

Condición $\frac{h}{b} = 1.3$

Tanteo para cumplir la condición $\phi_{estribo} = 12mm$

$$h = \sqrt{\frac{M * 100000}{0.145 * f'c * b} + (mitad\ del\ estribo) + recu.}$$

$$h = \sqrt{\frac{15.89 * 100000}{0.145 * 280 * 30} + (0.6) + 2.5.}$$

$$h = 39.22 = 40cm$$

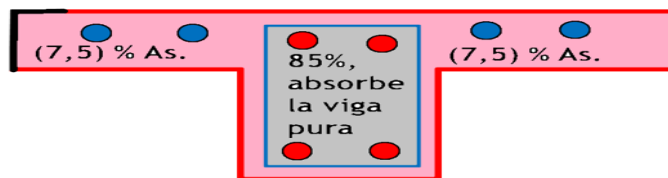
comparación con condición

$$\frac{h}{b} = 1.3$$

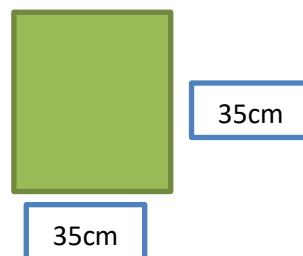
$$\frac{40}{30} = 1.33 \geq 1.3 \text{ OK}$$

Relación de la fórmula del 85% y 65% con respecto al momento

El 65% es lo que va a absorber la viga y ese 65% tomando la relación como si fuera el 100%, el 85% va a ser de la viga y el restante o saldo va a ser para el reforzamiento.



Alternativa para obtener las secciones de la viga (segundo método según la ACI) Columna:30x40



carga ultima = 4.58 tn – m

carga ultima = 15.89 tn – m

$$Mr = \frac{38.14 * 35 * 35^2}{10^5}$$

$$Mr = 16.35 \geq 15.89$$

Calculo as y a

as	13.35
a	6.73
as	13.29
a	6.7
as	13.28
a	6.7
as	13.28
a	6.7

Varilla a cumplir y espaciamiento de vigas trabajando con el momento de diseño.

$5\phi 20mm \text{ c}/2.5cm$

$as \text{ valido} = 13.28$

$a \text{ valido} = 6.7$

Verificación

$$k = 0.85 * 280 * 35 * 35 = 249900$$

$$as = \frac{k}{fy} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 * Md}{\phi * k * d}} \right]$$

$$as = \frac{291550}{4200} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 * 15.89 * 10^5}{0.90 * 291550 * 35}} \right]$$

$as = 13.28 \text{ OK}$

Método de Reducción de Matrices

Se reorganizan las matrices en bloques con relación al elemento donde actúan como se ilustra a continuación.

Primer Piso

E1

$$kda = \begin{bmatrix} -19537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -96320000 \\ 0 & 963246467 & 513730000 \end{bmatrix}$$

$$kdd = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

$$kad = \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 9963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix}$$

$$kaa = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

E2

$$keb = \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix}$$

$$kee = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

$$kbe = \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix}$$

$$kbb = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

E3

$$kfc = \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix}$$

$$kff = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

$$kcf = \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix}$$

$$kcc = \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}$$

Segundo Piso

E4

$$\begin{aligned}
 kgd &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 kdg &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E5

$$\begin{aligned}
 kgd &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 kdg &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E6

$$\begin{aligned}
 kgd &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 kdg &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kdd &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Tercer Piso

E7

$$\begin{aligned}
 k j g &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k j j &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 k g j &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k g g &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E8

$$\begin{aligned}
 k k h &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k k k &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 k h k &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k h h &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E9

$$\begin{aligned}
 k l i &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k l l &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 k i l &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 k i i &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Cuarto Piso

E10

$$\begin{aligned}
 kkh &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kkk &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 khk &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 khh &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E11

$$\begin{aligned}
 kli &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & -963246467 \\ 0 & 963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kll &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & -963246467 \\ 0 & -963246467 & 102746000 \end{bmatrix} \\
 kil &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192649293 & 963246467 \\ 0 & -963246467 & 51373000 \end{bmatrix} \\
 kii &= \begin{bmatrix} 139537740,9 & 0 & 0 \\ 0 & 192649293 & 963246467 \\ 0 & 963246467 & 102746000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

E12

$$\begin{aligned}
 k\tilde{n}l &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192600000 & -963200000 \\ 0 & 963200000 & 513700000 \end{bmatrix} \\
 k\tilde{n}\tilde{n} &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192600000 & -963200000 \\ 0 & -963200000 & 102700000 \end{bmatrix} \\
 kl\tilde{n} &= \begin{bmatrix} -139537741 & 0 & 0 \\ 0 & -192600000 & 963200000 \\ 0 & -963200000 & 513700000 \end{bmatrix} \\
 kll &= \begin{bmatrix} 139537741 & 0 & 0 \\ 0 & 192600000 & 963200000 \\ 0 & 963200000 & 102700000 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

VIGAS

Primer Piso

E13

$$\begin{aligned} kde &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\ ked &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\ kdd &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\ kee &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

E14

$$\begin{aligned} kde &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\ ked &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\ kdd &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\ kee &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Segundo Piso

E15

$$\begin{aligned} kgh &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\ khg &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\ kgg &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\ khh &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

E16

$$\begin{aligned}
khi &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\
kih &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\
khh &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\
kii &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Tercer piso**E17**

$$\begin{aligned}
kjk &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\
kkj &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\
kjj &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\
kkk &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

E18

$$\begin{aligned}
kkl &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\
klk &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix} \\
kkk &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix} \\
kll &= \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Cuarto Piso**E19**

$$\begin{aligned}
kjk &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix} \\
kkj &= \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 3424900000 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$kjj = \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}$$

$$kkk = \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}$$

E20

$$kjk = \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & 2854063608 \\ 0 & -28540000 & 34500000 \end{bmatrix}$$

$$kkj = \begin{bmatrix} -93025161 & 0 & 0 \\ 0 & -57080000 & -2854063608 \\ 0 & 28540000 & 342490000 \end{bmatrix}$$

$$kjj = \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & 2854063608 \\ 0 & 2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}$$

$$kkk = \begin{bmatrix} 93025160,6 & 0 & 0 \\ 0 & 5708127216 & -2854063608 \\ 0 & -2854063608 & 685000000 \end{bmatrix}$$

Ensamblaje de la matriz global 45x45

El proceso de ensamblar una matriz de rigidez global de 45x45 para el edificio de 4 pisos es como armar un gran rompecabezas donde cada pieza representa la rigidez de vigas y columnas. Al sumar todos estos movimientos, llegamos a tener 45 grados de libertad que definen el comportamiento de toda la estructura.

Para construir la matriz, primero calculamos la rigidez individual de cada elemento (matriz local).

Luego, esos valores se colocan en una matriz global, asegurándonos de que cada uno quede en el lugar correcto, y sumando todo según cómo estén conectados los nodos.

Cálculo de vectores

El siguiente cálculo se hace siguiendo el enfoque propuesto por el ingeniero Roberto Aguiar, cuya metodología plantea que dichas reacciones representan los esfuerzos que el sistema estructural debe hacer para mantenerse en equilibrio frente a una acción externa. Hemos calculado los momentos y reacciones de cada piso, separando el lado izquierdo y derecho del mismo. Este procedimiento no se limita a obtener resultados numéricos, sino que permitió visualizar mejor cómo se distribuyen los esfuerzos entre los elementos estructurales. Para sintetizar los resultados, se sumaron simétricamente las reacciones del lado izquierdo y derecho del edificio, en el centro, así centrando el análisis en la zona de mayor influencia estructural. Esto nos ayudó a comprender, cómo un mismo esfuerzo puede ser compartido por al mismo tiempo.

PISO 4

37	1	Izq.	DESPLAZAMIENTO
38	-1,074		REACCION
39	13,74		MOMENTO
40	1	Centro	DESPLAZAMIENTO
41	-14,005		REACCION
42	13,74		MOMENTO
43	1	Der.	DESPLAZAMIENTO
44	-1,145		REACCION
45	0,5456667		MOMENTO

PISO 3

28	1	Izq.	DESPLAZAMIENTO
29	-1,074		REACCION
30	13,74		MOMENTO
31	1	Centro	DESPLAZAMIENTO
32	-14,005		REACCION
33	13,74		MOMENTO
34	1	Der.	DESPLAZAMIENTO
35	-1,145		REACCION
36	0,5416667		MOMENTO

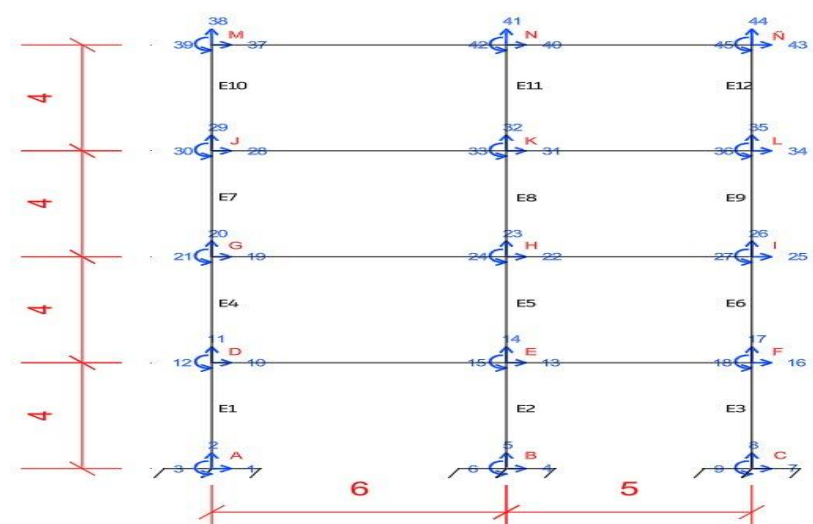
PISO 2

19	1	Izq.	DESPLAZAMIENTO
20	-1,074		REACCION
21	13,74		MOMENTO
22	1	Centro	DESPLAZAMIENTO
23	-14,005		REACCION
24	13,74		MOMENTO
25	1	Der.	DESPLAZAMIENTO
26	-1,145		REACCION
27	0,5416667		MOMENTO

PISO 1

10	1	Izq.	DESPLAZAMIENTO
11	-1,074		REACCION
12	13,74		MOMENTO
13	1	Centro	DESPLAZAMIENTO
14	-14,005		REACCION
15	13,74		MOMENTO
16	1	Der.	DESPLAZAMIENTO
17	-1,145		REACCION
18	0,5416667		MOMENTO

Piso 4 tramo izquierda				Piso 4 tramo Derecha			
Reaccion Izq	Momento Izq	Reaccion Der	Momento Der.	Reaccion Izq	Momento Izq	Reaccion Der	Momento Der.
1,374	13,74	1,074	13,74	1,145	0,5416667	1,145	0,5416667



PISO 1

Comparación Técnica: Análisis vs. Roberto Aguiar

Aspecto	Análisis	Roberto Aguiar
Normativa usada	ACI 318 (internacional)	Código Ecuatoriano de la Construcción (CEC) y criterios de desempeño sísmico
Material estructural	Concreto armado $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$	Hormigón armado, con énfasis en comportamiento no lineal y daño acumulado
Elementos estructurales	Columnas $30 \times 40 \text{ cm}$, vigas $30 \times 35 \text{ cm}$	Evalúa elementos similares, pero con atención especial a muros de corte y disipadores
Cargas consideradas	Muerta: 0.62 t/m , Viva: 0.25 t/m	Considera cargas similares, pero recalca la importancia de la carga sísmica de diseño
Enfoque sísmico	Verificación de resistencia, ductilidad y estabilidad global	Evaluación por desempeño: daño aceptable, no colapso; uso de modelos no lineales y simulaciones con MATLAB
Zonificación sísmica	Aplicada según región	Fundamental: recalca que muchas estructuras modernas fallaron por subestimarla
Objetivo principal	Cumplimiento normativo y seguridad estructural	Seguridad sísmica real: evitar colapso incluso ante sismos mayores al de diseño

PORTICOS ESPACIALES

Esta sección aborda el análisis estructural de edificios mediante el uso de la matriz de rigidez en coordenadas de piso, un enfoque fundamental en el estudio sísmico de estructuras aporcionadas. Este tipo de modelación considera que cada nivel del edificio actúa como un diafragma rígido, concentrando en su centro de masa tres grados de libertad: dos traslacionales (en direcciones X e Y) y uno rotacional (torsión).

En este contexto, los pórticos que conforman la estructura trabajan de manera conjunta, conectados a través de las losas, permitiendo representar el comportamiento global del edificio mediante matrices que integran la rigidez de cada elemento estructural. A partir de la rigidez lateral de los pórticos individuales y su posición relativa respecto al centro de masa, se construye la matriz global de rigidez, la cual permite evaluar desplazamientos, fuerzas internas y efectos torsionales.

Un aspecto clave de este tipo de pórticos es la consideración de la interacción entre traslación y torsión, lo que resulta esencial en estructuras sometidas a cargas sísmicas. Por ello, el análisis no solo se centra en la rigidez en cada dirección, sino también en la distribución de dicha rigidez dentro de la planta, lo cual influye directamente en la respuesta estructural.

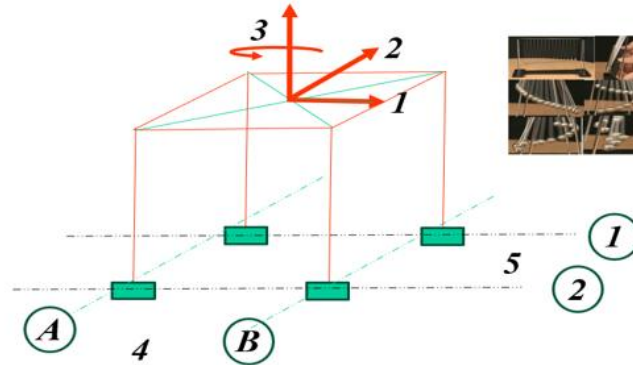
Además, el capítulo introduce conceptos importantes como el **centro de rigidez**, cuya correcta ubicación respecto al centro de masa es determinante para evitar efectos torsionales no deseados. También se destacan criterios de **estructuración sísmica eficiente**, recomendando una distribución equilibrada y simétrica de los elementos resistentes, así como una mayor rigidez en los pórticos perimetrales.

En síntesis, este tipo de pórticos permite un análisis más realista del comportamiento tridimensional de edificios, siendo una herramienta clave para el diseño estructural moderno, especialmente en zonas sísmicas, donde la correcta distribución de rigidez y masa es fundamental para garantizar seguridad y desempeño adecuado.

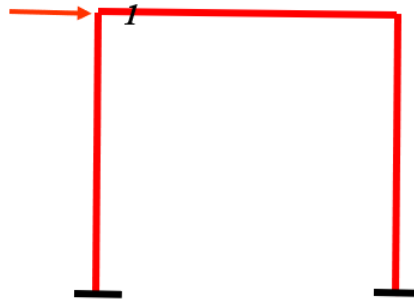
Desarrollo de problema de aplicación

1.- Modelo Tipo uno para calcular la matriz de rigidez de un pórtico espacial de un tramo, de un piso. Se considera tres grados de libertad por planta, cada pórtico se considera como un elemento de una estructura que se unen por medio de una losa o diafragma en cada piso.

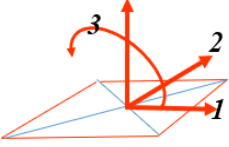
PORTICO ESPACIAL MATRIZ DE RIGIDEZ EN COORDENADAS DE PISO



El modelo supone que cada pórtico es un elemento.



Eje 2



 **1** q1 desplazamiento horizontal del piso 1

 **2** q2 desplazamiento vertical del piso 1

 **3** q3 desplazamiento rotacional del piso 1

Desplazamientos aplicados en el centro de masa

Se calculan las coordenadas del centroide del área total de acuerdo al Teorema de Varignon.

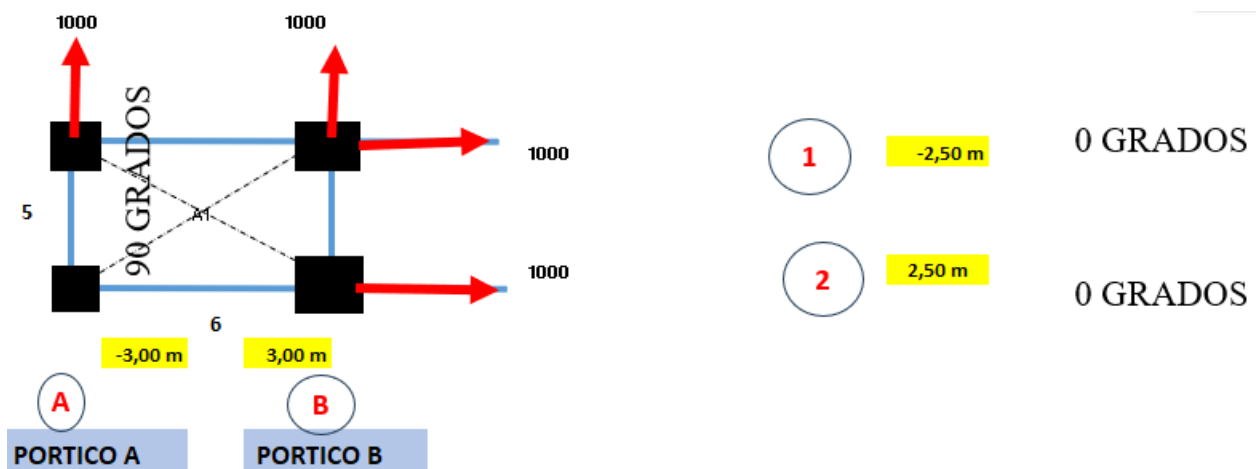
$$\bar{X} = \frac{\sum x_n A_n}{A_T}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_n A_n}{A_T}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum x_n A_n}{A_T}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum y_n A_n}{A_T}$$

DESCRIP.	AREA	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{X} \cdot A$	$\bar{Y} \cdot A$
A1	30,00 m2	3,00	2,50	90,00	75,00
	30,00 m2			90,00	75,00
		X	3,00 m		
		Y	2,50 m		

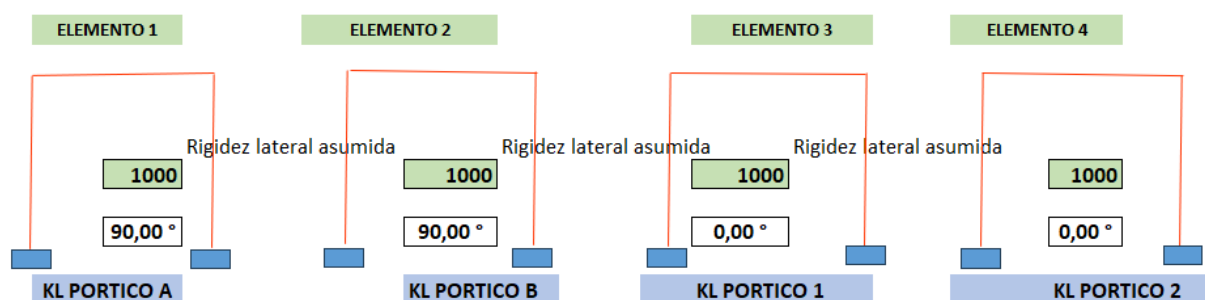

$$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \text{sen } \alpha & r \end{bmatrix}$$

Matriz de deformaciones en x

PORTICOS				
A	90,00 °	0,00	1,00	-3,00

B	90,00 °	0,00	1,00	3,00
1	0,00 °	1,00	0,00	-2,50
2	0,00 °	1,00	0,00	2,50

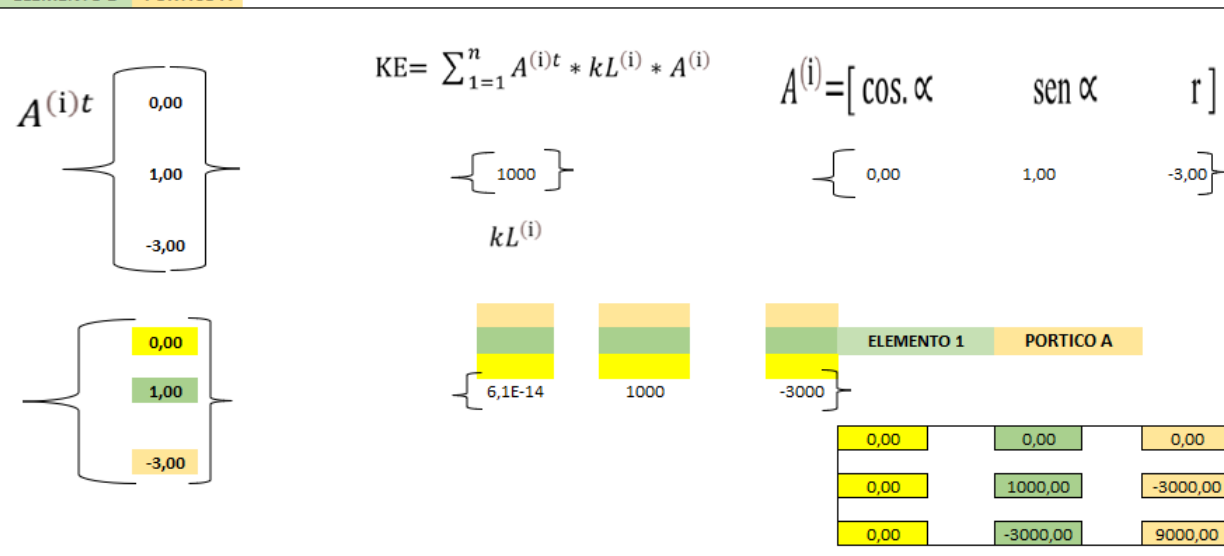
El estudiante complementa con más números de pórticos, y calcula la rigidez lateral asignando secciones.



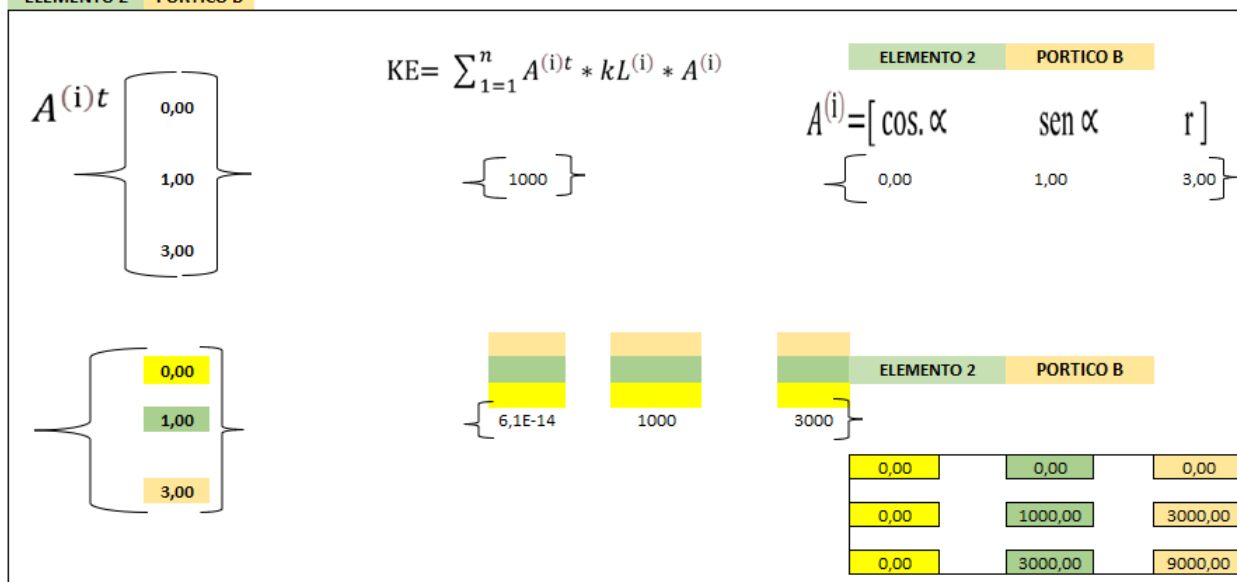
MATRIZ DE RIGIDEZ DE COORDENADAS DE PISO.

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

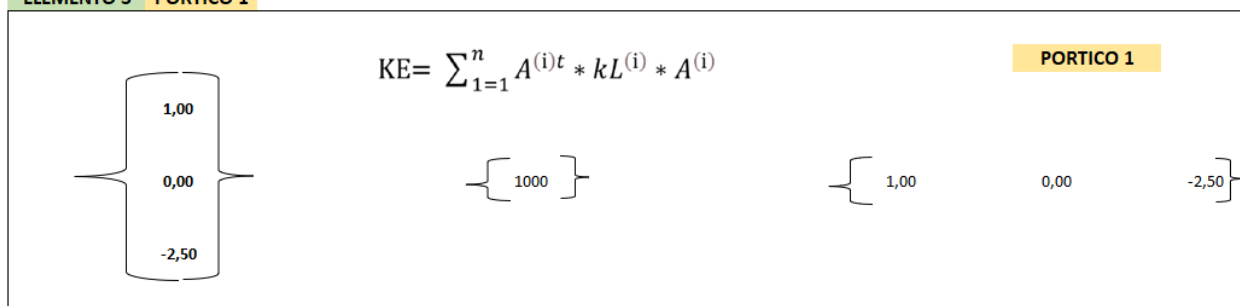
ELEMENTO 1 PORTICO A



ELEMENTO 2 PORTICO B



ELEMENTO 3 PORTICO 1



$\begin{Bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \\ -2,50 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1000 & 0 & -2500 \end{Bmatrix}$	PORTICO 1									
		<table> <tr> <td>1000,00</td><td>0,00</td><td>-2500,00</td></tr> <tr> <td>0,00</td><td>0,00</td><td>0,00</td></tr> <tr> <td>-2500,00</td><td>0,00</td><td>6250,00</td></tr> </table>	1000,00	0,00	-2500,00	0,00	0,00	0,00	-2500,00	0,00	6250,00
1000,00	0,00	-2500,00									
0,00	0,00	0,00									
-2500,00	0,00	6250,00									

ELEMENTO 4

PORTICO 2

1,00

0,00

2,50

1,00

0,00

2,50

1000

0

2500

1000,00

0,00

2500,00

1000

0,00

2500,00

0,00

0,00

0,00

1000,00

0,00

2500,00

0,00

0,00

0,00

PORTICO 2

SUBMATRICES PARA ENTENDER EL PROBLEMA DE TORSIÓN.

SUBMATRICES DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ FORMULARIO GENERAL

$$\begin{aligned}
 K_{XX} &= \sum \cos^2 \alpha * K_L^{(i)} & K_{YY} &= \sum \sen^2 \alpha * K_L^{(i)} \\
 K_{XY} &= \sum \sen \alpha * \cos \alpha * K_L^{(i)} & K_{Y\theta} &= \sum \sen \alpha * K_L^{(i)} * R_i \\
 K_{X\theta} &= \sum \cos \alpha_i * K_L^{(i)} * R_i & K_{\theta\theta} &= \sum R_i^t * K_L^{(i)} * R_i
 \end{aligned}$$

De tal forma que la matriz de rigidez, en coordenadas de piso, se puede escribir de la siguiente manera:

$$KE = \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} & K_{X\theta} \\ \text{SIMÉTRICA} & K_{YY} & K_{Y\theta} \\ & & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

Esta es la solución de la matriz de rigidez en coordenadas de pisos de una estructura de un piso.

2000,00	0,00	0,00
0,00	2000,00	0,00
0,00	0,00	30500,00

ELEMENTO A

$K_{XX} = \sum \cos^2 \alpha * K_L^{(i)}$	$K_{XY} = \sum \sin \alpha * \cos \alpha * K_L^{(i)}$	$K_{X\theta} = \sum \cos \alpha_i * K_L^{(i)} * R_i$
	$K_{YY} = \sum \sin^2 \alpha * K_L^{(i)}$	$K_{Y\theta} = \sum \sin \alpha * K_L^{(i)} * R_i$
		$K_{\theta\theta} = \sum R_i^t * K_L^{(i)} * R_i$

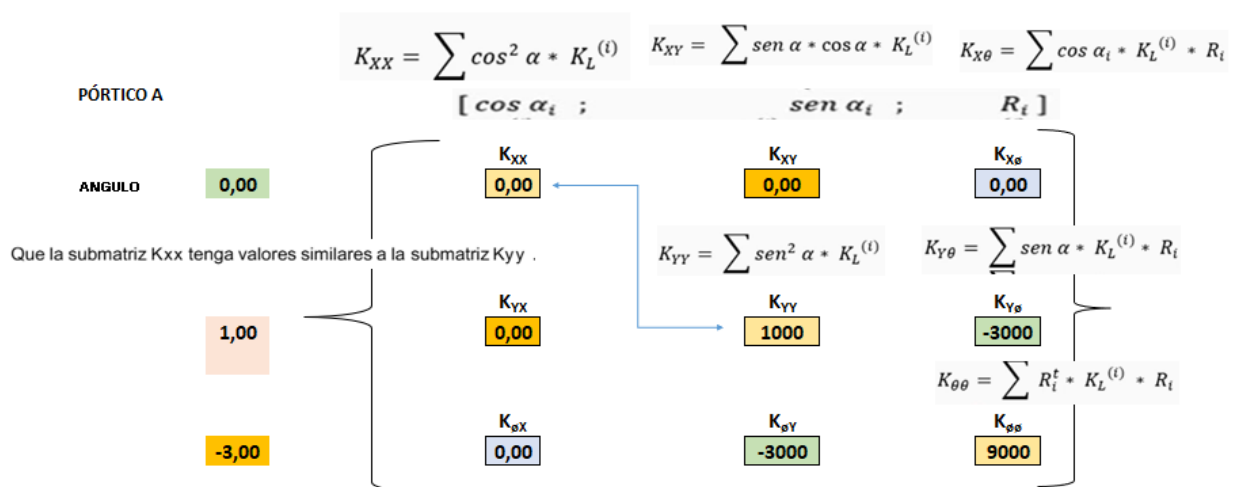
RIGIDEZ ELASTICA LATERAL DE PISO DE LOS PÓRTICOS - ANÁLISIS EN EL CASO DEL PÓRTICO A

KL PORTICO	90,00 °	KLA	1000	r A	-3,00
KL PORTICO	90,00 °	KLB	1000	r B	3,00

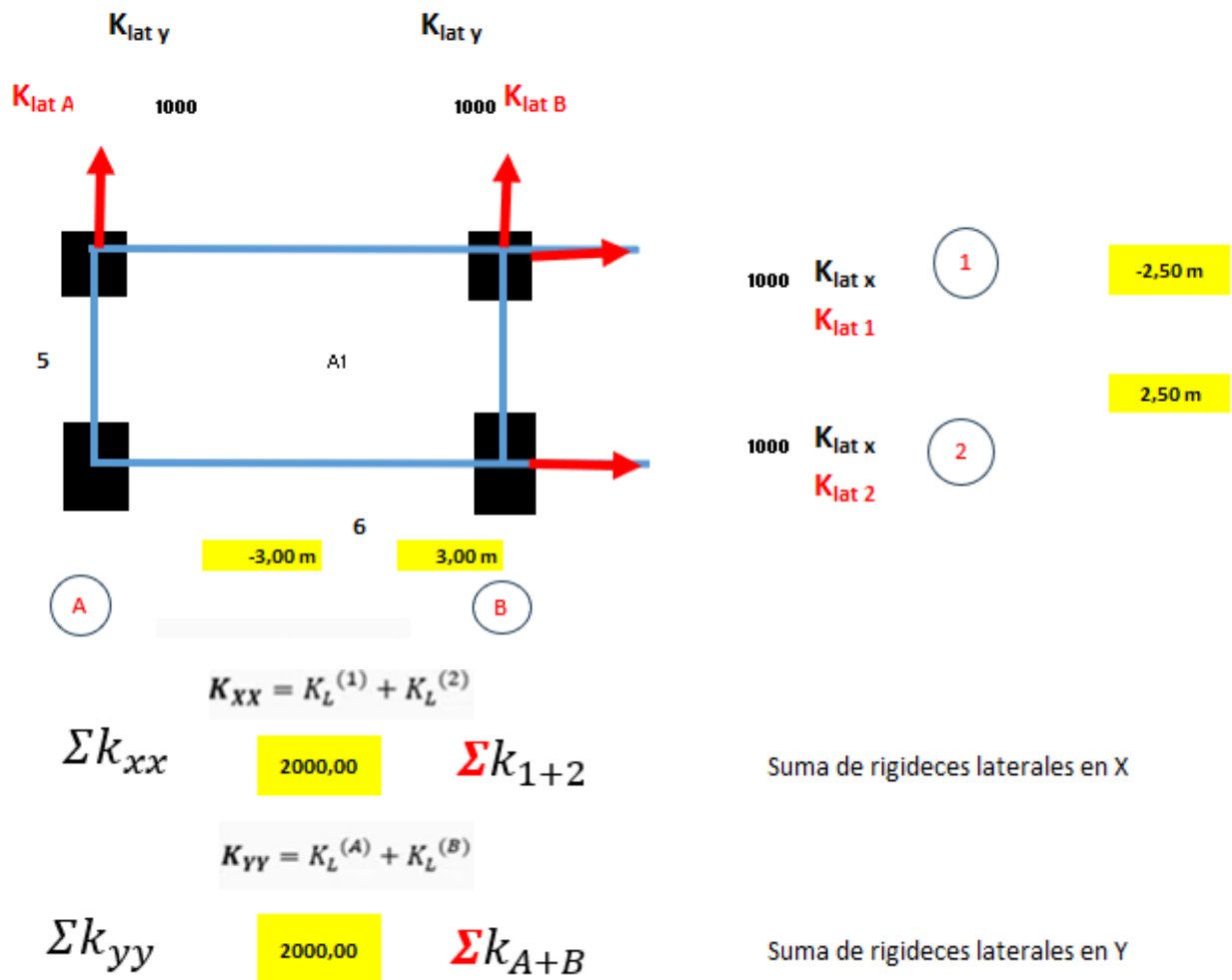
KL PORTICO 1	0,00 °	KL1	1000	r 1	-2,50
KL PORTICO 2	0,00 °	KL2	1000	r 2	2,50

		COSENO	SENO
PÓRTICO A	A	0,00	1,00
	B	0,00	1,00

		COSENO	SENO
	1	1,00	0,00
	2	1,00	0,00



MATRIZ DE RIGIDEZ PARA PORTICOS ORTOGONALES, PARA OBTENER LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL



$$K_{X\theta} = K_L^{(1)} \cdot r^{(1)} + K_L^{(2)} \cdot r^{(2)}$$

$\Sigma k_{X\Phi}$

$$-2500,00 + 2500,00 \approx 0,00$$

$$K_{Y\theta} = K_L^{(A)} \cdot r^{(A)} + K_L^{(B)} \cdot r^{(B)}$$

$\Sigma k_{Y\Phi}$

$$-3000,00 + 3000,00 \approx 0,00$$

$$K_{\theta\theta} = K_L^{(1)} \cdot r^{(1)^2} + K_L^{(2)} \cdot r^{(2)^2} + K_L^{(A)} \cdot r^{(A)^2} + K_L^{(B)} \cdot r^{(B)^2}$$

$$6250,00 + 6250,00 \approx 12500,00$$

$\Sigma k_{\Phi\Phi}$

30500,00

$$9000,00 + 9000,00 \approx 18000,00$$

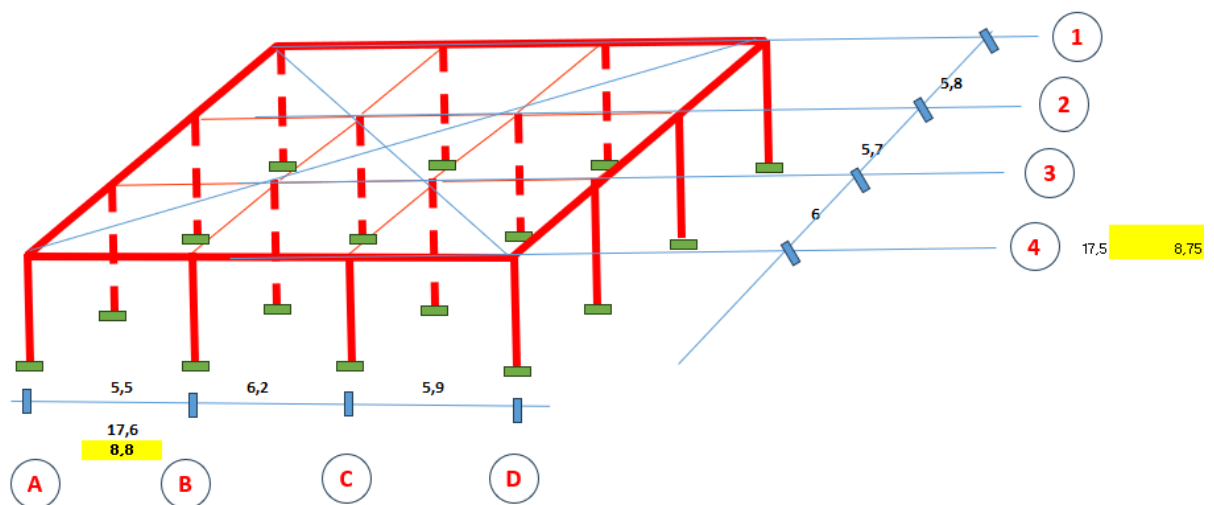
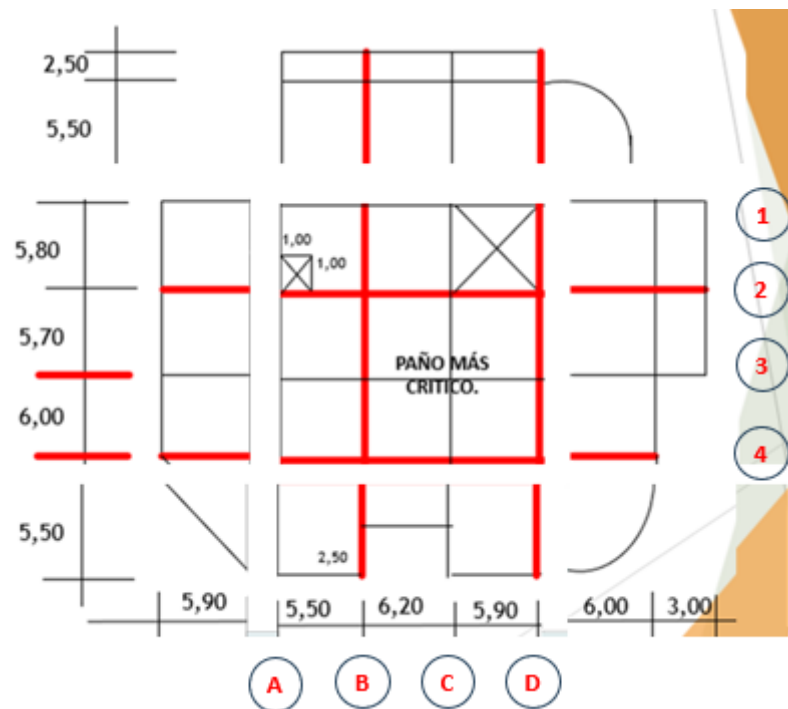
MATRIZ DE COORDENADAS DE PISO OBTENIDA DEL MÉTODO 2

2000,00	0,00	0,00
0,00	2000,00	0,00
0,00	0,00	30500,00

MATRIZ DE COORDENADAS DE PISO OBTENIDA DEL MÉTODO 1

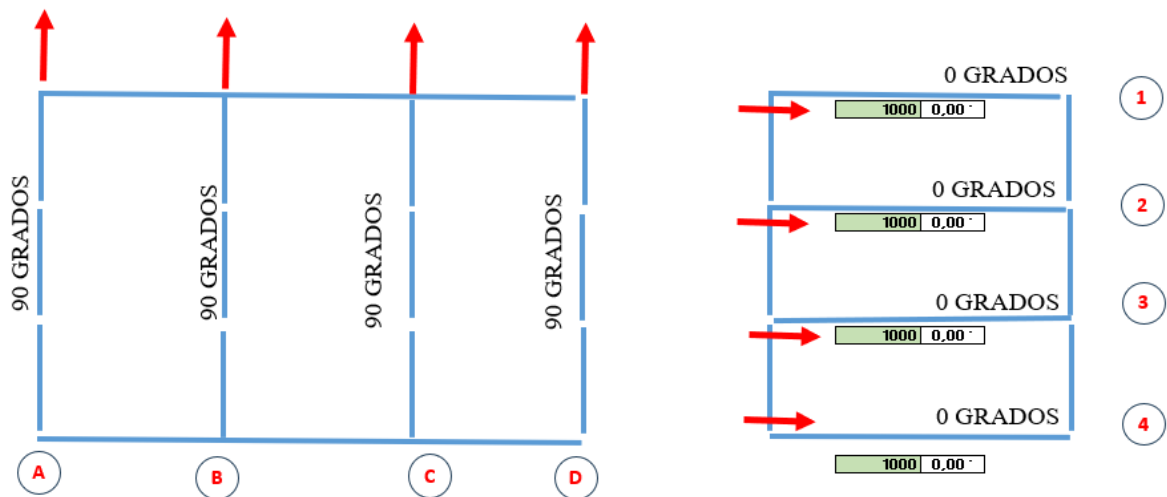
2000,00	0,00	0,00
0,00	2000,00	0,00
0,00	2000,00	30500,00

Ejemplo 2



X	8,80 m
---	--------

Y	8,75 m
---	--------



DESCRIP.	AREA	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{X} \cdot A$	$\bar{Y} \cdot A$
A1	308,00 m2	8,80	8,75	2710,40	2695,00
	308,00 m2			2710,40	2695,00
X 8,80 m Y 8,75 m					

PORTICOS SENTIDO Y				
A	90,00 °	0,00	1,00	-8,60
B	90,00 °	0,00	1,00	-3,10
C	90,00 °	0,00	1,00	3,10
D	90,00 °	0,00	1,00	8,60

PORTICOS SENTIDO X				
1	0,00 °	1,00	0,00	-8,65
2	0,00 °	1,00	0,00	-2,85
3	0,00 °	1,00	0,00	2,85
4	0,00 °	1,00	0,00	8,65

MATRIZ DE RIGIDEZ DE COORDENADAS DE PISO.

ELEMENTO 1 PORTICO A SENTIDO Y

$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$
 $A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \sin \alpha & r \end{bmatrix}$

$A^{(i)t} = \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -8,60 \end{Bmatrix}$
 $kL^{(i)} = \begin{Bmatrix} 1000 \end{Bmatrix}$
 $A^{(i)} = \begin{Bmatrix} 0,00 & 1,00 & -8,60 \end{Bmatrix}$

$\begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -8,60 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -8,60 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,00 & 1,00 & -8,60 \end{Bmatrix}$

ELEMENTO 1 PORTICO A

0,00	0,00	0,00
0,00	1000,00	-8600,00
0,00	-8600,00	73960,00

ELEMENTO 2 PORTICO B SENTIDO Y

$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$
 $A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \sin \alpha & r \end{bmatrix}$

$A^{(i)t} = \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -3,10 \end{Bmatrix}$
 $kL^{(i)} = \begin{Bmatrix} 1000 \end{Bmatrix}$
 $A^{(i)} = \begin{Bmatrix} 0,00 & 1,00 & -3,10 \end{Bmatrix}$

$\begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -3,10 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -3,10 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ -3,10 \end{Bmatrix}$

ELEMENTO 2 PORTICO B

0,00	0,00	0,00
0,00	1000,00	-3100,00
0,00	-3100,00	9610,00

ELEMENTO 3 PORTICO C SENTIDO Y

$$A^{(i)t} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ 3,10 \end{Bmatrix}$$

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 1000 \end{matrix} \right\}$$

ELEMENTO 3 PORTICO C

$$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \sin \alpha & r \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 0,00 & 1,00 & 3,10 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ 3,10 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 6E-14 \\ 1000 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 3100 \end{Bmatrix}$$

ELEMENTO 3 PORTICO C		
0,00	0,00	0,00
0,00	1000,00	3100,00
0,00	3100,00	9610,00

ELEMENTO 4 PORTICO D SENTIDO Y

$$A^{(i)t} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ 8,60 \end{Bmatrix}$$

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 1000 \end{matrix} \right\}$$

ELEMENTO 4 PORTICO D

$$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \sin \alpha & r \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 0,00 & 1,00 & 8,60 \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{Bmatrix} 0,00 \\ 1,00 \\ 8,60 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 6E-14 \\ 1000 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 8600 \end{Bmatrix}$$

ELEMENTO 4 PORTICO D		
0,00	0,00	0,00
0,00	1000,00	8600,00
0,00	8600,00	73960,00

ELEMENTO 5 PORTICO 1 SENTIDO X

$$\begin{Bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \\ -8,65 \end{Bmatrix}$$

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

$$\left\{ \begin{matrix} 1000 \end{matrix} \right\}$$

PORTICO 1

$$\left\{ \begin{matrix} 1,00 & 0,00 & -8,65 \end{matrix} \right\}$$

$\left\{ \begin{array}{c} 1,00 \\ 0,00 \\ -8,65 \end{array} \right\}$				PORTICO 1		
	$\left\{ \begin{array}{ccc} 1000 & 0 & -8650 \end{array} \right\}$					
	1000,00	0,00	-8650,00			
	0,00	0,00	0,00			
	-8650,00	0,00	74822,50			

ELEMENTO 6 PORTICO 2 SENTIDO X

$\left\{ \begin{array}{c} 1,00 \\ 0,00 \\ -2,85 \end{array} \right\}$				PORTICO 2		
	$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$					
	$\left\{ \begin{array}{c} 1000 \end{array} \right\}$			$\left\{ \begin{array}{ccc} 1,00 & 0,00 & -2,85 \end{array} \right\}$		
$\left\{ \begin{array}{c} 1,00 \\ 0,00 \\ -2,85 \end{array} \right\}$				PORTICO 2		
	$\left\{ \begin{array}{ccc} 1000 & 0 & -2850 \end{array} \right\}$					
	1000,00	0,00	-2850,00			
	0,00	0,00	0,00			
	-2850,00	0,00	8122,50			

ELEMENTO 7 PORTICO 3 SENTIDO X

$\left\{ \begin{array}{c} 1,00 \\ 0,00 \\ 2,85 \end{array} \right\}$				PORTICO 3		
	$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$					
	$\left\{ \begin{array}{c} 1000 \end{array} \right\}$			$\left\{ \begin{array}{ccc} 1,00 & 0,00 & 2,85 \end{array} \right\}$		
$\left\{ \begin{array}{c} 1,00 \\ 0,00 \\ 2,85 \end{array} \right\}$				PORTICO 3		
	$\left\{ \begin{array}{ccc} 1000 & 0 & 2850 \end{array} \right\}$					
	1000,00	0,00	2850,00			
	0,00	0,00	0,00			
	2850,00	0,00	8122,50			

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

PORTICO 4

$$\begin{Bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \\ 8,65 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1000 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1,00 & 0,00 & 8,65 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \\ 8,65 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 1000 & 0 & 8650 \end{Bmatrix}$$

PORTICO 4

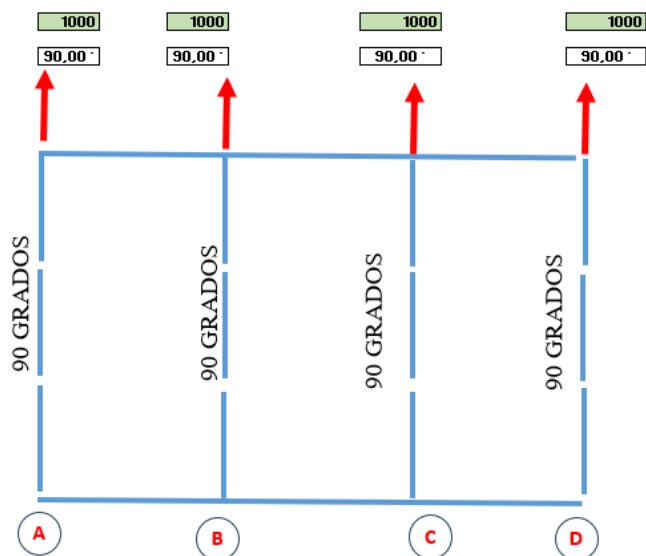
1000,00	0,00	8650,00
0,00	0,00	0,00
8650,00	0,00	74822,50

$$KE = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} * kL^{(i)} * A^{(i)}$$

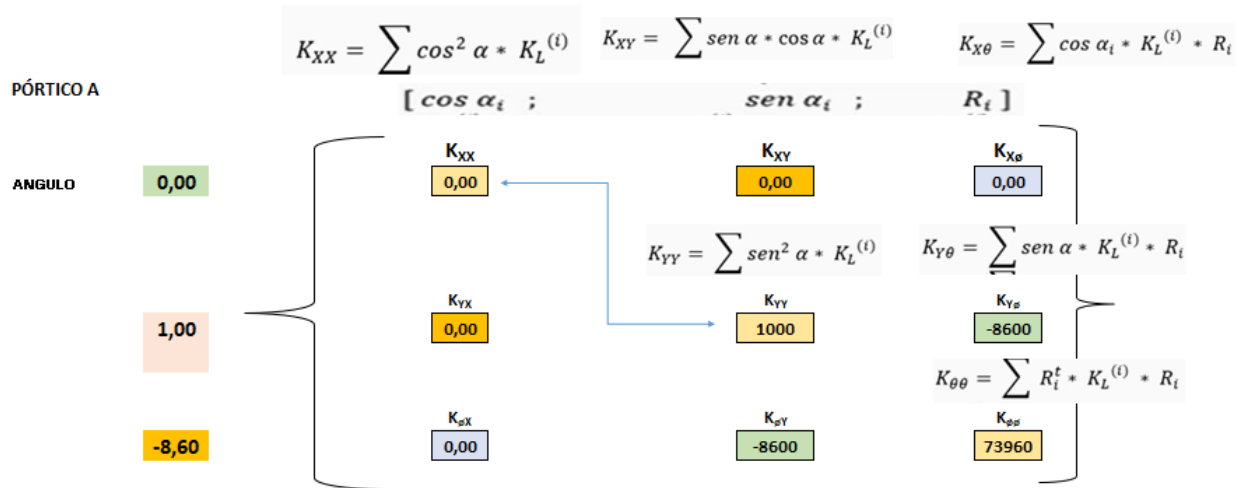
Esta es la solución de la matriz de rigidez en coordenadas de pisos de una estructura de un piso - de varios elementos o pórticos

4000,00	0,00	0,00
0,00	4000,00	0,00
0,00	0,00	333030,00

SUBMATRICES PARA ENTENDER EL PROBLEMA DE TORSIÓN.



RIGIDEZ ELASTICA LATERAL DE PISO DE LOS PÓRTICOS - ANÁLISIS EN EL CASO DEL PÓRTICO A											
KL PORTICO A	90,00 °	KLA	1000,00	r 1	-8,60						
KL PORTICO B	90,00 °	KLB	1000,00	r 2	-3,10						
KL PORTICO C	90,00 °	KLC	1000,00	r 3	3,10						
KL PORTICO D	90,00 °	KLD	1000,00	r 4	8,60						
KL PORTICO 1	0,00 °	KL1	1000,00	r 1	-8,65						
KL PORTICO 2	0,00 °	KL2	1000,00	r 2	-2,85						
KL PORTICO 3	0,00 °	KL3	1000,00	r 3	2,85						
KL PORTICO 4	0,00 °	KL4	1000,00	r 4	8,65						



RIGIDEZ ELASTICA LATERAL DE PISO DE LOS PÓRTICOS - ANÁLISIS EN EL CASO DEL PÓRTICO A

RIGIDEZ ELASTICA LATERAL DE PISO DE LOS PÓRTICOS - ANÁLISIS EN EL CASO DEL PÓRTICO A											
KL PORTICO A	90,00 °	KLA	1000,00	r 1	-8,60						
KL PORTICO B	90,00 °	KLB	1000,00	r 2	-3,10						
KL PORTICO C	90,00 °	KLC	1000,00	r 3	3,10						
KL PORTICO D	90,00 °	KLD	1000,00	r 4	8,60						
KL PORTICO 1	0,00 °	KL1	1000,00	r 1	-8,65						
KL PORTICO 2	0,00 °	KL2	1000,00	r 2	-2,85						
KL PORTICO 3	0,00 °	KL3	1000,00	r 3	2,85						
KL PORTICO 4	0,00 °	KL4	1000,00	r 4	8,65						

$$\Sigma k_{xx} = 4000,00$$

Suma de rigideces laterales en X

$$\Sigma k_{yy} = 4000,00$$

Suma de rigideces laterales en Y

$$K_{X\theta} = K_L^{(1)} \cdot r^{(1)} + K_L^{(2)} \cdot r^{(2)}$$

$$\Sigma k_{X\Phi} \quad -8650,00 \quad + \quad -2850,00 \quad + \quad 2850,00 \quad + \quad 8650,00 \quad \approx \quad 0,00$$

$$K_{Y\theta} = K_L^{(A)} \cdot r^{(A)} + K_L^{(B)} \cdot r^{(B)}$$

$$\Sigma k_{Y\Phi} \quad -8600,00 \quad + \quad -3100,00 \quad + \quad 3100,00 \quad + \quad 8600,00 \quad \approx \quad 0,00$$

$$K_{\theta\theta} = K_L^{(1)} \cdot r^{(1)^2} + K_L^{(2)} \cdot r^{(2)^2} + K_L^{(A)} \cdot r^{(A)^2} + K_L^{(B)} \cdot r^{(B)^2}$$

$$\Sigma k_{\Phi\Phi} \quad 74822,50 \quad + \quad 8122,50 \quad + \quad 8122,50 \quad + \quad 74822,50 \quad \approx \quad 165890,00$$

$$333030,00$$

$$73960,00 \quad + \quad 9610,00 \quad + \quad 9610,00 \quad + \quad 73960,00 \quad \approx \quad 167140,00$$

MATRIZ DE COORDENADAS DE PISO OBTENIDA DEL MÉTODO 2

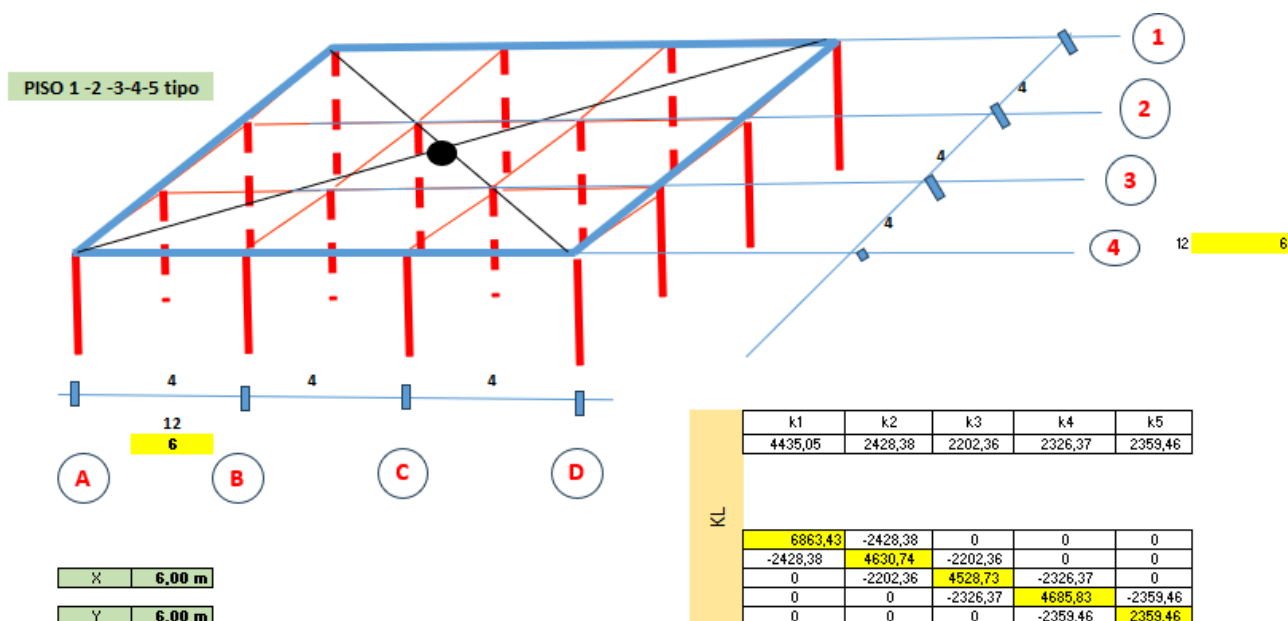
4000,00	0,00	0,00
0,00	4000,00	0,00
0,00	0,00	333030,00

MATRIZ DE COORDENADAS DE PISO OBTENIDA DEL MÉTODO 1

4000,00	0,00	0,00
0,00	4000,00	0,00
0,00	0,00	333030,00

Problema 3

Explicación del Problema 17.2 del libro Análisis Matricial del Dr. Roberto Aguiar F. Capítulo 17. Se refiere al desarrollo de una matriz de rigidez para un pórtico de cinco pisos simétrico.



Matriz de compatibilidad										
PORTICOS					$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \text{sen } \alpha & r \end{bmatrix}$					
1	0,00 °	1,00	0,00	-6,00						
2	0,00 °	1,00	0,00	-2,00						
3	0,00 °	1,00	0,00	2,00						
4	0,00 °	1,00	0,00	6,00						
A	90,00 °	0,00	1,00	-6,00						
B	90,00 °	0,00	1,00	-2,00						
C	90,00 °	0,00	1,00	2,00						
D	90,00 °	0,00	1,00	6,00						

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		coseno de 0°					seno de 0°					r				
		np columnas					np columnas					np columnas				
		piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5
A ⁽¹⁾	piso 1	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-6,00	0	0	0	0
	piso 2	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-6,00	0	0	0
	piso 3	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-6,00	0	0
	piso 4	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-6,00	0
	piso 5	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-6,00

Primera Columna relacionado a las deformadas elementales, pero únicamente para los pórticos en sentido X, en sentido Y valen cero

PORTICOS														
1	0,00 °	1,00	0,00	-6,00		$A^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos. \alpha & \sin \alpha & r \end{bmatrix}$								
2	0,00 °	1,00	0,00	-2,00										
3	0,00 °	1,00	0,00	2,00										
4	0,00 °	1,00	0,00	6,00										
A	90,00 °	0,00	1,00	-6,00										
B	90,00 °	0,00	1,00	-2,00										
C	90,00 °	0,00	1,00	2,00										
D	90,00 °	0,00	1,00	6,00										

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
		coseno de 0°					seno de 0°					r					
		np columnas					np columnas					np columnas					
		piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	
A ⁽²⁾	piso 1	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-2,00	0	0	0	0	1
	piso 2	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-2,00	0	0	0	2
	piso 3	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-2,00	0	0	3
	piso 4	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-2,00	0	4
	piso 5	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	-2,00	5

Primera Columna relacionado a las deformadas elementales, pero únicamente para los pórticos en sentido X, en sentido Y valen cero

$K_L^{(2)}$	k1	k2	k3	k4	k5
	4435,05	2428,38	2202,36	2326,37	2359,46
	6863,43	-2428,38	0	0	0
	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0
	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0
	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46
	0	0	0	-2359,46	2359,46

6863,43	-2428,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-13726,86	4856,76	0	0	0
-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	0	0	0	0	0	0	4856,76	-9261,48	4404,72	0	0
0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	0	0	0	0	0	0	4404,72	-9057,46	4652,74	0
0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	4652,74	-9371,66	4718,92
0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4718,92	-4718,92

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
-2	0	0	0	0
0	-2	0	0	0
0	0	-2	0	0
0	0	0	-2	0
0	0	0	0	-2

6863,43	-2428,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-13726,86	4856,76	0	0	0
-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	0	0	0	0	0	0	4856,76	-9261,48	4404,72	0	0
0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	0	0	0	0	0	0	4404,72	-9057,46	4652,74	0
0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	4652,74	-9371,66	4718,92
0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4718,92	-4718,92
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-13726,86	4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27453,72	-9713,52	0	0	0
4856,76	-9261,48	4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0	-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0
0	4404,72	-9057,46	4652,74	0	0	0	0	0	0	0	0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0
0	0	4652,74	-9371,66	4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84
0	0	0	4718,92	-4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9437,84	9437,84

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		coseno de 0°					seno de 0°					r				
A ⁽³⁾	np columnas					np columnas					np columnas					
	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	
	piso 1	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	2,00	0	0	0	1
	piso 2	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	2,00	0	0	2
	piso 3	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	2,00	0	3
	piso 4	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	2,00	4
	piso 5	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	5

KL ⁽³⁾	k1	k2	k3	k4	k5
	4435,05	2428,38	2202,36	2326,37	2359,46
	6863,43	-2428,38	0	0	0
	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0
	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0
	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46
	0	0	0	-2359,46	2359,46

6863,43	-2428,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0
-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	0	0	0	0	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0
0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	0	0	0	0	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0
0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92
0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4718,92	4718,92

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
2	0	0	0	0
0	2	0	0	0
0	0	2	0	0
0	0	0	2	0
0	0	0	0	2
0	0	0	0	2

6863,43	-2428,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0
-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	0	0	0	0	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0
0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	0	0	0	0	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0
0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92
0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-4718,92	4718,92
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13726,86	-4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27453,72	-9713,52	0	0	0
-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0	-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0
0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	0	0	0	0	0	0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0
0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84
0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9437,84	9437,84

A ⁽⁴⁾	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	coseno de 0°					seno de 0°					r				
	np columnas					np columnas					np columnas				
	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5
	piso 1	1,00	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	6,00	0	0	0
	piso 2	0	1,00	0	0	0	0,00	0	0	0	0	6,00	0	0	0
	piso 3	0	0	1,00	0	0	0	0,00	0	0	0	0	6,00	0	0
	piso 4	0	0	0	1,00	0	0	0	0,00	0	0	0	0	6,00	0
	piso 5	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0,00	0	0	0	0	6,00

6863,43	-2428,38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	41180,58	-14570,28	0	0	0
-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	0	0	0	0	0	0	-14570,28	27784,44	-13214,16	0	0
0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	0	0	0	0	0	0	-13214,16	27172,38	-13958,22	0
0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	-13958,22	28114,98	-14156,76
0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-14156,76	14156,76
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41180,58	-14570,28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	247083,48	-87421,68	0	0	0
-14570,28	27784,44	-13214,16	0	0	0	0	0	0	0	0	-87421,68	166706,64	-79284,96	0	0
0	-13214,16	27172,38	-13958,22	0	0	0	0	0	0	0	0	-79284,96	163034,28	-83749,32	0
0	0	-13958,22	28114,98	-14156,76	0	0	0	0	0	0	0	0	-83749,32	168689,88	-84940,56
0	0	0	-14156,76	14156,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-84940,56	84940,56

P ^(A)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	coseno de 0°					seno de 0°					r				
	np columnas					np columnas					np columnas				
	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5
	piso 1	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-6,00	0	0	0
	piso 2	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-6,00	0	0
	piso 3	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-6,00	0
	piso 4	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-6,00
	piso 5	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	-6,00

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6863,43	-2428,38	0	0	0	-41180,58	14570,28	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	14570,28	-27784,44	13214,16	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	13214,16	-27172,38	13958,22	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	13958,22	-28114,98	14156,76	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	14156,76	-14156,76	0
0	0	0	0	0	-41180,58	14570,28	0	0	0	247083,48	-87421,68	0	0	0	0
0	0	0	0	0	14570,28	-27784,44	13214,16	0	0	-87421,68	166706,64	-79284,96	0	0	0
0	0	0	0	0	0	13214,16	-27172,38	13958,22	0	0	-79284,96	163034,28	-83749,32	0	0
0	0	0	0	0	0	0	13958,22	-28114,98	14156,76	0	0	-83749,32	168689,88	-84940,56	0
0	0	0	0	0	0	0	0	14156,76	-14156,76	0	0	0	-84940,56	84940,56	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	coseno de 0°					seno de 0°					r				
	np columnas					np columnas					np columnas				
	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5
A ⁽¹⁾	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-2,00	0	0	0	0
piso 1	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-2,00	0	0	0
piso 2	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-2,00	0	0
piso 3	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-2,00	0
piso 4	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	-2,00
piso 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	0	0	-2,00

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6863,43	-2428,38	0	0	0	-13726,86	4856,76	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	4856,76	-9261,48	4404,72	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	4404,72	-9057,46	4652,74	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	4652,74	-9371,66	4718,92	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	4718,92	-4718,92	0
0	0	0	0	0	-13726,86	4856,76	0	0	0	27453,72	-9713,52	0	0	0	0
0	0	0	0	0	4856,76	-9261,48	4404,72	0	0	-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0	0
0	0	0	0	0	0	4404,72	-9057,46	4652,74	0	0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0	0
0	0	0	0	0	0	0	4652,74	-9371,66	4718,92	0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84	0
0	0	0	0	0	0	0	0	4718,92	-4718,92	0	0	0	-9437,84	9437,84	0

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	coseno de 0°					seno de 0°					r				
	np columnas					np columnas					np columnas				
	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5	piso 1	piso 2	piso 3	piso 4	piso 5
A ⁽¹⁾	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	2,00	0	0	0	0
piso 1	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	2,00	0	0	0
piso 2	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	2,00	0	0
piso 3	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	2,00	0
piso 4	0	0	0	0	0,00	0	0	0	0	1,00	0	0	0	0	2,00
piso 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,00	0	0	0	2,00

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6863,43	-2428,38	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	-4718,92	4718,92	0
0	0	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0	27453,72	-9713,52	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	-9437,84	9437,84	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	6863,43	-2428,38	0	0	0	41180,58	-14570,28	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-2428,38	4630,74	-2202,36	0	0	-14570,28	27784,44	-13214,16	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-2202,36	4528,73	-2326,37	0	0	-13214,16	27172,38	-13958,22	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-2326,37	4685,83	-2359,46	0	-13958,22	28114,98	-14156,76	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-2359,46	2359,46	0	0	0	-14156,76	14156,76	0
0	0	0	0	0	41180,58	-14570,28	0	0	0	247083,48	-87421,68	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-14570,28	27784,44	-13214,16	0	0	-87421,68	166706,64	-79284,96	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-13214,16	27172,38	-13958,22	0	0	-79284,96	163034,28	-83749,32	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-13958,22	28114,98	-14156,76	0	0	-83749,32	168689,88	-84940,56	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-14156,76	14156,76	0	0	0	-84940,56	84940,56	0

Resumen del pórtico P1-PA-PA-PD

13726,86	-4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	988333,92	-349686,72	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-349686,72	666826,56	-317139,84	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-317139,84	652137,12	-334997,28	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-334997,28	674759,52	-339762,24	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-339762,24	339762,24	0

Resumen del pórtico P2-P3-PB-PC

13726,86	-4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	13726,86	-4856,76	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-4856,76	9261,48	-4404,72	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-4404,72	9057,46	-4652,74	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-4652,74	9371,66	-4718,92	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-4718,92	4718,92	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	109814,88	-38854,08	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-38854,08	74091,84	-35237,76	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-35237,76	72459,68	-37221,92	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-37221,92	74973,28	-37751,36	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-37751,36	37751,36	0

Resultados de la matriz de rigidez del pórtico Espacial simétrico de 5 pisos.

27453,72	-9713,52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	-9437,84	9437,84	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	27453,72	-9713,52	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-9713,52	18522,96	-8809,44	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	-8809,44	18114,92	-9305,48	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-9305,48	18743,32	-9437,84	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-9437,84	9437,84	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1098148,8	-388540,8	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-388540,8	740918,4	-352377,6	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-352377,6	724596,8	-372219,2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-372219,2	749732,8	-377513,6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-377513,6	377513,6	0

CAPITULO 5

5. PROYECTOS DE AULAS INTERDISCIPLINARIAS

Gery Marcillo, Jean Romero, Ángel Plaza.

5.1. Diseño de una losa de limo orgánico y su estructura de madera

En el contexto actual, donde la sostenibilidad y el uso eficiente de recursos son prioritarios, el diseño de sistemas estructurales para viviendas requiere un enfoque integral que combine eficiencia, accesibilidad y respeto al medio ambiente. Este informe aborda el diseño de una losa compuesta por limo orgánico de baja plasticidad, soportada por una estructura de madera de guayacán, una especie local con excelentes propiedades mecánicas. Los materiales de la losa provienen de una composición experimental de Tierra blanca (60%), Tierra negra (30%) y barro (10%), investigada en una fábrica artesanal de ladrillos ubicada en el sitio Sancán, en el sur de la Provincia de Manabí, con enfoque hacia su aprovechamiento en la bioconstrucción de viviendas.

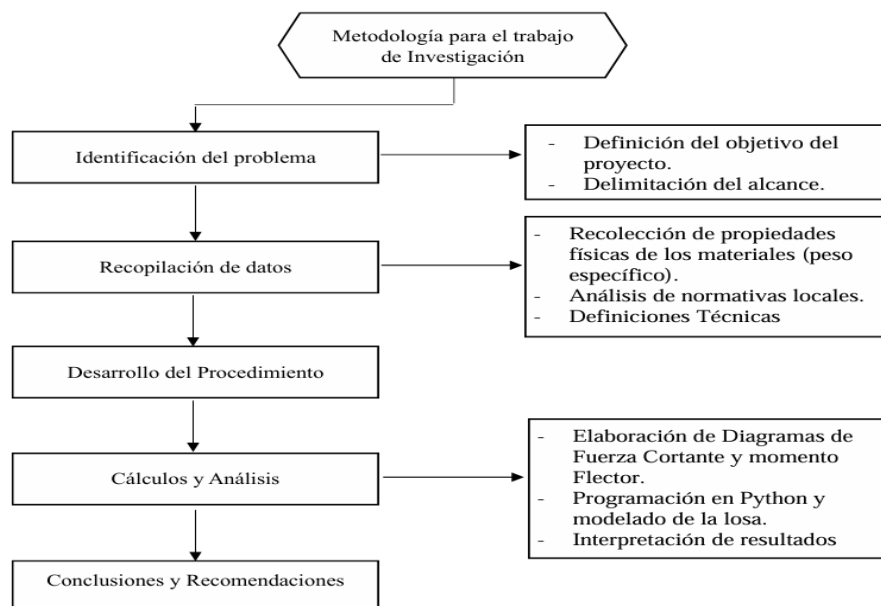
El problema principal radica en diseñar una losa con un espesor de 20 cm, capaz de soportar su peso propio, el peso de la losa y la carga para uso residencial, cumpliendo con los requerimientos establecidos para viviendas unifamiliares. Para ello, es crucial analizar las fuerzas que actúan sobre los elementos estructurales, en particular las vigas BE y FED, determinando cómo las cargas generan esfuerzos de cortante y momentos flectores.

La investigación se desarrolló mediante métodos cuantitativos y simulaciones computacionales, empleando herramientas como el Método Monte Carlo, algoritmos en Python, así como cálculos manuales, han permitido identificar puntos de máximo esfuerzo en las vigas. Además, se utilizaron como referencias normativas de diseño estructural y el libro de Hibbeler, reconocido por su enfoque riguroso en el análisis estructural. Este enfoque integral permitió evaluar la viabilidad técnica del diseño, identificar las ubicaciones de fallas por cortante y momento flector, y resaltar el potencial de materiales locales para contribuir al desarrollo de viviendas sostenibles.

5.1.1. Enfoque y Metodología

Este estudio es de carácter descriptivo y se centra en analizar las propiedades estructurales y de carga de una losa sostenida por una estructura de madera. Además, se emplea un enfoque cuantitativo para realizar cálculos precisos y simulaciones que evalúen la estabilidad del sistema. Para garantizar un análisis completo y sistemático, se diseñó un organigrama metodológico Figura que detalla las etapas del trabajo realizado.

Figura 24
Organigrama Metodológico



5.1.2. Recolección de Datos

Referencias obtenidas del libro de Análisis Estructural - 8va.Ed - R. C. Hibbeler para valores de Cargas No Sísmicas y aplicación de métodos para el cálculo de Cortante y Momento Flector. También se recopiló información sobre el peso específico de la madera de guayacán (valores obtenidos de la página de Ecuador en Cifras).

Peso Específico mínimo de los materiales

Tabla 7
Densidades mínimas para cargas de diseño de distintos materiales

Materiales	lb/pie3	Kn/m3
Aluminio	170	26.7
Concreto, concreto simple	108	17.0
Concreto, piedra simple	144	22.6
Concreto, concreto reforzado	111	17.4
Concreto, piedra reforzada	150	23.6
Arcilla, seca	63	9.9
Arcilla, húmeda	110	17.3
Arena y grava, seca, suelta	100	15.7
Arena y grava, húmeda	120	18.9
Mampostería, concreto sólido ligero	105	16.5
Mampostería, personal	135	21.2
Madera contrachapada	36	5.7
Acero, estirado en frío	492	77.3
Madera, abeto Douglas	34	5.3
Madera, pino del sur	37	5.8
Madera, pino abeto	29	4.5

Tabla 8*Ficha Técnica de Madera*

Producto Específico:	Flejes de madera de especies no coníferas (eucalipto, guayacán, aliso, canelo, chanul, etc.)
Nombre Comercial:	Flejes de eucalipto, flejes de guayacán, flejes de aliso, flejes de chanul, flejes de canelo, etc.
Código CPC V.2:	31330.01.02
Código CIHU 4.0:	C1610.09
Código Arancel 2007:	4404.20.00.00
Código Arancel 2012:	4404.20.00.00
PROPIEDADES GENERALES	
Descripción:	Están constituidos por ramitas de eucalipto, guayacán, aliso, canelo, chanul y otras especies no coníferas, hendidas, descortezadas o toscamente acuchilladas.
Usos:	Se utilizan para la fabricación de cercos de cubas o de elementos para vallas.
Magnitud:	Longitudes (Largo y ancho)
Unidad de Medida:	Centímetros, metros, pulgadas
Presentación Comercial:	Se presentan generalmente en atados o en coronas.
PROPIEDADES ESPECÍFICAS	
Nombre Científico:	"Eucaliptus globulus (Eucalipto), Caesalpinia paraguariensis (Guayacán), Alnus acuminata (Aliso), Drimys winteri (Canelo), Humiriastrum procerum (Chanul), etc.
Densidad:	Eucalipto (0,55 g/cm ³), Guayacán (1,18 g/cm ³), Aliso (0,35 g/cm ³), Canelo (0,51 g/cm ²), Chanul (0,69 g/cm ³)
Resistencia a la Flexión:	Eucalipto (0,55 Kg/cm ²), Guayacán (1,18 Kg/cm ²), Aliso (0,35 Kg/cm ²), Canelo (0,51Kg/cm ²), Chanul (0,69 Kg/cm ²)
Humedad:	N/A

Tabla 9*Cargas Vivas Mínimas*

Ocupación o uso	Carga viva		Ocupación o uso	Carga viva	
	psf	Kn/m2		psf	Kn/m2
Zonas de reunión teatros			Residencial		
Asientos fijos	60	2.87	Vivienda (de una y dos familias)	40	1.92
Asientos móviles	100	4.79	Hoteles y casas multifamiliares		
Estacionamientos (vehículos de pasajeros solamente)	50	2.40	Habitaciones privadas y pasillos	40	1.92
Edificios de oficinas			Salas públicas y pasillos	100	4.79
Vestíbulos	100	4.79	Escuelas		
Oficinas	50	2.40	Salones de clase	40	1.92
Almacén			Pasillos por encima de la primera planta	80	3.83
Ligero	125	6.00			
Pesado	250	11.97			

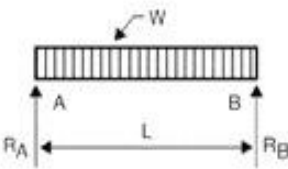
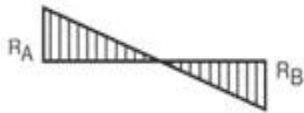
Formulario para el Cálculo de Reacciones y Momentos

Notación Técnica:

L: Claro de una viga o armadura entre apoyos**Ma – Mb ...:** Momento flexionante actuando en el lugar indicado por el subíndice.**P:** Carga concentrada**Rx - Ry:** Reacción en vigas**W:** Carga total distribuida**w:** carga unitaria distribuida (kN/m)

Tabla 10

Formulas y diagramas de vigas para diferentes condiciones de cargas estática

Vigas con apoyos Simples		
Carga	 $W = w \cdot L$	
Momento	 $M_x = \frac{Wx}{8} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$ $M_f = \frac{WL}{8} = \frac{wL^2}{8}$	
Corte	 $RA_y = \frac{W}{2}$ $RB_y = \frac{W}{2}$	
Fuerza resultante sobre la viga	Para una carga distribuida uniformemente w sobre la longitud L: $L: \frac{WL}{2} - Wx - v = 0$	Para el equilibrio de momentos: $(x) - Wx \cdot \frac{x}{2} + M = 0$
Momento flector: para estructuras con cargas puntuales con distancia variable		
	$M_f = \Phi 3 = x \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$	$M_f = \Phi 6 = \frac{x^2}{L} \left(1 - \frac{x}{L}\right)$
Reacciones en los apoyos (RA y RB) de una viga con carga distribuida variable		
	$RA_y = \Phi 2 = 1 - \frac{3x^3}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}$	$RB_y = \Phi 5 = \frac{x^2}{L^2} \left(3 - 2\frac{x}{L}\right)$

5.1.3. Ejercicio de aplicación 1

CÁLCULO DE CARGAS

Tabla 11

Datos cargas muertas en la viga BE

DATOS CARGA MUERTA (CM)				
HIBBELER, R. C.		DATOS REGISTRADOS		
PESO MATERIALES		DIMENSIONES		PP VIGA
A		B (base x altura)		A x B
Material	Peso Unitario (KN/m ³)	Base (m)	Altura (m)	Valor obtenido (KN/m)
Madera	11.59	0.15	0.30	0.52
Arcilla Húmeda	17.3	2	0.20	6.92
				7.44

Tabla 12

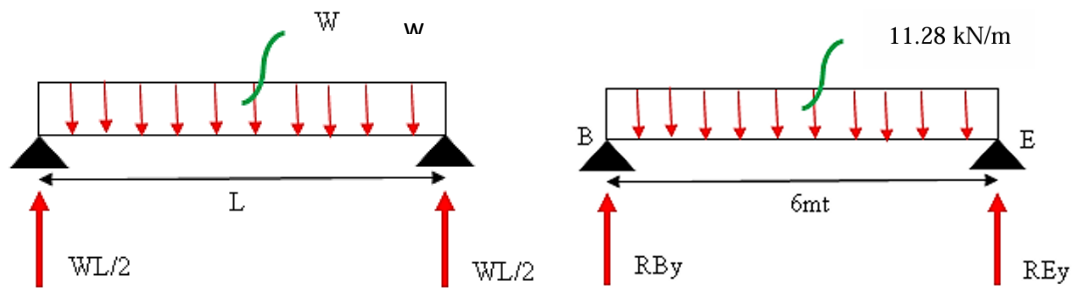
Datos cargas vivas en la viga BE

DATOS CARGA VIVA			
HIBBELER, R. C.		DATOS REGISTRADOS	
SOBRECARGA DE USO		DIMENSIONES	
A		B	A x B
Ocupación	Carga Uniforme (KN/m ²)	Ancho Tributario (m)	Carga Obtenida (KN/m)
Residencia Unifamiliar	1.92	2	3.84

Cargas Total:

$$Pt = 7.44 \frac{kn}{mt} + 3.84 \frac{kn}{mt} = 11.28 \frac{kn}{mt}$$

DIAGRAMA FUERZA B-E

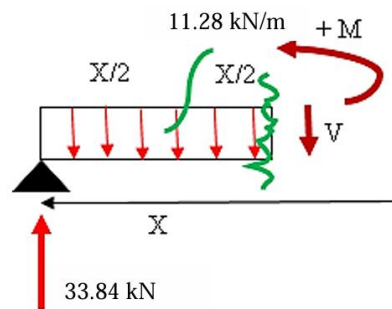


$$W = w * L$$

$$W = 11.28 \frac{kn}{mt} * 6mt = 67.68 Kn$$

$$R_{By} = R_{Ey} = \frac{W}{2} = \frac{67.68 kn}{2} = 33.84 Kn$$

CORTE 1-1



Cálculo de Cortante:

$$\sum F_y = 0$$

$$33.84 kN - 11.28 \frac{kn}{mt}(x) - V = 0$$

$$V = 33.84Kn - 11.28 \frac{kn}{mt}(x)$$

Distancia en el que se produce el Momento Máximo

$$33.84 Kn - 11.28 \frac{kn}{mt}(x) = 0$$

$$X = \frac{33.84Kn}{11.28 \frac{kn}{mt}} = 3mt$$

Cálculo de momento:

$$\sum M_o = 0$$

$$-33.84 \text{ Kn}(x) + 11.28 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) \left(\frac{x}{2}\right) + M = 0$$

$$M = 33.84 \text{Kn}(x) - 15.40 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} \left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$M = 33.84 \text{ Kn}(x) - 5.64 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} (x^2)$$

Tabla 13

Evaluación de valores para la Ecuación Cortante y Momento Flector obtenidos en la viga FBE

X	$V = 33.84 \text{ Kn} - 11.28 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x)$	$M = 33.84 \text{ Kn}(x) - 5.64 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x^2)$
0	33.84	0
3	0	50.76
6	-33.84	0

5.1.4. Ejercicio de aplicación 2

CÁLCULO DE CARGAS

Tabla 14

Datos cargas muertas en la viga FED

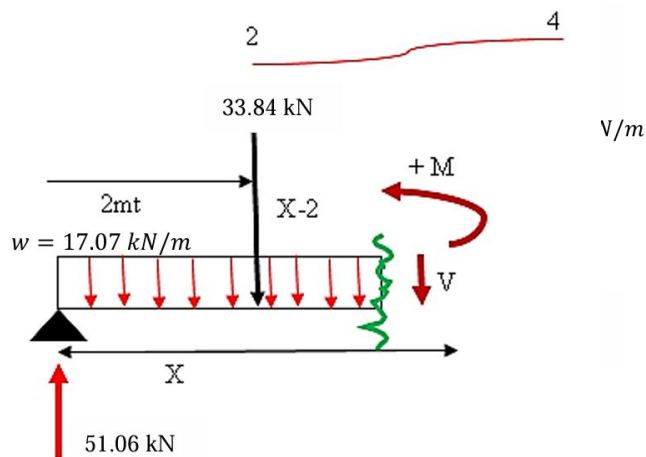
DATOS CARGA MUERTA (CM)				
LIBRO HIBBER		DATOS REGISTRADOS		
PESO MATERIALES		DIMENSIONES		PP VIGA
A		B (base x altura)		A x B
Material	Peso Unitario (KN/m ³)	Base (m)	Altura (m)	Valor obtenido (KN/m)
Madera	11.59	0.20	0.40	0.93
Arcilla Húmeda	17.3	3	0.20	10.38
				11.31

Tabla 15

Datos cargas muertas en la viga FED

DATOS CARGA VIVA			
LIBRO HIBBER		DATOS REGISTRADOS	
SOBRECARGA DE USO		DIMENSIONES	
A		B	A x B
Ocupación	Carga Unitaria (KN/m ²)	Ancho Tributario (m)	Carga Obtenida (KN/m)
Residencia Unifamiliar	1.92	3	5.76

Cargas Total Distribuida:



$$w_T = 11.31 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} + 5.76 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} = 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}$$

Carga concentrada obtenida de la Fuerza que ejerce en la RE_y : $P =$

$$33.84 \text{ kN}$$

$$W = w * L$$

$$W = 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} * 4\text{mt} = 68.28 \text{ Kn}$$

$$\begin{aligned} R_{Fy} &= R_{Dy} = \frac{P + W}{2} \\ &= \frac{(33.84 + 68.28)\text{kn}}{2} \\ &= 51.06 \text{ KN} \end{aligned}$$

CORTE 1-1

Cálculo de Cortante:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ 51.06 \text{ Kn} - 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) - V &= 0 \\ V &= 51.06 \text{ Kn} - 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) \end{aligned}$$

Cálculo de momento:

$$\begin{aligned} \sum M_o &= 0 \\ -51.06 \text{ Kn}(x) + 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) \left(\frac{x}{2} \right) + M &= 0 \\ M &= 51.06 \text{ Kn}(x) - 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} \left(\frac{x^2}{2} \right) \\ M &= 51.06 \text{ Kn}(x) - 8.535 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x^2) \end{aligned}$$

CORTE 2-2

Cálculo de Cortante:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ 51.06 \text{ N} - 17.07 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x) - 33.84 \text{ kN} - V &= 0 \\ V &= -17.07 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x) + 17.22 \text{ kN} \end{aligned}$$

Cálculo de momento:

$$\sum M_o = 0$$

$$-51.06 \text{ Kn}(x) + 17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) \left(\frac{x}{2} \right) + 33.84 (x - 2) + M = 0$$

$$M = 51.06 \text{ Kn}(x) - 17.07 \frac{\text{kN}}{\text{mt}} \left(\frac{x^2}{2} \right) - 33.84 \text{ kN}(x - 2)$$

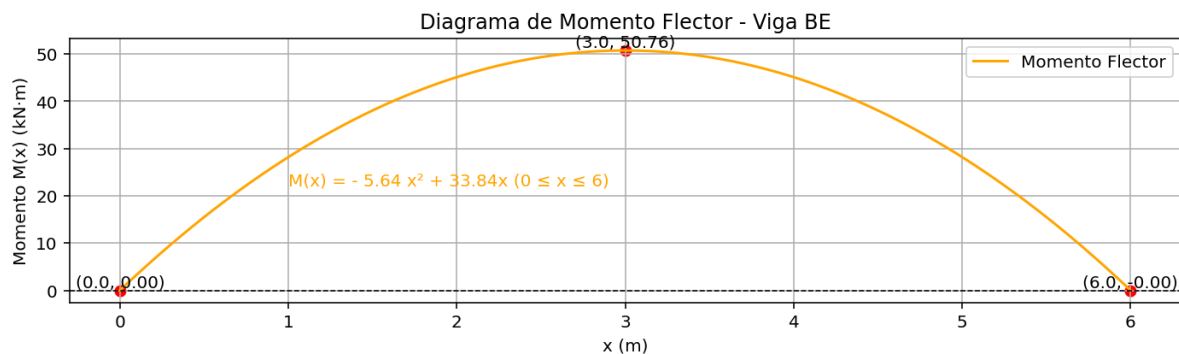
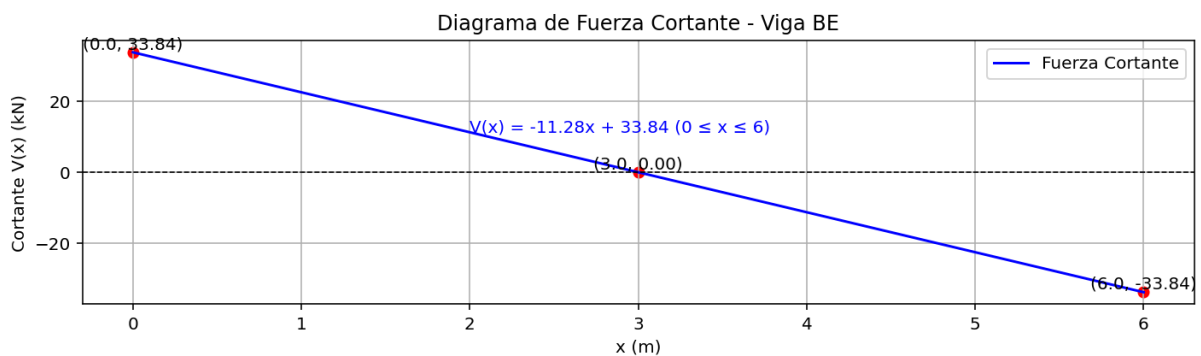
$$M = 51.06 \text{ Kn}(x) - 17.07 \frac{\text{kN}}{\text{mt}} \left(\frac{x^2}{2} \right) - 33.84 \text{ kN}(x) + 67.68 \text{ kN}$$

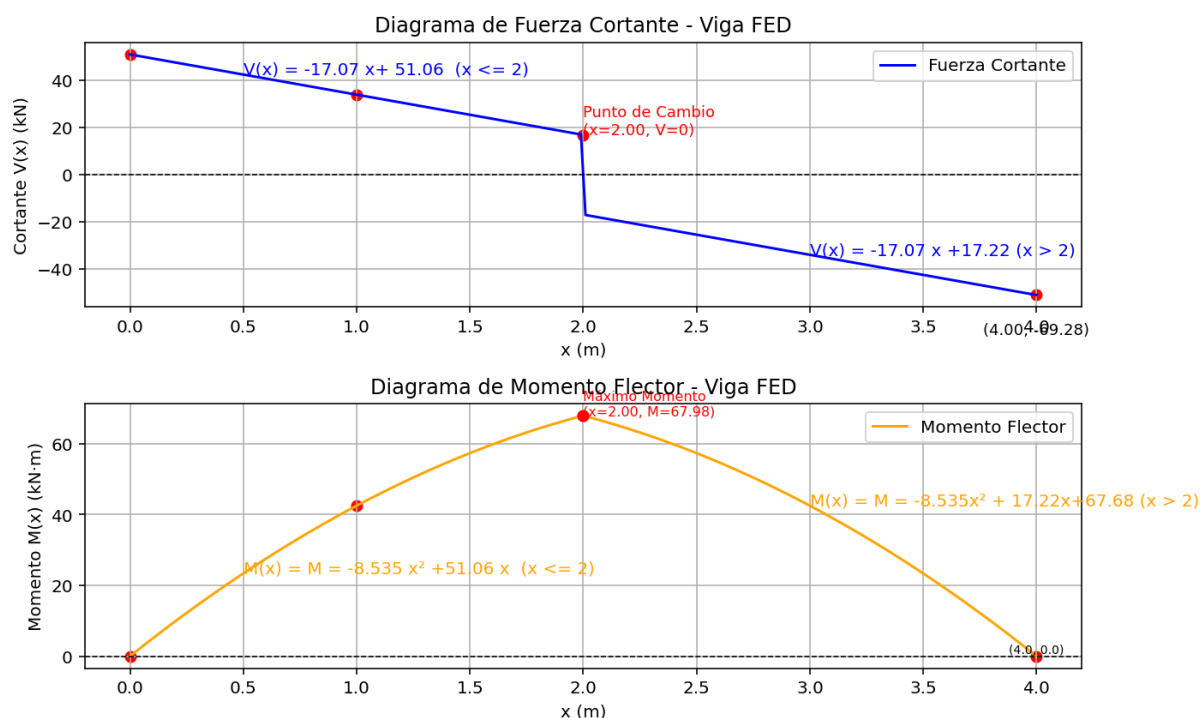
$$M = -8.535 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x^2) + 17.22 \text{ kN}(x) + 67.68 \text{ kN}$$

Tabla 16

Evaluación de valores para la Ecuación Cortante y Momento Flector obtenidos en la viga FBE

X	$V = -17.07 \frac{\text{kn}}{\text{mt}}(x) + 51.06 \text{ Kn}$	$M = -8.535 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x^2) + 17.22 \text{ kN}(x) + 67.68 \text{ kN}$
0	51.06	0
2	16.92	67.98
X	$V = -17.07 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x) + 17.22 \text{ kN}$	$M = -8.535 \frac{\text{kN}}{\text{mt}}(x^2) + 17.22 \text{ kN}(x) + 67.68 \text{ kN}$
2	-16.92	67.98
4	-51.06	0





Análisis del sistema

Viga BE

Análisis de Cortante: Para calcular la cortante en cualquier sección, se utiliza la fórmula de la fuerza cortante: $V = 33.84 \text{ Kn} - 11.28 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} (x)$. A través de la ecuación se obtiene que la cortante es máxima en el apoyo (**33.84 kN**) y se reduce conforme nos alejamos hacia el centro de la viga. El valor de la cortante se anula a los 3 metros, donde el momento flector es máximo.

Análisis de Momento Flector: El momento flector en cualquier sección se calcula mediante la ecuación: $M = 33.84 \text{ Kn} (x) - 5.64 \frac{\text{kn}}{\text{mt}} (x^2)$

En $x = 0$, el momento es cero.

En $x = 3$, el momento alcanza su valor máximo de **50.76 kN·m**, ya que en este punto la cortante se anula.

En $x = 6$, el momento vuelve a ser cero.

Viga FED

Análisis Cortante: El valor máximo de cortante ocurre justo en el primer apoyo, con un valor de **51.06 kN**. A medida que nos movemos hacia la carga concentrada, la cortante disminuye y se vuelve negativa, alcanzando su valor mínimo en el segundo apoyo.

Análisis Momento Flector: El momento flector máximo se alcanza en la sección de 2 metros, con un valor de **67.98 kN·m**. A medida que nos acercamos al segundo apoyo, el momento disminuye y se vuelve negativo, lo que indica que la viga está sometida a esfuerzos de flexión en dirección opuesta. Los resultados permitieron estimar las probabilidades de falla y las cargas críticas.

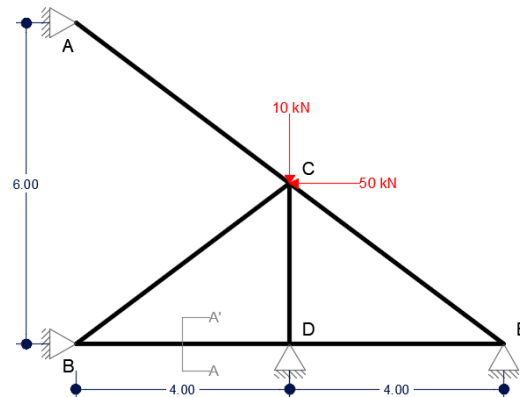
Conclusiones

El diseño demuestra que la madera de guayacán es una solución eficiente para sostener una losa de limo orgánico, combinando resistencia, durabilidad y sostenibilidad. La madera de guayacán soportó las cargas con márgenes adecuados de seguridad.

Las simulaciones realizadas permitieron identificar puntos críticos y optimizar el diseño, garantizando la seguridad estructural. El uso de algoritmos en herramientas como Python y Pseint facilita el análisis y la representación gráfica de los resultados, mejorando la comprensión y precisión del diseño.

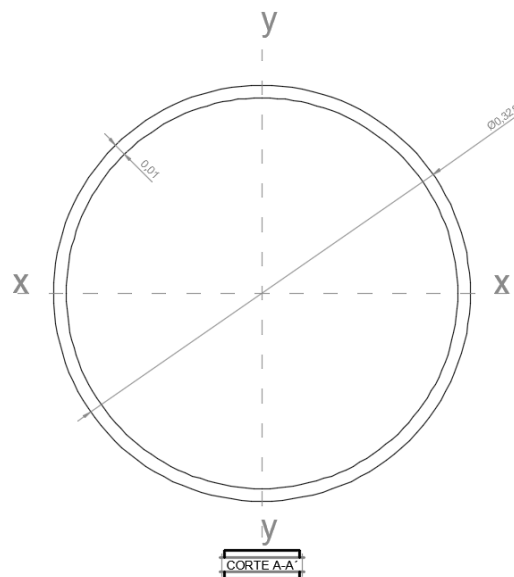
La viga podría fallar por flexión en la zona donde el momento flector es máximo (2 metros), si el material no tiene la capacidad para resistir el valor de momento calculado. Además, la viga puede experimentar falla por corte en el segundo apoyo, donde la cortante alcanza valores negativos importantes. Estos puntos críticos deben ser considerados al diseñar la viga para garantizar su seguridad y evitar fallos estructurales.

5.1.5. Ejercicio de aplicación 3



DATOS DEL MATERIAL:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$



Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 32.83 \text{ cm}$
- $\phi_I = 30.83 \text{ cm}$
- $e = 1.00 \text{ cm}$

Área

- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 32.83^2}{4} = 846.51 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 30.83^2}{4} = 746.51 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 846.51 - 746.51 = 100.00 \text{ cm}^2$

Inercia

- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{32.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{30.83}{2} \right)^4 \right] = 12676.47 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{32.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{30.83}{2} \right)^4 \right] = 12676.47 \text{ cm}^4$

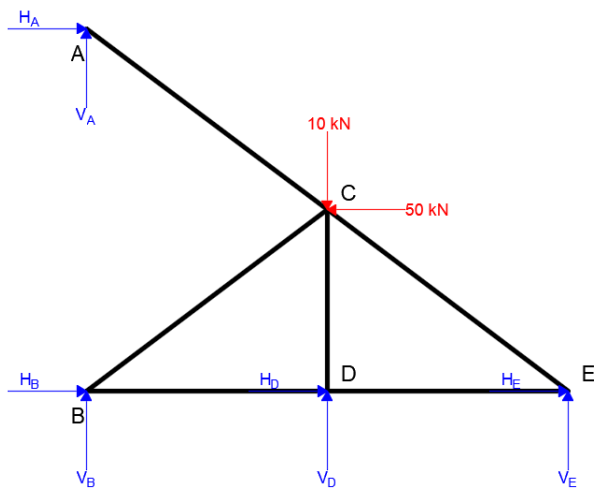
Módulo de sección

- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{32.83 \text{ cm}}{2} = 16.415 \text{ cm}$
- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{12676.47 \text{ cm}^4}{16.415 \text{ cm}} = 772.25 \text{ cm}^3$

Radio de giro

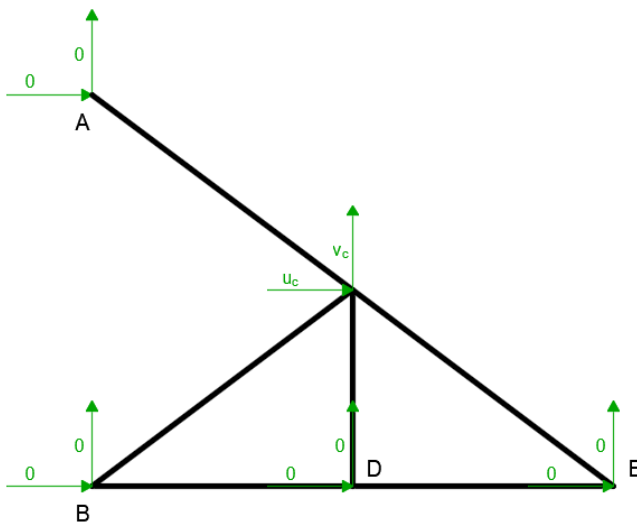
- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{12676.47 \text{ cm}^4}{100.00 \text{ cm}^2}} = 11.26 \text{ cm}$

1. Generación del vector fuerza



$$[F] = \begin{bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \\ -50 \\ -10 \\ H_D \\ V_D \\ H_E \\ V_E \end{bmatrix}$$

2. Generación del vector desplazamiento



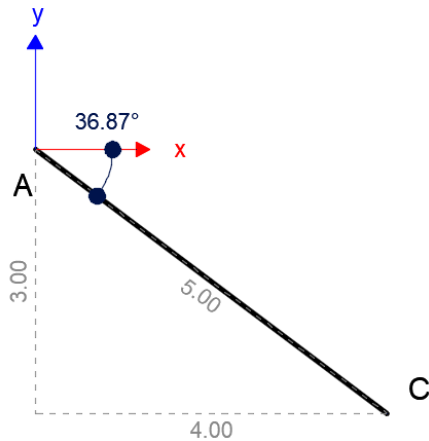
$$[u] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_C \\ v_C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [k] \times [u]$$

$$[k] = \frac{EA}{L} \times \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\sin^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

$$k_{ac} = k_{ce}$$

BARRA AC



$$\alpha = 360^\circ - 36.87^\circ = 323.12^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (\cos(323.12)) = 0.64$$

$$\sin^2 \alpha = (\sin(323.12)) = 0.36$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(323.12) \cdot \cos(323.12) = -0.48$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

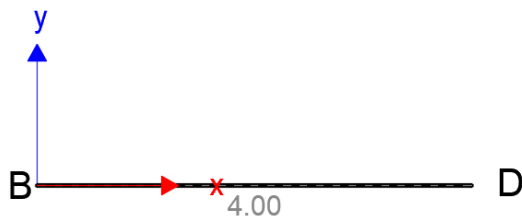
$$L = 500 \text{ cm}; A = 100 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 100}{500} = 4200 \text{ kN}$$

$$[k] = 4200 \times \begin{bmatrix} 0.64 & -0.48 & -0.64 & 0.48 \\ -0.48 & 0.36 & 0.48 & -0.36 \\ -0.64 & 0.48 & 0.64 & -0.48 \\ 0.48 & -0.36 & -0.48 & 0.36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2688 & -2016 & -2688 & 2016 \\ -2016 & 1512 & 2016 & -1512 \\ -2688 & 2016 & 2688 & -2016 \\ 2016 & -1512 & -2016 & 1512 \end{bmatrix}$$

$$k_{bd} = k_{de}$$

BARRA BD



$$\alpha = 360^\circ$$

$$\cos \alpha = (\cos(360)) = 1$$

$$\sin \alpha = (\sin(360)) = 0$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

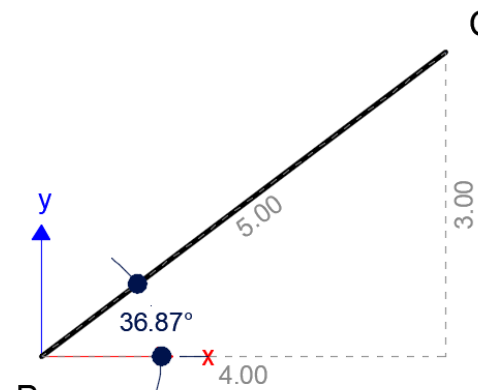
$$L = 400 \text{ cm}; A = 100 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 100}{400} = 5250 \text{ kN}$$

$$[k] = 5250 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5250 & 0 & -5250 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5250 & 0 & 5250 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_{bc}$$

BARRA BC



$$\alpha = 36.87^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (36.87) = 0.64$$

$$\sin^2 \alpha = (36.87) = 0.36$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(36.87) \cdot \cos(36.87) = 0.48$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

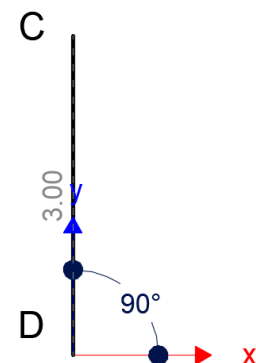
$$L = 500 \text{ cm}; A = 100 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 100}{500} = 4200 \text{ kN}$$

$$[k] = 4200 \times \begin{bmatrix} 0.64 & 0.48 & -0.64 & -0.48 \\ 0.48 & 0.36 & -0.48 & -0.36 \\ -0.64 & -0.48 & 0.64 & 0.48 \\ -0.48 & -0.36 & 0.48 & 0.36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2687.99 & 2016 & -2687.99 & -2016 \\ 2016 & 1512.01 & -2016 & -1512.01 \\ -2687.99 & -2016 & 2688 & 2016 \\ -2016 & -1512.01 & 2016 & 1512.01 \end{bmatrix}$$

k_{cd}

BARRA CD



$$\alpha = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$$

$$\cos \alpha = (270) = 0$$

$$\sin \alpha = (360) = -1$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$L = 300 \text{ cm}; A = 100 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 100}{300} = 7000 \text{ kN}$$

$$[k] = 7000 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7000 & 0 & -7000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7000 & 0 & 7000 \end{bmatrix}$$

MATRIZ DE RIGIDEZ

		MATRIZ DE RIGIDEZ									
		NODO A		NODO B		NODO C		NODO D		NODO E	
		RH	RV	RH	RV	RH	RV	RH	RV	RH	RV
NODO A	RH	2688	-2016	0	0	-2688	2016	0	0	0	0
	RV	-2016	1512	0	0	2016	-1512	0	0	0	0

NODO B	RH	0	0	7937.99	2016	-2687.99	-2016	-5250	0.00	0	0
	RV	0	0	2016	1512.01	-2016	-1512.01	0	0	0	0
NODO C	RH	-2688	2016	-2687.99	-2016	8064.0	-2016	0	0	-2688	2016
	RV	2016	-1512	-2016	-1512.01	-2016	11536.01	0	-7000	2016	-1512
NODO D	RH	0	0	-5250	0	0	0	10500.00	0.00	-5250.00	0
	RV	0	0	0	0	0	-7000	0.00	7000.00	0	0
NODO E	RH	0	0	0	0	-2688	2016	-5250.00	0	7938.00	-2016.00
	RV	0	0	0	0	2016	-1512	0	0	-2016.00	1512.00

MATRIZ KCC	
8063.99	-2016.00
-2016.00	11536.01

=

MATRIZ INVERSA	
0.00012967	0.00002266
0.00002266	0.00009065

*

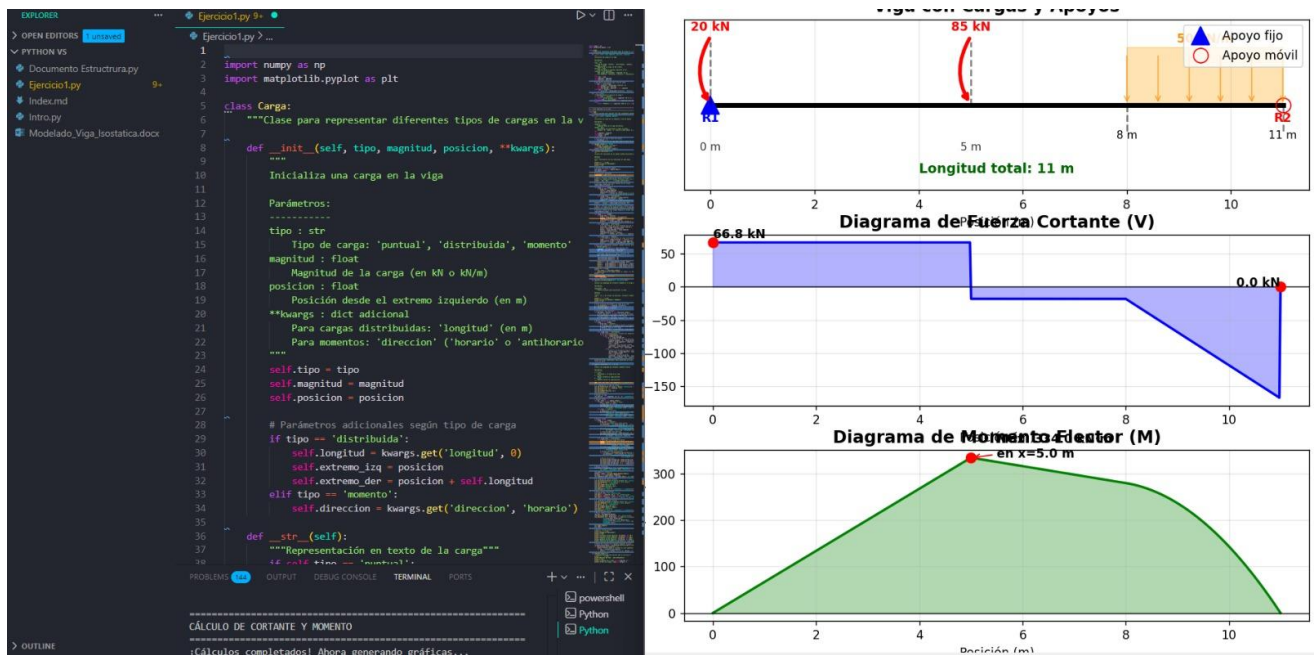
VECTOR FUERZA
-50
-10

=

-0.0067
-0.0020

5.2. Proyecto de Incubación: Modelado Estructural Automatizado en Python

El proyecto, desarrollado en la Universidad Estatal del Sur de Manabí, consiste en la creación de una herramienta computacional utilizando el lenguaje de programación Python para automatizar el análisis estructural. El objetivo principal es proporcionar a los estudiantes y profesionales de Ingeniería Civil una alternativa accesible y precisa para calcular reacciones y esfuerzos internos en estructuras como vigas isostáticas y pórticos planos, reduciendo el margen de error que conlleva el cálculo manual. En su desarrollo técnico, el sistema integra conceptos fundamentales de la mecánica de materiales y el análisis estructural con algoritmos de programación. Utiliza librerías especializadas como `numpy` para el manejo de matrices y `matplotlib` para la representación gráfica. Gracias a esto, el software no solo entrega valores numéricos, sino que también genera diagramas de fuerza cortante y momento flector, los cuales son esenciales para entender el comportamiento de las estructuras bajo diferentes tipos de cargas.



El proceso de creación siguió una metodología de incubación dividida en varias fases, que van desde la ideación y formulación matemática hasta la validación y optimización. Durante la fase de validación, se compararon los resultados obtenidos por el programa con ejercicios resueltos manualmente y mediante otros métodos teóricos (como el método de las flexibilidades para sistemas hiperestáticos), demostrando una alta precisión en la determinación de puntos críticos y reacciones de apoyo. Finalmente, el proyecto se presenta como una base escalable con una fuerte proyección hacia el futuro. Aunque inicialmente se enfoca en estructuras bidimensionales y materiales elásticos lineales, su estructura lógica permite que en versiones posteriores se incorpore el análisis matricial avanzado y el estudio de estructuras en tres dimensiones. Esto lo convierte en un recurso pedagógico valioso que fomenta el uso de tecnologías de código abierto en la resolución de problemas complejos de ingeniería.

CAPITULO 6

6. Habilidades blandas en el aula de Ingeniería Civil

Joel Mera, Karelis Villalba, Marisol Zambrano, Jhoisy Calva.

6.1. Introducción

En la formación de ingenieros civiles, el enfoque tradicional ha priorizado el dominio de conocimientos técnicos, el manejo de herramientas computacionales y la comprensión de normativas. Sin embargo, los retos actuales de la profesión proyectos colaborativos internacionales, exigencias de sostenibilidad, integración de inteligencia artificial y comunicación interdisciplinaria demandan también el desarrollo de habilidades blandas.

Estas competencias no técnicas potencian la capacidad de un profesional para trabajar de manera efectiva, adaptarse a contextos cambiantes y liderar procesos complejos.

En los últimos años, la ingeniería civil ha dejado de ser percibida únicamente como un campo técnico y calculista para abrirse a competencias transversales que permiten a los profesionales desenvolverse en contextos colaborativos, inciertos y multidisciplinarios. Sin embargo, la discusión sobre su integración sigue vigente.

Posición 1: Las habilidades blandas como competencias esenciales

Autores como García et al. (2022) sostienen que las habilidades blandas comunicación efectiva, liderazgo, pensamiento crítico y gestión emocional son tan importantes como las capacidades técnicas. Según su estudio en *Journal of Civil Engineering Education*, los proyectos de infraestructura que involucran un alto grado de coordinación entre equipos y comunidades obtienen mejores resultados cuando los líderes de obra poseen habilidades de negociación y empatía. García enfatiza que “el éxito estructural está precedido por el éxito humano”

Posición 2: Riesgo de relegar la rigurosidad técnica

Por otro lado, Smith y López (2021) advierten que un énfasis excesivo en habilidades blandas puede diluir la exigencia técnica. En su investigación publicada en *Engineering Management Perspectives*, argumentan que, si bien son necesarias, no deben desplazar el tiempo y recursos dedicados a la formación en normas, cálculos y modelado estructural. “El ingeniero civil no puede permitirse que su principal fortaleza el dominio técnico se vea opacada por modas pedagógicas”

Posición 3: Integración equilibrada y contextualizada

Un punto intermedio es defendido por Chen y Martínez (2023), quienes proponen un modelo de enseñanza basado en “aprendizaje integrado”, en el que las habilidades blandas se desarrollan dentro de entornos simulados de proyectos reales. En *International Journal of Structural Education*, muestran cómo estudiantes que trabajaron en proyectos colaborativos de diseño sísmico desarrollaron simultáneamente competencias de coordinación, resiliencia y comunicación efectiva, sin sacrificar la precisión técnica.

Tabla 17*Aplicación de Habilidades Blandas en Ingeniería Civil*

Habilidad Blanda	Aplicación en Gestión de Obras	Aplicación en Diseño Estructural	Aplicación en Relaciones Comunitarias	Fuente
Comunicación efectiva	Redacción clara de informes, comunicación directa con contratistas y proveedores.	Presentación de resultados y diseños de forma comprensible a colegas y autoridades.	Explicación del proyecto a comunidades no técnicas, fomentando transparencia.	García et al., 2022
Liderazgo	Coordinación de equipos multidisciplinarios y motivación del personal.	Dirección de grupos de modelado y análisis estructural.	Guiar procesos participativos en proyectos de infraestructura.	Chen & Martínez, 2023
Pensamiento crítico	Resolución de imprevistos y toma de decisiones rápidas en obra.	Evaluación de alternativas de diseño y selección de la más eficiente.	Análisis de necesidades comunitarias y ajustes al proyecto.	Smith & López, 2021
Negociación	Manejo de conflictos con contratistas y optimización de costos.	Consenso con especialistas sobre soluciones estructurales.	Acuerdos con comunidades sobre impactos y beneficios del proyecto.	García et al., 2022
Gestión del tiempo	Cumplimiento de cronogramas y control de avances de obra.	Planificación de etapas de diseño, ensayos y revisiones.	Programación de reuniones y coordinación con líderes comunitarios.	Chen & Martínez, 2023
Inteligencia emocional	Manejo de estrés en obras con alta presión y condiciones adversas.	Control de tensiones durante revisiones y auditorías técnicas.	Empatía en contextos de resistencia social ante obras.	Smith & López, 2021
Resiliencia	Capacidad para adaptarse a cambios de diseño por condiciones imprevistas.	Ajuste de estrategias de cálculo ante fallos o modificaciones de normas.	Mantener relaciones positivas aun tras conflictos o retrasos en el proyecto.	Chen & Martínez, 2023

Fuente: Autores, 2025

6.2. Concepto de habilidades blandas

Las habilidades blandas (soft skills) son un conjunto de competencias socioemocionales, comunicativas y de pensamiento crítico que complementan el conocimiento técnico. Incluyen capacidades como:

- Comunicación efectiva

No solo agiliza la transmisión de criterios de diseño, sino que también reduce errores de ejecución y conflictos contractuales, mejorando la eficiencia global del proyecto (García et al., 2022).

- Liderazgo

En equipos multidisciplinares permite integrar soluciones sostenibles y resilientes, fortaleciendo la cooperación entre ingenieros, arquitectos, y especialistas en medio ambiente (Chen & Martínez, 2023).

- Resolución de conflictos

En proyectos de infraestructura, los conflictos pueden surgir por discrepancias técnicas, limitaciones presupuestarias o tensiones entre actores involucrados (contratistas, comunidad, administración pública).

Adaptación en ingeniería civil: el ingeniero debe mediar entre intereses contrapuestos para mantener la viabilidad técnica y económica del proyecto.

Aporte a la integración: promueve una cultura de colaboración interdisciplinaria, donde las soluciones no solo cumplen con la normativa, sino que responden a las necesidades de todos los stakeholders.

Como afirma Fisher y Ury (2011), "Negociar no es imponer, sino encontrar un camino que satisfaga a ambas partes", lo cual es esencial para la gestión de obras complejas.

- Gestión del tiempo

Los retrasos en obra son una de las principales causas de sobrecostos y penalizaciones contractuales.

Adaptación en ingeniería civil: la planificación y control del cronograma requieren tanto herramientas técnicas (MS Project, Primavera P6) como la capacidad de coordinar personas y recursos de manera efectiva.

Aporte a la integración: optimiza la sincronización entre fases de diseño, aprobación y construcción, reduciendo la fricción entre especialidades.

Según Kerzner (2022), "La gestión del tiempo no es solo controlar un cronograma, sino administrar las prioridades de manera estratégica".

- Adaptabilidad y resiliencia

La realidad de la ingeniería civil está marcada por imprevistos: cambios normativos, variaciones en el suministro de materiales, eventos sísmicos, o presiones sociales

Adaptación en ingeniería civil: el ingeniero debe ajustar diseños, procesos constructivos y metodologías sin comprometer la seguridad estructural.

Aporte a la integración: facilita la transición hacia enfoques resilientes, donde las soluciones técnicas contemplan escenarios futuros inciertos.

Tal como sostienen Hollnagel et al. (2011), "La resiliencia organizacional es la capacidad de absorber perturbaciones y seguir funcionando con éxito".

- Pensamiento crítico y creatividad

En un campo dominado por códigos y normas, la creatividad suele verse limitada, pero es esencial para resolver problemas que no están en los manuales.

Adaptación en ingeniería civil: permite innovar en el uso de materiales, sistemas constructivos y soluciones sostenibles.

Aporte a la integración: alimenta la investigación aplicada, generando diseños más eficientes, económicos y ambientalmente responsables.

Como señala Facione (2015), "El pensamiento crítico es la base de toda toma de decisiones racional y ética".

Estas habilidades blandas no son complementos, sino componentes estructurales de la ingeniería civil moderna. Su integración con las competencias técnicas crea un nuevo modelo profesional capaz de enfrentar los retos de sostenibilidad, eficiencia y participación ciudadana.

Esta nueva integración convierte al ingeniero en un gestor técnico-social, donde las estructuras que diseña no solo resisten cargas y sismos, sino también las tensiones y transformaciones de la sociedad.

En este sentido, la nueva integración que se propone es tripartita:

Integración técnica: unión de métodos de cálculo, modelado y ejecución en un solo flujo coherente.

Integración humana: incorporación de habilidades blandas como herramientas formales de gestión.

Integración contextual: consideración de la comunidad, sostenibilidad y normativas locales e internacionales en todas las fases del proyecto.

Al sumar estos tres niveles, el ingeniero civil deja de ser únicamente un diseñador de estructuras y se convierte en un gestor integral del entorno construido, capaz de equilibrar las variables técnicas, económicas y sociales en un solo modelo operativo.

En palabras de Chen & Martínez (2023): "La ingeniería civil contemporánea no puede limitarse a la resistencia de los materiales; debe incluir la resistencia de las relaciones humanas y la adaptabilidad ante el cambio".

6.3. Importancia en la formación de ingenieros civiles

Según World Economic Forum (2023), el 50% de los trabajadores requerirá adquirir nuevas habilidades para 2027, y las más demandadas no serán exclusivamente técnicas. En proyectos de construcción, por ejemplo, la comunicación entre diseñadores, contratistas, proveedores y autoridades exige más que cálculos: demanda la capacidad de escuchar, negociar y transmitir ideas de forma clara.

Ejemplo en el aula:

Un estudiante que domina el análisis estructural en ETABS pero carece de habilidades de comunicación podría presentar dificultades para explicar su propuesta de diseño a un cliente no técnico, lo que afectaría la viabilidad del proyecto.

Tabla 18

Modelo de Integración de Habilidades Blandas y Competencias Técnicas en Ingeniería Civil

Competencia Técnica	Habilidad Blanda Asociada	Aplicación en Proyectos Reales
Diseño estructural y cálculo sísmico	Pensamiento crítico y creatividad	Proponer soluciones innovadoras que optimicen el uso de materiales sin comprometer la seguridad estructural.
Planificación y programación de obras	Gestión del tiempo	Cumplir cronogramas reduciendo retrasos y optimizando la asignación de recursos.
Supervisión y control de calidad	Resolución de conflictos	Mediar entre proveedores y contratistas ante discrepancias en materiales o métodos constructivos.
Implementación de nuevas tecnologías (BIM, IA)	Adaptabilidad y resiliencia	Adoptar y aprender rápidamente el uso de herramientas digitales en medio del desarrollo de la obra.
Gestión de riesgos y seguridad laboral	Comunicación efectiva	Transmitir protocolos de seguridad de forma clara y motivadora para garantizar el cumplimiento por parte de todo el personal.
Dirección de equipos multidisciplinarios	Liderazgo colaborativo	Coordinar arquitectos, ingenieros eléctricos y topógrafos asegurando un flujo de trabajo eficiente y armónico.

Fuente: Autores, 2025

La incorporación sistemática de habilidades blandas en la formación técnica está redefiniendo el perfil profesional del ingeniero civil contemporáneo. Este nuevo perfil se caracteriza por la capacidad de abordar proyectos complejos con una visión holística que combina conocimiento especializado con competencias humanas esenciales.

El ingeniero civil del siglo XXI no solo diseña estructuras resistentes y eficientes, sino que también lidera equipos multidisciplinarios, comunica eficazmente con diversos públicos y se adapta con resiliencia a contextos dinámicos y desafiantes. Esta transformación facilita la gestión integral de proyectos, desde la concepción hasta la operación, integrando criterios técnicos, sociales y ambientales.

Además, la integración de habilidades blandas fortalece la innovación y la sostenibilidad, dos pilares fundamentales para afrontar las exigencias globales actuales, como el cambio climático, la urbanización acelerada y la digitalización de la construcción. En consecuencia, el profesional que desarrolla estas competencias amplía sus oportunidades laborales y contribuye a un desarrollo más equilibrado y humano del entorno construido.

Por tanto, la educación en ingeniería civil debe promover un aprendizaje equilibrado donde habilidades técnicas y blandas se potencien mutuamente, formando ingenieros completos, preparados para liderar la ingeniería del futuro con excelencia y compromiso social.

6.4. Propuesta de actividades prácticas y metodologías para el desarrollo de habilidades blandas en ingeniería civil

Para fortalecer las habilidades blandas en la formación de ingenieros civiles, es fundamental implementar actividades didácticas que fomenten la interacción, la reflexión y la aplicación práctica. A continuación, se sugieren metodologías y ejercicios efectivos:

Aprendizaje basado en proyectos (ABP)

Descripción: Los estudiantes trabajan en equipos para desarrollar un proyecto estructural real o simulado, integrando aspectos técnicos y de gestión.

Habilidades desarrolladas: Trabajo en equipo, liderazgo, gestión del tiempo, comunicación efectiva.

Ejemplo: Diseño y presentación de un sistema estructural para un edificio sostenible, incluyendo cronograma y análisis de costos.

Simulaciones y role-playing

Descripción: Recreación de situaciones reales como reuniones con clientes, negociaciones contractuales o gestión de conflictos en obra.

Habilidades desarrolladas: Resolución de conflictos, negociación, empatía, comunicación.

Ejemplo: Simular una reunión donde un equipo debe resolver un retraso por falta de materiales, negociando alternativas y plazos.

Debates y análisis de casos

Descripción: Discusión crítica sobre casos emblemáticos de fallas estructurales, proyectos exitosos o dilemas éticos.

Habilidades desarrolladas: Pensamiento crítico, creatividad, expresión oral y escrita.

Ejemplo: Debatir las causas y consecuencias del colapso de un puente, proponiendo soluciones para evitarlo.

Presentaciones orales y escritas

Descripción: Exposiciones periódicas sobre avances en proyectos, investigaciones o temas técnicos.

Habilidades desarrolladas: Comunicación efectiva, síntesis, argumentación.

Ejemplo: Presentar un informe técnico a una audiencia con diferentes niveles de conocimiento.

Talleres interdisciplinarios

Descripción: Trabajo conjunto con estudiantes de arquitectura, ingeniería ambiental y otras disciplinas afines.

Habilidades desarrolladas: Colaboración interdisciplinaria, adaptabilidad, liderazgo.

Ejemplo: Desarrollo conjunto de un proyecto urbano integrando diseño estructural, eficiencia energética y aspectos sociales.

Feedback y autoevaluación

Descripción: Sesiones regulares donde los estudiantes reflexionan sobre su desempeño y reciben retroalimentación constructiva.

Habilidades desarrolladas: Inteligencia emocional, autoevaluación, mejora continua.

Ejemplo: Evaluación grupal tras una presentación, identificando fortalezas y áreas de mejora.

6.4.1. Ejemplo detallado: Simulación de Gestión de Conflictos en Obra

Objetivo:

Desarrollar habilidades de resolución de conflictos, negociación, comunicación efectiva y trabajo en equipo en un contexto realista de obra civil.

Descripción de la actividad:

Los estudiantes se organizan en grupos de 5 a 7 personas, representando diferentes roles involucrados en un proyecto de construcción:

- Ingeniero residente
- Contratista principal
- Proveedor de materiales
- Supervisor de calidad
- Representante de la comunidad local

Se plantea un escenario en el que se ha presentado un retraso significativo debido a la falta de entrega oportuna de materiales, lo que genera tensión entre las partes y amenaza la continuidad del proyecto.

Desarrollo:

Preparación (30 minutos):

Cada grupo recibe un guion con la descripción del conflicto, objetivos de su rol y posibles intereses contrapuestos.

Negociación simulada (60 minutos):

Se realiza una reunión de negociación donde cada participante expone su posición y busca acuerdos para resolver el problema. Se promueve la escucha activa, la empatía y el uso de argumentos técnicos y económicos.

Reflexión grupal (30 minutos):

Los estudiantes analizan el proceso: estrategias usadas, dificultades encontradas y resultados obtenidos.

Informe y presentación (30 minutos):

Cada grupo elabora un breve informe con el acuerdo alcanzado y una presentación oral para compartir aprendizajes con el resto de la clase.

- Habilidades blandas desarrolladas:
 - Resolución de conflictos
 - Comunicación efectiva
 - Negociación
 - Trabajo en equipo
 - Empatía
- Recursos necesarios:
 - Guion del conflicto (preparado por el docente)
 - Sala adecuada para simulación de reuniones
 - Material de apoyo (pizarras, papelógrafos, marcadores)

Tabla 19*Resumen de la actividad*

Aspecto	Detalle
Nombre de la actividad	Simulación de Gestión de Conflictos en Obra
Objetivo principal	Desarrollar habilidades blandas para la resolución de conflictos en contextos profesionales.
Duración total	2 horas y 30 minutos
Participantes	Grupos de 5 a 7 estudiantes asignados a roles específicos
Fases	Preparación → Negociación → Reflexión → Presentación
Habilidades blandas	Resolución de conflictos, comunicación efectiva, negociación, trabajo en equipo, empatía
Recursos necesarios	Guion de conflicto, sala, material de apoyo
Evaluación	Observación del proceso, calidad del acuerdo, presentación final

Fuente: Autor, 2025

6.4.2. Principales habilidades blandas para la ingeniería civil

6.4.2.1. Comunicación efectiva

Incluye la capacidad de transmitir ideas complejas de manera clara, tanto oral como escrita, y adaptada al público objetivo.

Ejemplo: Elaborar un informe técnico sobre un puente utilizando un lenguaje comprensible para autoridades municipales sin formación técnica.

6.4.2.2. Trabajo en equipo

La ingeniería civil es un campo inherentemente colaborativo. La coordinación entre arquitectos, ingenieros eléctricos, topógrafos y contratistas requiere competencias para cooperar, asumir responsabilidades y resolver diferencias.

6.4.2.3. Liderazgo

Implica motivar a otros, tomar decisiones bajo presión y guiar proyectos hacia los objetivos establecidos. Un líder efectivo en obra puede prevenir retrasos y optimizar recursos.

6.4.2.4. Resolución de conflictos

Los conflictos pueden surgir por problemas contractuales, cambios en el diseño o imprevistos técnicos. Una respuesta asertiva y mediadora evita la escalada del problema.

6.4.2.5. Pensamiento crítico y adaptabilidad

Evaluar datos, prever consecuencias y adaptarse a cambios normativos o técnicos es clave para proyectos exitosos.

6.5. Estrategias para el desarrollo de habilidades blandas en el aula

Proyectos colaborativos: Integrar estudiantes de diferentes especialidades para resolver un problema real.

Simulación de roles: Asignar papeles de cliente, ingeniero residente, fiscalizador y proveedor para ensayar situaciones reales.

Presentaciones orales periódicas: Exponer resultados de proyectos frente a audiencias técnicas y no técnicas.

Debates técnicos: Analizar la viabilidad de soluciones estructurales considerando aspectos económicos, sociales y ambientales.

Retroalimentación continua: Implementar evaluaciones donde el estudiante reciba comentarios sobre su comunicación y trabajo en equipo.



DATOS GENERALES DEL PROYECTO N°1

Nombre del Proyecto

VALORACIÓN DEL ORDENAMIENTO, ESPACIO Y LOGÍSTICA DE LOS TERRITORIOS, COMO HERRAMIENTA DE DESARROLLO SOSTENIBLE.

1. Desarrollo descriptivo

El capítulo presenta un análisis del ordenamiento territorial, la logística y la organización de los espacios en el casco comercial de Jipijapa. Se enfoca en cómo estos elementos influyen en el desarrollo sostenible, considerando factores económicos, espaciales y administrativos. Se describe la necesidad de integrar herramientas técnicas como el análisis geográfico y la planificación territorial para mejorar la estructura urbana.

La neuroeducación destaca que la educación debe priorizar el pensamiento crítico y la activación de estructuras cognitivas complejas sobre la simple transmisión de contenidos. Este es el caso del proyecto multidisciplinario, donde intervienen la carrera de Administración de Empresas y la carrera de Ingeniería Civil. Su objetivo de valoración del ordenamiento, espacio y logística exige a los estudiantes de ambas áreas analizar, diagnosticar y proponer soluciones a un problema real, superando un enfoque meramente teórico. El proyecto se convierte así en una aplicación práctica de los principios de la neuroeducación, demostrando cómo el aprendizaje se vuelve práctico y prepara a los profesionales para los desafíos complejos del mundo real, al combinar la perspectiva técnica y de planificación de la ingeniería con la visión económica y de gestión empresarial.

2. Justificación del estudio

El estudio se justifica en la necesidad de comprender y mejorar la distribución espacial y logística del territorio. Se destaca que el desarrollo sostenible depende de una adecuada organización del suelo urbano y rural. Además, se argumenta que el uso de herramientas tecnológicas, cartográficas y administrativas permite proponer soluciones efectivas para el crecimiento económico y territorial.

El desarrollo territorial sostenible requiere de un análisis profundo de la distribución espacial, logística y organización del suelo urbano y rural. En este sentido, el presente proyecto interdisciplinario tiene como finalidad identificar, valorar y proponer alternativas de organización territorial mediante el uso de herramientas tecnológicas, cartográficas y administrativas. La carrera de Ingeniería Civil aporta desde el componente técnico y de campo, realizando diagnósticos espaciales, levantamientos georreferenciados, análisis SIG y sistematización de datos para la planificación de propuestas.

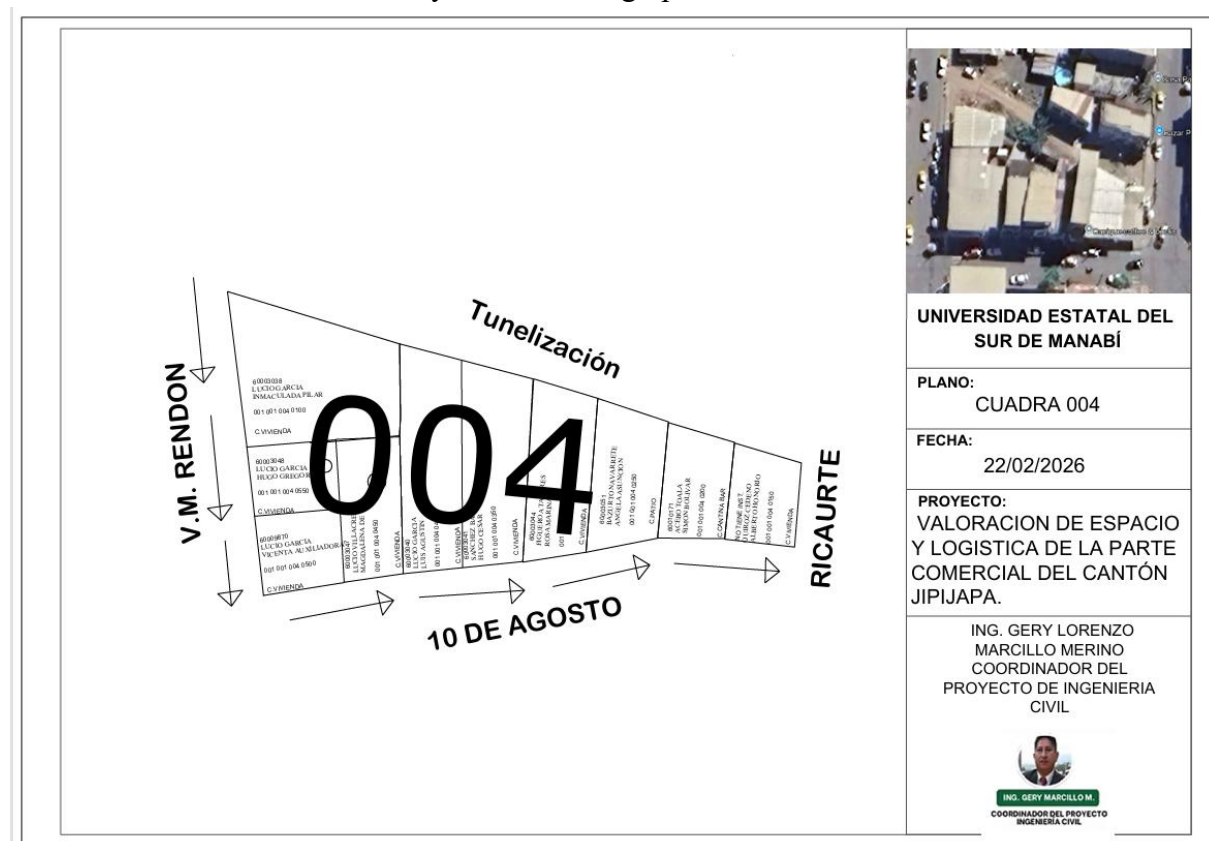
3. Metodología aplicada

La fase de planificación se desarrolló con la participación activa de los estudiantes del séptimo semestre de la carrera de Ingeniería Civil, quienes, junto al equipo multidisciplinario, organizaron las acciones iniciales para el desarrollo del proyecto.

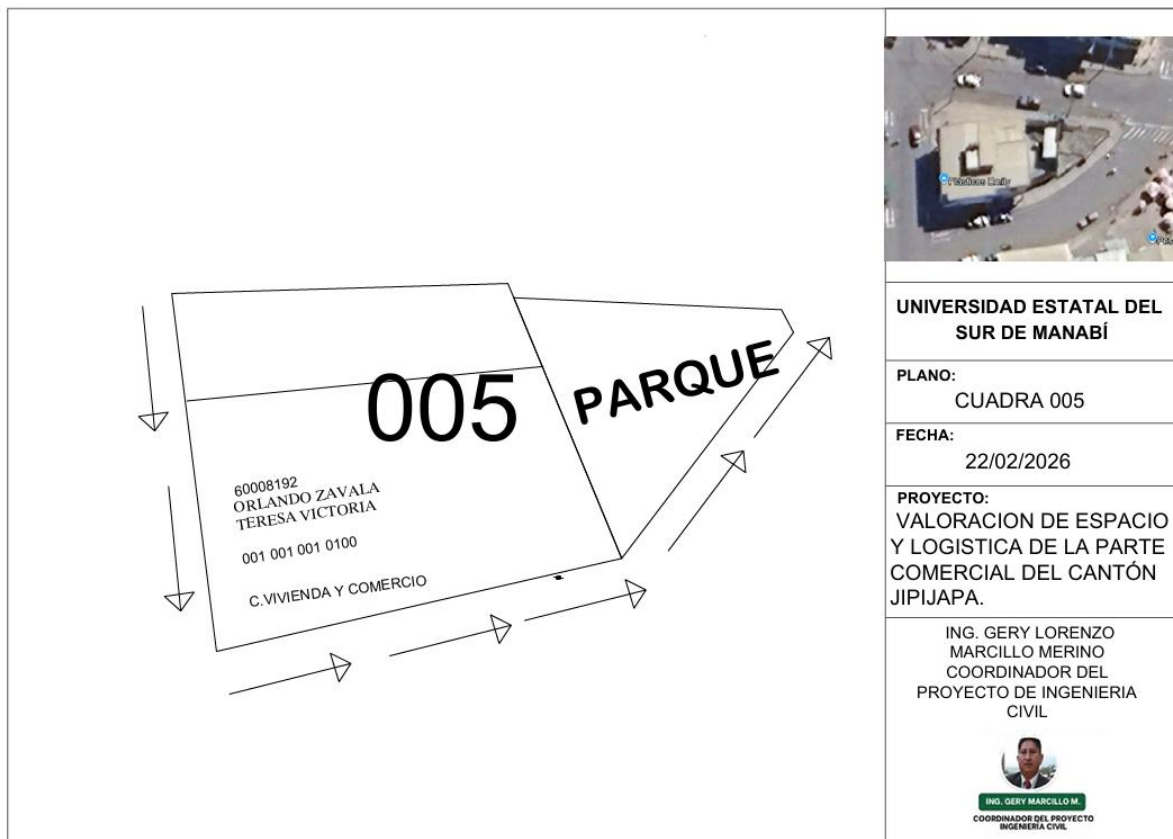
En primera instancia, se determinó el área a intervenir, tomando en consideración criterios de accesibilidad, relevancia para el estudio y disponibilidad de información cartográfica de base. Posteriormente, se llevaron a cabo mesas de trabajo con los estudiantes, en las cuales se definieron los objetivos operativos, la metodología a seguir y la distribución de responsabilidades según grupos de trabajo.

La metodología se basa en:

La Cuadra 004 se caracteriza por una morfología de manzanas compactas. El uso predominante es Residencial Familiar, aunque se observa una transición hacia el uso mixto con la presencia de comercios informales y fruterías. Esta dualidad genera una presión sobre la logística de servicios básicos y la movilidad en las ceras, las cuales no siempre cumplen con las dimensiones mínimas de accesibilidad universal, ubicada en la intersección de las calles Ricaurte y 10 de Agosto, resulta fundamental para identificar las patologías constructivas y el cumplimiento de las normativas de seguridad vigentes en el casco comercial y residencial del cantón. Según el marco del proyecto, este análisis permite establecer indicadores de sostenibilidad que aseguren un crecimiento urbano resiliente y medible a largo plazo.



la Cuadra 005 se justifica por su configuración mixta, que incluye áreas de recreación (parques) y edificaciones de uso institucional/comercial. Al ser una ruta de acceso directo hacia la universidad y escuelas, la seguridad estructural de sus edificaciones y el estado de sus áreas abiertas son críticos. Según la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-15), las zonas de alta concurrencia pública deben ser evaluadas con rigor para garantizar rutas de evacuación seguras. La ausencia de registros técnicos en gran parte de las construcciones detectadas en las fichas del Bloque 005 representa un riesgo latente. Por tanto, este informe busca proporcionar una base de datos técnica que permita al Gobierno Autónomo Descentralizado (GAD) de Jipijapa priorizar proyectos de mantenimiento y refuerzo estructural basados en el estándar internacional FEMA 154. Se utilizó el sistema de codificación del proyecto para identificar los puntos críticos del bloque, ubicados principalmente en la intersección de la Calle 10 de Agosto (vía a la Universidad Ricaurte).



- Diagnóstico de la situación actual del territorio.
- Levantamiento de información georreferenciada.
- Uso de herramientas SIG (Sistemas de Información Geográfica).
- Mapeo y clasificación de áreas clave.
- Análisis técnico y empresarial para la planificación.

Este enfoque combina trabajo de campo con análisis digital y técnico.

4. Resultados del análisis

Los resultados permiten:

- Identificar zonas con potencial económico.
- Determinar problemas en la organización territorial.
- Reconocer la necesidad de mejorar la logística urbana.
- Establecer bases para la planificación sostenible.

Se evidencia que existen áreas con oportunidades de desarrollo, pero también deficiencias en la distribución y uso del espacio.

5. Análisis evaluativo

El análisis evalúa el impacto de las políticas públicas y la planificación territorial, destacando que:

- Es necesario fortalecer la gestión territorial.
- La planificación actual presenta limitaciones.
- Se requiere un enfoque integral que combine lo técnico y lo empresarial.

6. Fortalezas

- Uso de herramientas tecnológicas (SIG).
- Enfoque interdisciplinario.
- Análisis técnico y práctico del territorio.
- Aplicación directa al contexto local.

7. Limitaciones

- Posible falta de información actualizada.
- Limitaciones en recursos técnicos o económicos.
- Alcance reducido al área de estudio.
- Dependencia de datos georreferenciados precisos

8. Valoración general

El estudio es relevante y aporta significativamente a la planificación territorial. Permite comprender la realidad del espacio urbano y proponer mejoras basadas en evidencia técnica. Sin embargo, requiere fortalecerse con más datos y mayor alcance.

9. Conclusión

El capítulo concluye que el desarrollo sostenible del territorio depende de una adecuada planificación, basada en análisis técnicos, uso de tecnología y políticas públicas efectivas. La integración de estos elementos permitirá mejorar la organización espacial, impulsar el desarrollo económico y optimizar la logística territorial en Jipijapa.

DATOS GENERALES DEL PROYECTO N°2

Nombre del Proyecto

TRIANGULACIÓN SISMICA ZONA SUR DE MANABÍ

1. Desarrollo descriptivo

El informe se basó en el levantamiento de datos sísmicos dentro del IGM Ecuatoriano con información relevante y característico de cada sismo como lo son su magnitud dentro de la escala de Richter, la profundidad en la cual se generó la aceleración del sismo, sus coordenadas tanto de manera de Latitud y Altitud y en el formaron UTM para ser trabajados y georreferenciados en aplicaciones como lo son el AutoCAD para su respectivo planteamiento dentro de un plano de presentación para usar como herramienta de apoyo para sustentación y anexo del texto con el fin de estudiar los registros sísmicos desde hace 55 años atrás.

Una de las bases del desarrollo de este tema, se basa en el levantamiento de los sismos registrados dentro del Sur de Manabí poder hacer un banco de datos para posibles temas de titulación y contribución de la Universidad Estatal Del Sur De Manabí y de esta manera facilitar la investigación y maximizar los rendimientos en cuantos tiempos nos referimos.

2. Objetivo general y objetivos específicos

El presente estudio tiene como objetivo general analizar la actividad sísmica en la zona sur de Manabí mediante la aplicación de los fundamentos de la sismología, el método de triangulación sísmica y el uso de herramientas de ciencia de datos, con el propósito de identificar patrones de comportamiento, localizar epicentros y contribuir a la evaluación del riesgo sísmico en la región, integrando estos conocimientos en un enfoque que permita fortalecer la comprensión del fenómeno y su incidencia en la seguridad de la población y las infraestructuras.

En el marco de la investigación, se plantea como objetivos específicos describir las características geológicas y tectónicas del sur de Manabí considerando la interacción entre la placa de Nazca y la placa Sudamericana, así como explicar los principios fundamentales de la sismología relacionados con la generación y propagación de ondas sísmicas en diferentes tipos de suelo; de igual manera, se busca aplicar el método de triangulación sísmica para la localización precisa de epicentros a partir del análisis de los tiempos de llegada de ondas registradas en estaciones sismológicas, y analizar los registros históricos de actividad sísmica con el fin de identificar patrones de recurrencia y magnitud. Asimismo, se pretende implementar herramientas de ciencia de datos para el procesamiento y análisis de la información disponible, evaluar la influencia de las condiciones del suelo en la amplificación de las ondas sísmicas y su impacto en el comportamiento estructural, y relacionar estos resultados con los criterios de diseño establecidos en normativas como la Norma Ecuatoriana de la Construcción; finalmente, se propone identificar zonas de mayor riesgo sísmico mediante el uso de técnicas geoespaciales y plantear estrategias de mitigación y prevención orientadas a reducir la vulnerabilidad y fortalecer la resiliencia frente a eventos sísmicos.

3. Antecedentes y justificación del estudio

La actividad sísmica en el Ecuador ha sido objeto de numerosos estudios debido a su ubicación en el Cinturón de Fuego del Pacífico, una de las zonas de mayor dinamismo tectónico a nivel mundial. En particular, la región costera, y de manera específica el sur de Manabí, ha experimentado eventos sísmicos significativos asociados al proceso de subducción de la placa de Nazca bajo la placa Sudamericana. Investigaciones desarrolladas por instituciones como el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional han permitido recopilar información relevante sobre la ocurrencia, magnitud y distribución espacial de los sismos en esta zona, evidenciando patrones de recurrencia y la presencia de fallas geológicas activas.

En el ámbito académico, diversos estudios han abordado el análisis del riesgo sísmico mediante enfoques geológicos, geofísicos y estructurales, destacando la importancia de comprender la interacción entre las características del suelo y la propagación de ondas sísmicas. Asimismo, el desarrollo de metodologías como la triangulación sísmica ha permitido mejorar la precisión en la localización de epicentros, constituyéndose en una herramienta fundamental para el monitoreo sísmico. En los últimos años, la incorporación de la ciencia de datos ha representado un avance significativo en el análisis de grandes volúmenes de información sísmica, facilitando la identificación de patrones y tendencias que anteriormente eran difíciles de detectar mediante métodos tradicionales.

No obstante, a pesar de los avances existentes, aún se evidencian limitaciones en la integración de estos enfoques en estudios aplicados específicamente al sur de Manabí, lo que resalta la necesidad de investigaciones que articulen de manera conjunta la sismología, la triangulación sísmica y las herramientas de análisis de datos, con el fin de generar un conocimiento más completo y aplicable a la gestión del riesgo. La presente investigación se justifica por la necesidad de fortalecer el conocimiento sobre la actividad sísmica en el sur de Manabí, una región caracterizada por su alta vulnerabilidad frente a eventos sísmicos y por la presencia de condiciones geológicas que pueden amplificar los efectos de las ondas sísmicas. Desde el punto de vista social, el estudio adquiere relevancia al contribuir a la protección de la vida humana y a la reducción de riesgos en comunidades expuestas a este tipo de fenómenos naturales.

En el ámbito técnico y científico, esta investigación aporta al desarrollo de un enfoque integral que combina los principios de la sismología con herramientas modernas como la triangulación sísmica y la ciencia de datos, lo que permite mejorar la precisión en la localización de eventos y el análisis de patrones sísmicos. Esta integración representa un avance frente a estudios tradicionales, ya que facilita el procesamiento de grandes volúmenes de información y la generación de modelos más robustos para la interpretación del comportamiento sísmico.

Desde la perspectiva de la ingeniería civil, los resultados de este estudio son fundamentales para el diseño de estructuras más seguras, al proporcionar información clave sobre la dinámica del suelo y la intensidad de los movimientos sísmicos. Esto permite una mejor aplicación de normativas como la Norma Ecuatoriana de la Construcción, contribuyendo a la reducción de daños estructurales en futuros eventos sísmicos. Finalmente, la investigación se justifica por su aporte a la gestión del riesgo, ya que la identificación de zonas de mayor susceptibilidad sísmica y la comprensión de los factores que influyen en la ocurrencia de estos eventos permiten plantear estrategias de prevención y mitigación más efectivas, promoviendo así el desarrollo sostenible y resiliente de la región.

4. Marco conceptual: vulnerabilidad sísmica, peligro y exposición

El análisis de la actividad sísmica en el sur de Manabí requiere la comprensión de una serie de conceptos fundamentales que permiten interpretar adecuadamente el comportamiento de los fenómenos geodinámicos y su impacto en el entorno. En este sentido, la sismología se constituye como la disciplina científica encargada de estudiar los sismos, su origen, propagación y efectos, proporcionando las bases teóricas necesarias para el análisis de la actividad sísmica. Los sismos son liberaciones súbitas de energía acumulada en la corteza terrestre, generalmente asociadas a la interacción de placas tectónicas, lo que da lugar a la generación de ondas sísmicas que se propagan a través del interior y la superficie del planeta.

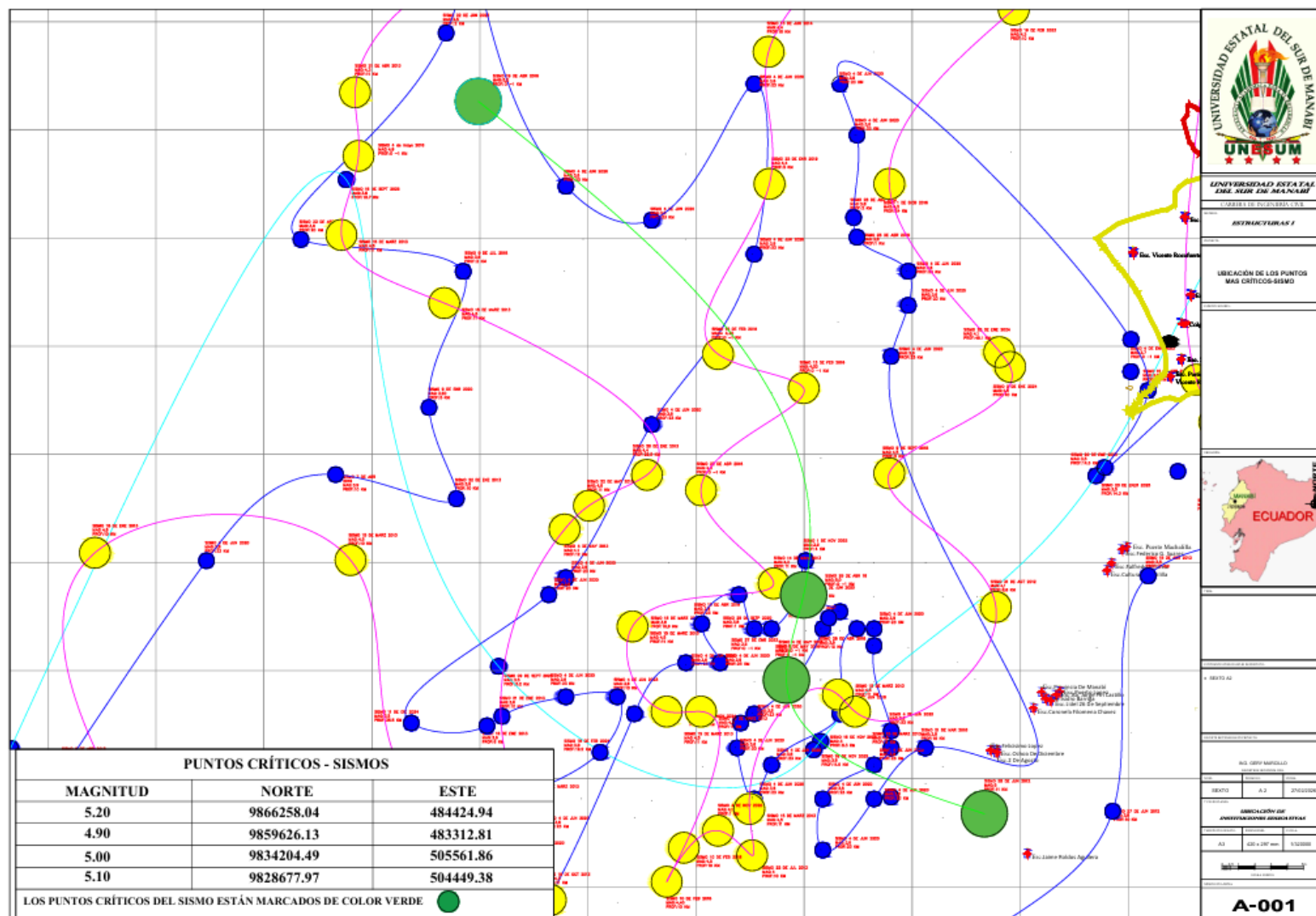
Dentro de este contexto, las placas tectónicas son fragmentos rígidos de la litosfera que se desplazan sobre el manto terrestre, siendo la interacción entre la placa de Nazca y la placa Sudamericana uno de los principales factores responsables de la actividad sísmica en la región costera del Ecuador. Este proceso, conocido como subducción, implica el hundimiento de una placa bajo otra, generando acumulación de esfuerzos que, al liberarse, producen sismos de diversa magnitud.

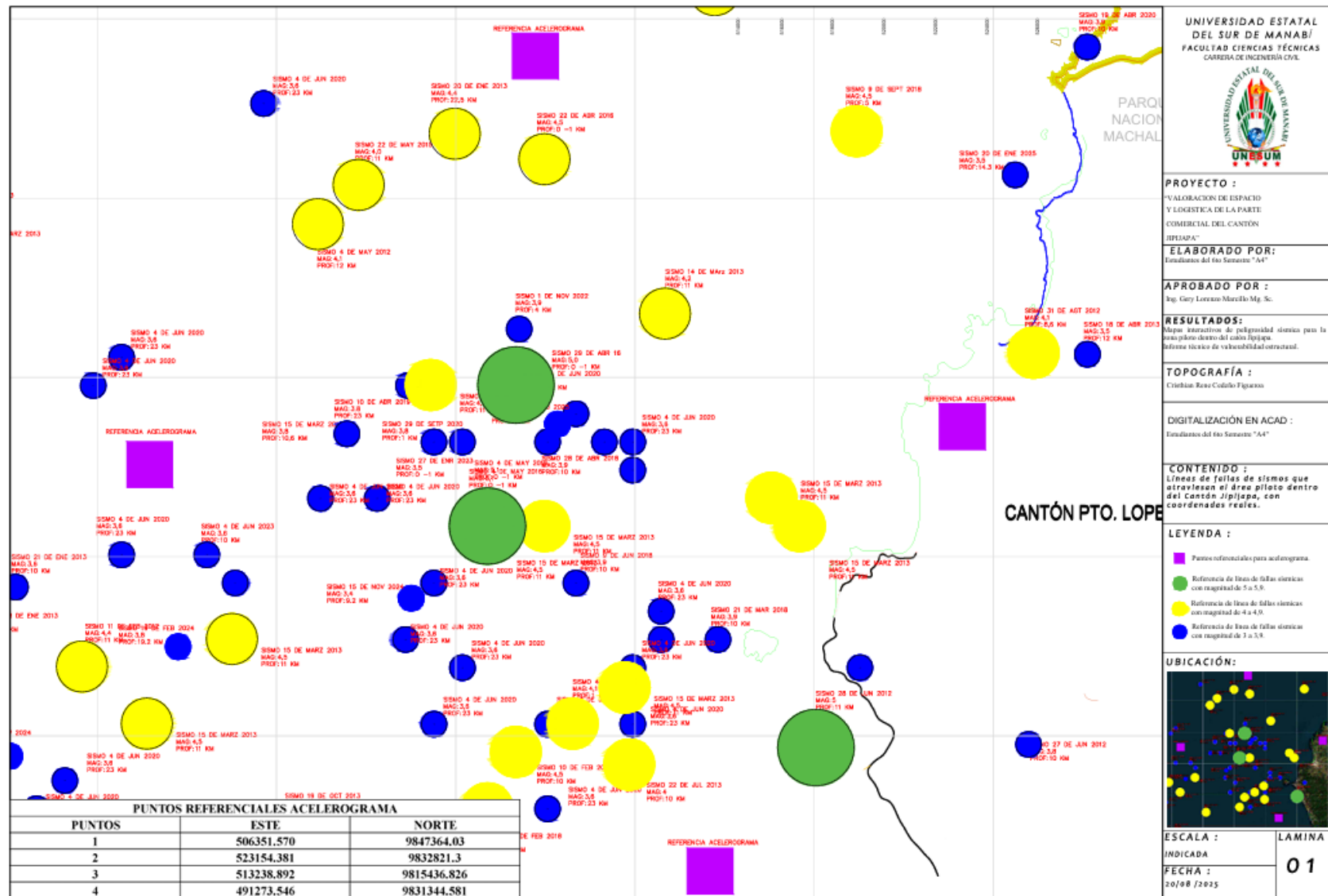
Otro concepto clave es el de ondas sísmicas, las cuales se clasifican principalmente en ondas primarias (P), secundarias (S) y superficiales. Las ondas P son las primeras en registrarse y se caracterizan por su alta velocidad de propagación, mientras que las ondas S son más lentas y solo se transmiten a través de materiales sólidos. Por su parte, las ondas superficiales son las responsables de la mayor parte de los daños, debido a su mayor amplitud y efecto sobre las estructuras. La triangulación sísmica es un método utilizado para determinar la ubicación de un sismo mediante el análisis de los tiempos de llegada de las ondas sísmicas a diferentes estaciones de monitoreo. Este procedimiento permite identificar el epicentro, que es el punto en la superficie terrestre directamente sobre el lugar donde se origina el sismo, conocido como hipocentro. La precisión en la localización de estos puntos es fundamental para el estudio de la distribución espacial de la actividad sísmica.

En el ámbito del análisis de datos, la ciencia de datos juega un papel cada vez más relevante, ya que permite procesar grandes volúmenes de información sísmica mediante técnicas estadísticas y algoritmos computacionales. Esto facilita la identificación de patrones, tendencias y posibles relaciones entre variables, contribuyendo al desarrollo de modelos predictivos que mejoran la comprensión del comportamiento sísmico. Asimismo, el concepto de riesgo sísmico se refiere a la probabilidad de que un evento sísmico cause daños en una determinada zona, considerando factores como la magnitud del sismo, las características del suelo, la vulnerabilidad de las estructuras y la densidad poblacional. En este sentido, la vulnerabilidad estructural está relacionada con la capacidad de una edificación para resistir los efectos de un sismo sin sufrir daños significativos, lo cual depende en gran medida del diseño estructural y del cumplimiento de normativas técnicas.

5. Conclusión

El estudio de la actividad sísmica en el sur de Manabí permite evidenciar la complejidad de los procesos geodinámicos asociados a la interacción entre la placa de Nazca y la placa Sudamericana, los cuales generan una constante liberación de energía en forma de sismos que impactan directamente en el entorno físico y social de la región. A partir del análisis integrado de los fundamentos de la sismología, la aplicación del método de triangulación sísmica y el uso de herramientas de ciencia de datos, se logra una comprensión más profunda del comportamiento sísmico, permitiendo no solo la localización precisa de los eventos, sino también la identificación de patrones de recurrencia y zonas de mayor susceptibilidad.





DATOS GENERALES DEL PROYECTO N°3

Nombre del Proyecto

EVALUACIÓN DE VULNERABILIDAD SÍSMICA EN INFRAESTRUCTURAS EDUCATIVAS DEL SUR DE MANABÍ

1. Descripción general del proyecto

El informe original estudia la vulnerabilidad sísmica de las infraestructuras educativas ubicadas en la zona sur de la provincia de Manabí, un territorio expuesto de manera recurrente a movimientos telúricos por su ubicación dentro del Cinturón de Fuego del Pacífico. La propuesta parte del reconocimiento de que los centros educativos son edificaciones de alto valor social, ya que concentran población estudiantil, personal docente, administrativo y, en muchos casos, cumplen un papel comunitario más amplio. Por ello, evaluar su nivel de seguridad estructural frente a sismos no es solo un ejercicio académico, sino una necesidad vinculada a la protección de vidas y a la continuidad del servicio educativo la actualización y continuidad de registro de los sismos se da desde hace 55 años atrás.

El proyecto se construye desde una mirada multidisciplinaria. Integra análisis de registros históricos, principios de ingeniería estructural, estudio del comportamiento del suelo, herramientas de georreferenciación y criterios de gestión del riesgo. En lugar de limitarse a describir la amenaza sísmica, el documento propone una ruta de análisis que relaciona la ocurrencia de sismos con el posible desempeño de edificaciones concretas. Esa combinación entre información histórica y modelación técnica permite convertir los datos en decisiones, orientando medidas de prevención, reforzamiento y planificación.

El valor del trabajo también reside en que se enfoca en un tipo de infraestructura estratégica. Cuando una edificación educativa falla durante un sismo, las consecuencias no solo afectan la integridad física de quienes la ocupan, sino que pueden interrumpir procesos formativos, generar costos de reconstrucción y debilitar la capacidad de respuesta de la comunidad. Desde esta perspectiva, el informe vincula la seguridad estructural con la resiliencia territorial y con la necesidad de fortalecer políticas de prevención ante desastres.

2. Objetivo general y objetivos específicos

El objetivo general planteado en el informe consiste en determinar la vulnerabilidad sísmica de las infraestructuras educativas ubicadas en la zona sur de Manabí mediante el análisis de registros sísmicos históricos y herramientas de modelado estructural. La finalidad de este propósito es identificar riesgos y fortalecer la seguridad de las edificaciones educativas, es decir, producir información técnica útil para actuar antes de que ocurra un evento de gran impacto.

Para alcanzar ese objetivo, el documento organiza su trabajo en tres objetivos específicos. El primero es examinar los registros sísmicos históricos de la zona sur de Manabí con el fin de reconocer la frecuencia, magnitud y distribución espacial de los sismos ocurridos en el área de estudio. Este paso es fundamental porque permite comprender el comportamiento sísmico de la región y detectar patrones relevantes para la evaluación del peligro.

El segundo objetivo específico es analizar el comportamiento estructural de edificaciones educativas representativas mediante herramientas de modelado, considerando factores como el tipo de suelo, las características constructivas y la cercanía a fallas geológicas. Con ello se busca pasar de la amenaza general a la respuesta particular de los edificios. El tercer objetivo se orienta a establecer criterios técnicos para la reducción del riesgo sísmico tomando como referencia las normativas sismorresistentes y los resultados obtenidos en el estudio. De esta manera, el proyecto no se queda en el diagnóstico, sino que avanza hacia la formulación de lineamientos de mejora.

3. Antecedentes y justificación del estudio

En los antecedentes se señala que el sur de Manabí ha mostrado históricamente susceptibilidad frente a movimientos sísmicos que han afectado tanto a las construcciones como a la población. La continuidad de estos fenómenos ha evidenciado la necesidad de profundizar en los estudios de peligro y de vulnerabilidad, especialmente en sectores donde las edificaciones cumplen funciones esenciales. La experiencia sísmica ecuatoriana, y de forma particular la vivida por Manabí en las últimas décadas, respalda la pertinencia de este tipo de investigaciones.

El informe menciona investigaciones realizadas en Jipijapa que resaltan la importancia del análisis probabilístico para comprender la dinámica sísmica local. También recoge la idea de que herramientas matemáticas innovadoras, como la sucesión de Fibonacci aplicada al análisis de recurrencias, pueden aportar criterios complementarios para identificar periodos y zonas de mayor criticidad. Aunque este enfoque no sustituye a los métodos clásicos de la ingeniería sísmica, el documento lo presenta como un apoyo adicional para ordenar y leer la información histórica desde una perspectiva analítica.

La justificación del proyecto se fortalece al enlazar estos antecedentes con un propósito social concreto: evaluar la seguridad de las infraestructuras educativas. El texto explica que, al combinar datos históricos con modelación geoestructural y revisión normativa, es posible detectar debilidades y proponer alternativas de reforzamiento con mayor fundamento. Por ello, la investigación se entiende como una contribución académica útil para la prevención, la planificación territorial y la protección de la comunidad educativa.

4. Marco conceptual: vulnerabilidad sísmica, peligro y exposición

Dentro del desarrollo, el informe define la vulnerabilidad sísmica como el nivel de daño que puede sufrir una estructura durante un evento telúrico según sus materiales, configuración, diseño, estado de conservación y localización. Esta definición es importante porque aclara que el riesgo no depende únicamente de la magnitud del sismo, sino también de las condiciones propias de la edificación. Dos edificios ubicados en una misma zona pueden presentar comportamientos muy distintos si fueron construidos con criterios técnicos diferentes o si descansan sobre suelos con respuestas disímiles.

La noción de vulnerabilidad se complementa con la idea de peligro sísmico. El peligro expresa la probabilidad de que ocurra un evento de cierta intensidad en un lugar determinado dentro de un intervalo de tiempo, mientras que la vulnerabilidad se relaciona con el daño esperado y la exposición con la cantidad de personas o bienes que pueden resultar afectados. En el caso de los establecimientos educativos, la exposición es alta por la concentración diaria de usuarios. Por eso, cualquier análisis de seguridad debe considerar al mismo tiempo la amenaza del entorno, la capacidad resistente del edificio y el valor de los elementos expuestos.

El texto destaca que en edificaciones educativas la vulnerabilidad adquiere un carácter especial. No se trata solo de preservar muros, losas o columnas, sino de garantizar condiciones seguras de permanencia, evacuación y continuidad funcional. Un centro educativo vulnerable puede convertirse rápidamente en un foco de crisis durante una emergencia, mientras que una infraestructura bien diseñada y mantenida puede reducir daños y favorecer una recuperación más rápida. Esta idea da sentido a todo el proyecto y orienta sus conclusiones.

5. Contexto tectónico del Ecuador y relevancia para Manabí

El informe ubica a Ecuador dentro del Cinturón de Fuego del Pacífico, una de las regiones con mayor actividad sísmica del planeta. En este contexto, la interacción entre la placa de Nazca y la placa Sudamericana genera procesos de subducción capaces de producir terremotos de distinta magnitud, profundidad e intensidad. Esta condición tectónica convierte al país en un territorio donde el diseño sismorresistente y la gestión del riesgo forman parte indispensable de la práctica de la ingeniería civil.

Dentro de ese panorama nacional, Manabí es presentada como una de las provincias con mayor nivel de amenaza. El terremoto del 16 de abril de 2016 es mencionado como un punto de referencia que evidenció la fragilidad de muchas edificaciones y la necesidad de revisar con mayor cuidado las condiciones de las infraestructuras esenciales. Aunque el proyecto no se limita a ese evento, sí lo toma como un antecedente que reafirma la urgencia de fortalecer estudios, normativas y estrategias de prevención. Para la zona sur de Manabí, el análisis resulta especialmente relevante porque combina factores naturales y constructivos: actividad sísmica recurrente, diversidad de suelos, crecimiento urbano y presencia de edificaciones que pueden haber sido construidas en diferentes periodos normativos. Todo ello justifica que los centros educativos sean evaluados con criterios técnicos actualizados y no únicamente a partir de observaciones generales o percepciones históricas.

6. Metodología propuesta en el informe

La metodología del proyecto se apoya en tres ejes complementarios. El primero es el análisis de los registros sísmicos históricos de un periodo amplio, que el documento ubica entre 1970 y 2025. Esta revisión permite reconocer tendencias de frecuencia, magnitud, profundidad y localización de los eventos, generando una base de datos útil para interpretar la dinámica sísmica regional. Al trabajar con series de tiempo, el estudio busca evitar conclusiones aisladas y construir una visión acumulativa del comportamiento sísmico.

El segundo eje metodológico es la georreferenciación de la información mediante Sistemas de Información Geográfica. Con esta herramienta se pueden ubicar espacialmente los eventos, relacionarlos con la posición de las instituciones educativas y detectar sectores donde convergen amenaza y concentración de edificaciones vulnerables. El valor de los SIG radica en que convierten registros numéricos en representaciones espaciales comprensibles, facilitando la identificación de zonas críticas y la comunicación de resultados.

El tercer eje es la modelación geoes estructural de edificaciones representativas mediante software especializado como ETABS y SAP2000. A través de estos programas es posible simular el comportamiento de las estructuras frente a cargas sísmicas, observando desplazamientos, derivas, distribución de esfuerzos y capacidad de disipación de energía. El informe señala que esta fase permitiría estudiar casos como el edificio central de la UNESUM u otras infraestructuras educativas del área, con el propósito de detectar debilidades y plantear medidas de reforzamiento. En conjunto, la metodología combina historia sísmica, análisis espacial y simulación estructural.

7. Importancia del análisis probabilístico de sismos

El análisis probabilístico de peligro sísmico ocupa un lugar central dentro del marco técnico del informe. Este enfoque se utiliza para estimar la probabilidad de que un determinado nivel de intensidad sísmica sea superado en un sitio específico durante un periodo definido. Su principal fortaleza es que no trabaja con una sola posibilidad de evento, sino que incorpora incertidumbres relacionadas con la magnitud de los terremotos, su frecuencia de ocurrencia, su ubicación y la respuesta del suelo.

Gracias a ese tratamiento explícito de la incertidumbre, el método probabilístico permite construir escenarios más completos que los obtenidos a partir de una lectura puramente descriptiva de eventos pasados. No se trata solo de contar cuántos sismos ocurrieron, sino de valorar qué tan probable es que ciertos niveles de demanda sísmica afecten una infraestructura determinada. En términos de ingeniería, esta información es clave para definir parámetros de diseño, evaluar seguridad y priorizar intervenciones.

En el informe, el análisis probabilístico también se relaciona con la búsqueda de patrones de recurrencia. La referencia a la sucesión de Fibonacci aparece como un recurso analítico para examinar regularidades dentro de las series sísmicas. Más allá del grado de profundidad con que se aplique esa técnica,

el documento deja claro que la intención es enriquecer la interpretación de los datos históricos y orientar una lectura más ordenada del comportamiento sísmico de la zona estudiada.

8. Sistemas de Información Geográfica y modelación estructural

El texto concede especial importancia a los Sistemas de Información Geográfica como instrumentos para organizar, actualizar y representar la geo información del país. A través de los SIG es posible integrar bases cartográficas, coordenadas, ubicación de fallas, distribución de instituciones educativas y registros de eventos sísmicos, generando mapas temáticos que apoyan la toma de decisiones. Para un proyecto de vulnerabilidad, esta dimensión espacial es indispensable porque el riesgo nunca se distribuye de manera uniforme en el territorio.

Además de la fase cartográfica, el informe incorpora la modelación estructural tridimensional como una herramienta para comprender cómo responde un edificio ante acciones sísmicas. Los programas mencionados permiten representar marcos, losas, columnas, vigas y otros elementos, asignar propiedades de materiales, introducir condiciones de carga y observar respuestas globales y locales. De esta forma, el análisis deja de ser abstracto y se acerca a la realidad constructiva de cada infraestructura. La combinación entre SIG y modelación estructural es uno de los aportes metodológicos más claros del proyecto. Los mapas permiten identificar dónde están las edificaciones y cuáles son las zonas de mayor amenaza; los modelos estructurales muestran cómo podrían comportarse esas edificaciones frente a tal amenaza. Cuando ambos enfoques se articulan, la evaluación de vulnerabilidad se vuelve más robusta y útil para proponer acciones de prevención o reforzamiento.

9. Conclusiones

El informe concluye que la zona sur de Manabí presenta una actividad sísmica constante, con eventos de distinta magnitud y profundidad que justifican el desarrollo de estudios sistemáticos sobre peligro y vulnerabilidad. Los registros analizados muestran que el comportamiento sísmico regional no puede considerarse esporádico, por lo que las edificaciones educativas deben ser evaluadas desde una perspectiva preventiva y no únicamente reactiva.

También se concluye que el análisis histórico y la georreferenciación de la información constituyen bases sólidas para reconocer zonas de mayor criticidad. Esta evidencia resulta útil para orientar evaluaciones estructurales, priorizar intervenciones y fortalecer la planificación. En ese sentido, el valor del proyecto no se reduce a presentar tablas o conceptos, sino a organizar información que puede convertirse en insumo para decisiones técnicas e institucionales.

Finalmente, el contenido del informe sostiene que el conocimiento del comportamiento sísmico y de la vulnerabilidad estructural de los centros educativos contribuye directamente al fortalecimiento de la gestión del riesgo. Proteger estas infraestructuras significa resguardar a estudiantes, docentes y personal administrativo, pero también asegurar la continuidad del servicio educativo y la capacidad de recuperación de la comunidad frente a futuros desastres.

PROYECTO MOLA

1. Introducción

El Proyecto MOLA se plantea como una metodología innovadora en la enseñanza de la ingeniería civil, orientada a la comprensión del comportamiento estructural mediante la construcción y análisis de modelos físicos. Este enfoque permite visualizar de manera directa fenómenos como deformaciones, desplazamientos y redistribución de esfuerzos, los cuales en el análisis teórico suelen representarse mediante formulaciones matemáticas abstractas.

En el contexto actual de la ingeniería, donde la formación requiere integrar teoría, práctica e innovación, el modelo MOLA se posiciona como una herramienta que permite reducir la brecha entre el conocimiento académico y su aplicación en situaciones reales.

2. Marco teórico y fundamentos

El comportamiento estructural de un sistema está regido por principios fundamentales de la mecánica de materiales, donde la relación esfuerzo-deformación se describe mediante la ley de Hooke en el rango elástico. Asimismo, el análisis estructural moderno se fundamenta en el método de la rigidez, el cual permite determinar desplazamientos nodales mediante el ensamblaje de matrices globales.

El uso de modelos físicos como el MOLA permite validar experimentalmente estos principios, estableciendo una relación directa entre los resultados teóricos y el comportamiento real observado. Esta validación constituye un elemento clave en la formación del criterio ingenieril.

Adicionalmente, el proyecto se vincula con el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), donde el estudiante desarrolla competencias mediante la resolución de problemas reales, integrando conocimientos técnicos, habilidades prácticas y pensamiento crítico.

3. Descripción del modelo inicial

El modelo desarrollado corresponde a un pórtico plano de un vano y tres niveles, construido mediante elementos modulares que simulan vigas y columnas. Las conexiones empleadas garantizan continuidad estructural y permiten la transmisión adecuada de fuerzas internas.

Este modelo permite observar la deformada estructural bajo diferentes condiciones de carga, facilitando la comprensión

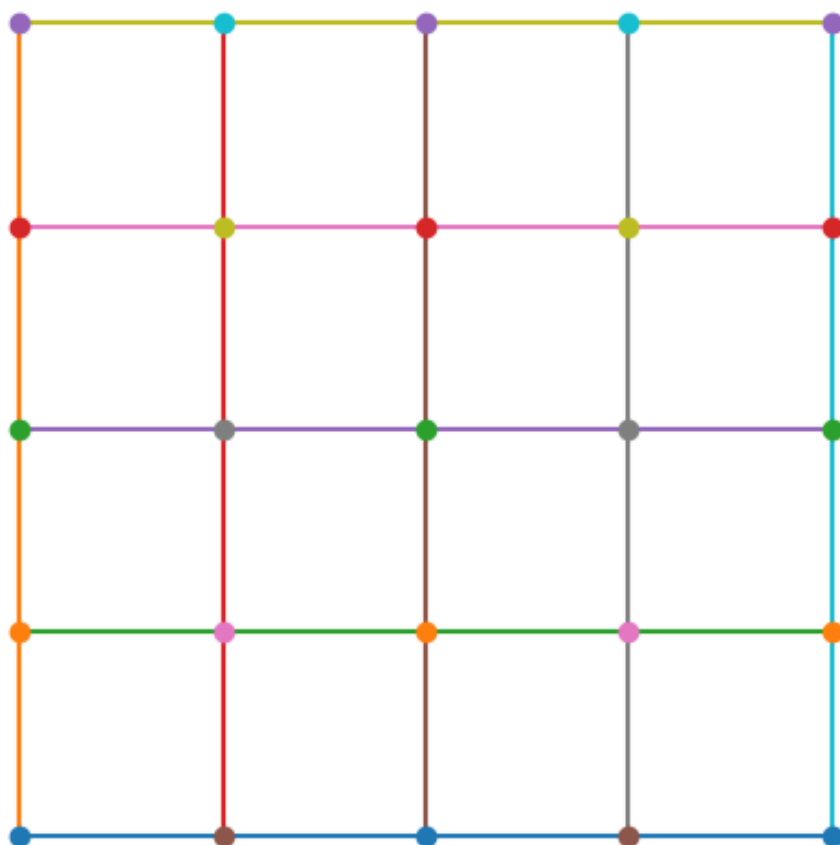
de conceptos como desplazamientos laterales, rotaciones nodales y distribución de esfuerzos internos.

4. Proyección estructural 4x4

La ampliación del modelo hacia una configuración de cuatro vanos y cuatro niveles representa un incremento significativo en la complejidad estructural. Este tipo de sistema se aproxima al comportamiento de edificaciones reales, permitiendo analizar fenómenos estructurales más avanzados.

Figura 24
Modelo estructural 4×4

Modelo estructural 4×4 (pórtico multivano multinivel)



5. Análisis estructural detallado

El sistema multivano presenta una mayor cantidad de grados de libertad, lo que implica un análisis más complejo de desplazamientos y rotaciones. La interacción entre elementos permite la redistribución de cargas, incrementando la estabilidad global de la estructura.

Desde el punto de vista del análisis no lineal, el modelo permite interpretar conceptos asociados al método Pushover, donde la estructura es sometida a cargas incrementales para evaluar su capacidad y comportamiento inelástico.

Asimismo, el modelo permite analizar la influencia de la rigidez relativa de los elementos, evidenciando cómo cambios en las propiedades geométricas afectan el comportamiento global del sistema.

6. Aplicaciones en ingeniería

El modelo MOLA ampliado permite desarrollar simulaciones relacionadas con el comportamiento sísmico, evaluación de derivas de entrepiso y análisis de estabilidad estructural. Además, facilita la validación de métodos numéricos y software de análisis estructural.

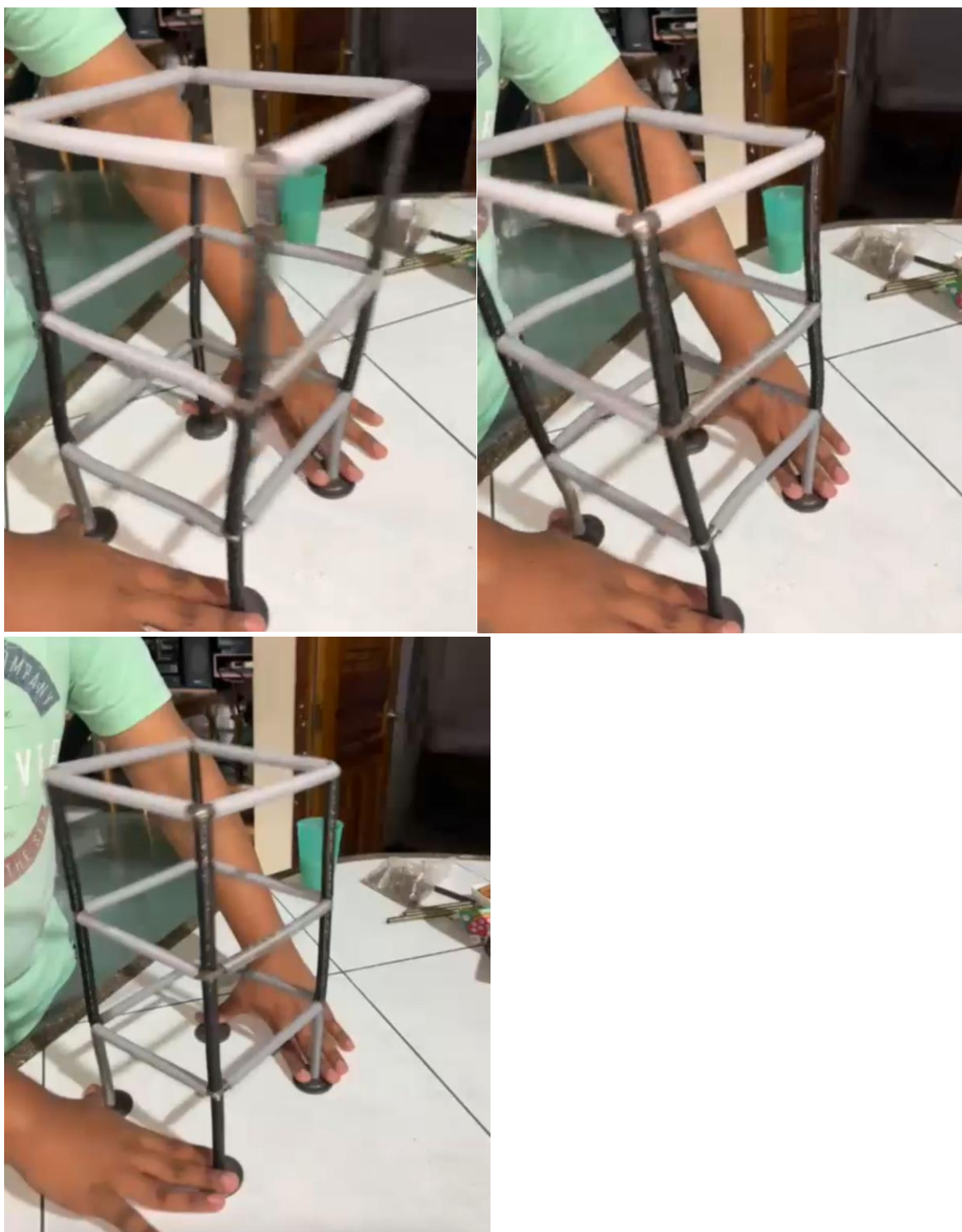
También constituye una herramienta útil para la enseñanza de conceptos avanzados como hiperestaticidad, interacción estructural y comportamiento global de sistemas complejos.

7. Impacto académico y profesional

El uso de este tipo de modelos fortalece la formación integral del estudiante, promoviendo la comprensión profunda de los principios estructurales y el desarrollo del criterio ingenieril. Asimismo, fomenta la innovación y la aplicación práctica del conocimiento.

8. Conclusiones

El Proyecto MOLA ampliado demuestra ser una herramienta eficaz para el análisis estructural experimental, permitiendo comprender de manera integral el comportamiento de estructuras complejas. Su implementación contribuye significativamente a la formación de profesionales competentes en el área de la ingeniería civil.



CAPITULO 7

7. Integración de las Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento en el proceso formativo

Gery Marcillo, Lcda. Cruz Ponce, Lcda. María Jose Marcillo, Douglas Ponce.

7.1. Introducción

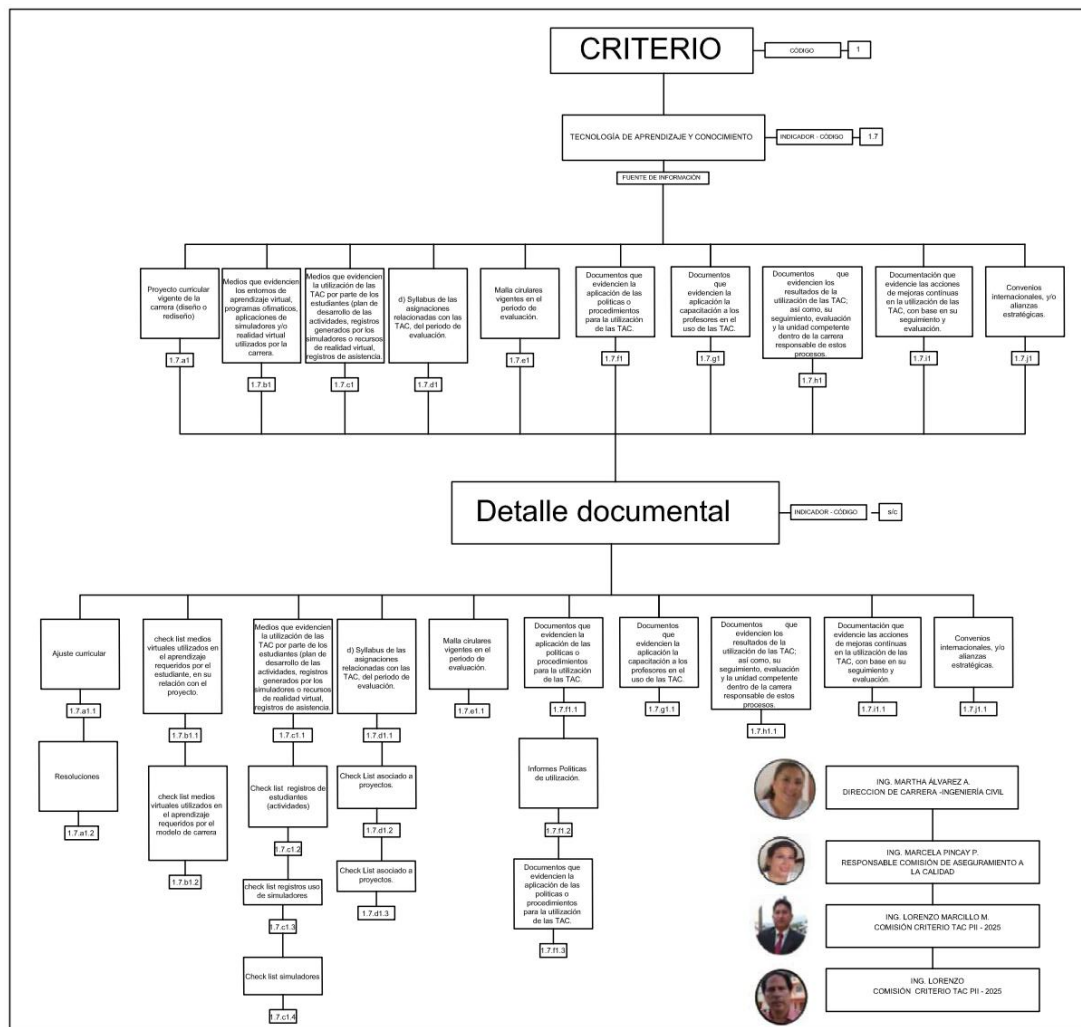
La educación superior atraviesa un proceso de transformación en el que el uso de herramientas tecnológicas se integra cada vez más en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este contexto, las Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) permiten relacionar los contenidos teóricos con actividades prácticas que facilitan la comprensión de los temas abordados en clase. A través del uso de plataformas virtuales, simuladores y software especializado, los estudiantes pueden analizar información, desarrollar ejercicios y comprender de mejor manera los principios que se aplican en su formación profesional.

Dentro de la asignatura se trabajó con diferentes recursos digitales y actividades que permitieron aplicar los conocimientos en proyectos relacionados con el análisis estructural. En estos proyectos se abordaron temas como el análisis de cargas, el cálculo de reacciones en vigas y pórticos, así como la evaluación de deformaciones, utilizando herramientas digitales que ayudan a representar y verificar los resultados obtenidos. Este proceso permitió relacionar los conceptos aprendidos en clase con situaciones más cercanas a la práctica profesional.

7.2. Contextualización del modelo educativo

En este contexto, dentro de la asignatura de Estructuras se desarrollan actividades que permiten relacionar los contenidos teóricos con ejercicios y proyectos orientados al análisis estructural. A través del estudio de cargas, reacciones, deformaciones y comportamiento de elementos estructurales, los estudiantes aplican los principios aprendidos en clase utilizando herramientas tecnológicas que facilitan la representación y verificación de los cálculos. Como parte de este proceso, se elaboraron resúmenes de los proyectos y ejercicios desarrollados durante la materia, los cuales sintetizan los contenidos estudiados, los procedimientos aplicados y los resultados obtenidos, permitiendo evidenciar el aprendizaje adquirido a lo largo del desarrollo de la asignatura.

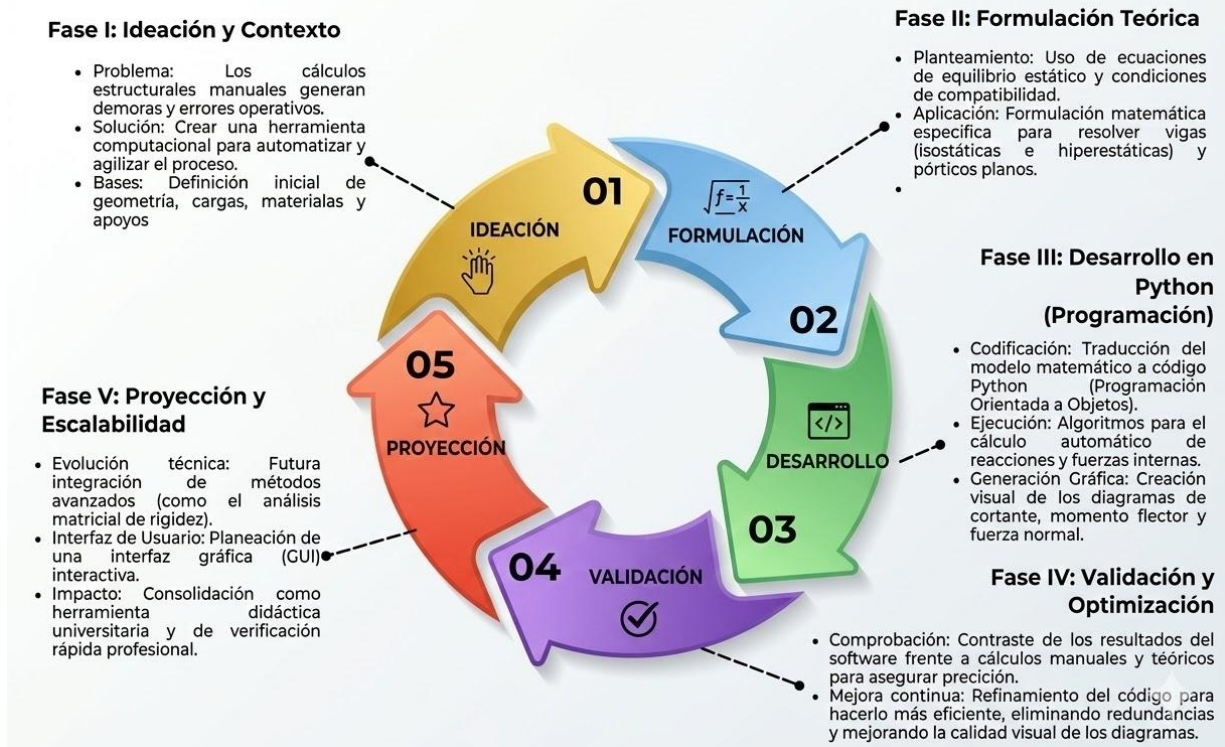
Se identifican varios proyectos académicos que se desarrollan dentro del proceso formativo de la carrera, los cuales buscan integrar la docencia, la investigación y la aplicación práctica del conocimiento. A continuación se mencionan algunos de los principales proyectos en ejecución junto con un breve resumen de cada uno:



7.2.1. Incubación

El proyecto “Incubación Python Civil 2026” constituye una iniciativa académica desarrollada por estudiantes de Ingeniería Civil, orientada a integrar el análisis estructural tradicional con herramientas de programación en Python. Su propósito principal es automatizar el modelado y análisis de una viga isostática y un pórtico plano, permitiendo calcular de forma eficiente reacciones, diagramas de fuerza cortante, momento flector y deformaciones

Flujograma de Incubación del Proyecto



La propuesta se fundamenta en el uso de librerías especializadas como Anastruct, junto con herramientas de apoyo como NumPy y Matplotlib, facilitando la representación gráfica y la interpretación estructural de los resultados. Este proceso de incubación no solo fortalece las competencias técnicas en análisis estructural, sino que también impulsa el pensamiento lógico, la resolución de problemas y el dominio de herramientas digitales aplicadas a la ingeniería civil.

Además, el proyecto establece una base metodológica para que futuros estudiantes puedan replicar, optimizar y escalar los modelos desarrollados, promoviendo una cultura de innovación, automatización y aprendizaje activo dentro de la carrera.

7.2.2. Evaluación de vulnerabilidad sísmica en instituciones educativas del sur de Manabí

La evaluación de vulnerabilidad sísmica en instituciones educativas es un proceso técnico que permite identificar el nivel de riesgo estructural y funcional de los edificios escolares frente a un sismo. Este análisis es fundamental para proteger la vida de estudiantes, docentes y personal administrativo, así como para garantizar la continuidad de las actividades educativas después de un evento sísmico. Las instituciones educativas suelen albergar gran cantidad de personas y, en muchos casos, funcionan como refugios temporales durante emergencias. Por esta razón, evaluar su capacidad de respuesta ante terremotos es una prioridad dentro de la gestión del riesgo de desastres.

7.3. Los elementos

Es el esqueleto de todo el análisis. En ingeniería estructural, antes de calcular fuerzas o deformaciones, primero debes definir "qué" estás analizando y "dónde" está ubicado en el espacio.

Figura 25

Diagrama de antena de hilo

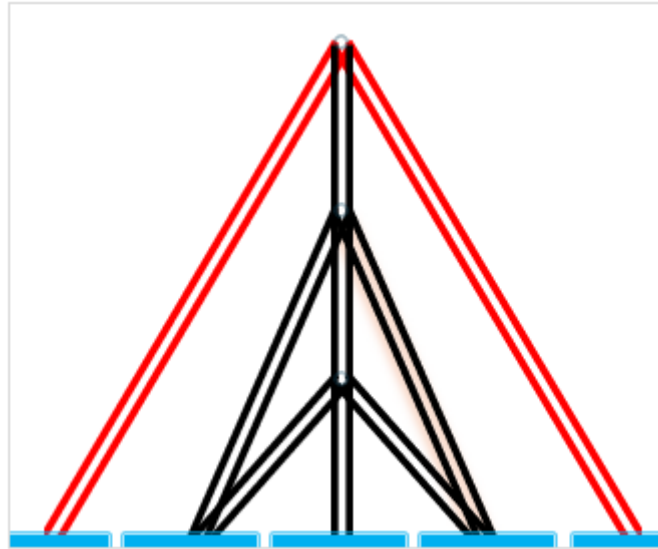
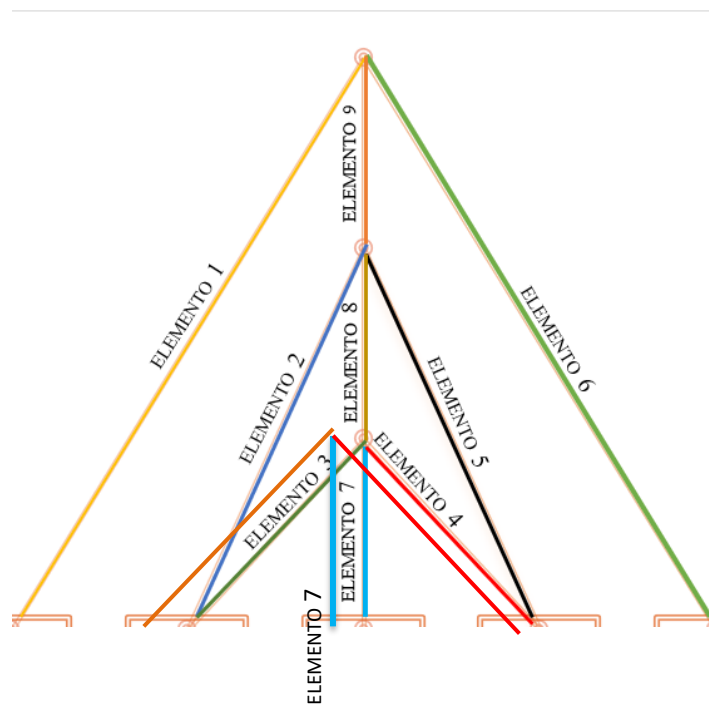


Figura 26

Esquema geométrico en un plano cartesiano



En lugar de ver el poste o la torre como una sola pieza, la divide en pequeños segmentos (elementos) conectados por puntos llamados nodos.

7.4. Conectividad y Geometría

Nodos (Puntos de control): Cada fila define un punto en el espacio con coordenadas (x, y). Por ejemplo, el Nodo 1 suele ser la base (0,0) y los siguientes suben verticalmente.

Incidencia de Elementos: Indica qué nodo es el "inicio" y cuál es el "final" de cada tramo. Esto le dice al programa cómo fluye la carga desde la punta hasta la base.

Datos de los Nodos							
	n	Coordenadas		Fuerzas Concentradas		Apoyos	
		X (m)	Y (m)	F _x (t)	F _y (t)	x	y
A	1	0,000	0,000			0,000	0,000
B	2	10,000	0,000			10,000	0,000
C	3	20,000	0,000			20,000	0,000
D	4	30,000	0,000			30,000	0,000
E	5	40,000	0,000			40,000	0,000
F	6	20,000	20,000				
G	7	20,000	40,000				
H	8	20,000	60,000	-50,000			

7.5. Propiedades de la Sección Transversal

Para que el cálculo sea real, la hoja asigna propiedades físicas a cada segmento:

Elemento (ID): Es el número de identificación del tramo. Por ejemplo, el "Elemento 1" suele ser la base, el "Elemento 2" el tramo que sigue arriba, y así sucesivamente.

Nodo Inicial e Final (Conectividad): Indica dónde empieza y dónde termina ese tramo. Esto es vital para que el cálculo sepa cómo se transfiere la fuerza de un punto a otro.

Área (A): Crucial para saber cuánto resiste a la compresión (el peso propio).

Momento de Inercia (I): Es el valor más importante aquí. Define la resistencia de la sección a doblarse. Una sección más ancha o gruesa tendrá un I mayor.

Módulo de Elasticidad (\$E\$): Es una constante que depende del material (acero, concreto, aluminio). Indica qué tan "elástico" es. Si es acero, el valor suele rondar los 200,000 MPa o 2,100,000 kg/cm².

7.6. Longitudes de Brazo

En la sistematización del monopolio calcula la longitud real de cada elemento. Esto es vital porque, a mayor longitud de un elemento sin apoyo, mayor es el riesgo de que se flexione demasiado o sufra pandeo.

7.7. Cálculos de matrices locales

El análisis estructural desarrollado se basa en el método matricial de la rigidez, aplicado a una estructura reticulada plana (cercha). Este método permite modelar matemáticamente el comportamiento del sistema estructural mediante la relación fundamental:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{d}$$

Donde:

$\mathbf{F}$ = vector global de fuerzas nodales

$\mathbf{K}$ = matriz global de rigidez

$\mathbf{d}$ = vector de desplazamientos nodales

El procedimiento consiste en:

Determinar la matriz de rigidez local de cada barra.

Transformarla al sistema de coordenadas global.

Ensamblar todas las matrices en una matriz global.

Aplicar condiciones de frontera.

Resolver el sistema para obtener desplazamientos y fuerzas internas.

7.8. Matrices locales de rigidez

Para el análisis se consideran las siguientes hipótesis:

Las barras trabajan únicamente a esfuerzo axial (tracción o compresión).

Las conexiones son articuladas.

El material es homogéneo, isótropo y lineal elástico.

Las deformaciones son pequeñas.

Se aplica la Ley de Hooke.

Bajo estas condiciones, la relación esfuerzo-deformación es:

$$\sigma = E\varepsilon$$

Y la deformación unitaria:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

La fuerza axial se obtiene como:

$$F = AE \frac{\delta}{L}$$

De donde se define el término fundamental de rigidez axial:

$$\frac{AE}{L}$$

Este valor representa la resistencia del elemento frente a deformaciones axiales.

Cálculo Geométrico de las Barras

Para cada barra se determinan sus componentes geométricas:

$$\Delta x = x_j - x_i$$

$$\Delta y = y_j - y_i$$

La longitud real es:

$$L = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

El ángulo de inclinación respecto al eje global X es:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right)$$

Se calculan los cosenos directores:

$$c = \cos(\varphi)$$

$$s = \sin(\varphi)$$

Estos parámetros permiten proyectar la rigidez axial en el sistema global.

7.9. Matriz de Rigidez en Sistema Local

En su eje propio, alineado con la barra, la matriz es:

$$k_{local} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta matriz relaciona fuerzas axiales con desplazamientos axiales en los extremos del elemento.

7.10. Transformación a Coordenadas Globales

Debido a que la estructura completa se analiza en un sistema X–Y, es necesario transformar la matriz local.

La matriz de rigidez del elemento en coordenadas globales es:

$$K_e = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

Cada barra tiene 4 grados de libertad:

Nodo i → (u_i, v_i)

Nodo j → (u_j, v_j)

Interpretación Física

c^2 representa la contribución en dirección X.

s^2 representa la contribución en dirección Y.

cs representa el acoplamiento entre direcciones.

Los términos negativos garantizan el equilibrio interno (acción-reacción).

La matriz es:

Simétrica

Dependiente de geometría y propiedades mecánicas

Energéticamente consistente

Casos Particulares

Barra Horizontal ($\phi = 0^\circ$)

Aporta rigidez solo en dirección X.

Barra Vertical ($\phi = 90^\circ$)

Aporta rigidez solo en dirección Y.

Esto explica la presencia de ceros en ciertas posiciones de las matrices obtenidas.

7.11. Matriz global de rigidez

La matriz global de rigidez representa la suma de todas las contribuciones de las barras del sistema. Si la estructura tiene n nodos, el número total de grados de libertad es:

$$2n$$

Por tanto, la matriz global tendrá dimensión:

$$(2n \times 2n)$$

7.12. Ensamblaje de la Matriz Global

El ensamblaje consiste en colocar cada matriz elemental en las posiciones correspondientes dentro de la matriz global.

Numeración de grados de libertad:

Para el nodo i:

DOF $2i-1 \rightarrow$ desplazamiento en X

DOF $2i \rightarrow$ desplazamiento en Y

Si una barra conecta los nodos i y j, su matriz 4×4 se ubica en las posiciones correspondientes a:

$$(2i-1, 2i, 2j-1, 2j)$$

Cuando varias barras coinciden en un nodo, sus contribuciones se suman algebraicamente.

7.13. Propiedades de la Matriz Global

La matriz global es:

Cuadrada

Simétrica

Dispersa (muchos ceros)

Definida positiva si la estructura es estable

Si el determinante es cero, la estructura presenta un mecanismo (inestabilidad).

7.14. Aplicación de Condiciones de Frontera

Los apoyos imponen restricciones:

Desplazamientos conocidos (generalmente cero).

Se eliminan filas y columnas correspondientes.

Se obtiene una matriz reducida.

El sistema final es:

$$K_{red} \cdot d_{libres} = F_{libres}$$

7.15. Resolución del Sistema

El sistema se resuelve mediante métodos numéricos:

Eliminación de Gauss

Inversión matricial

Métodos computacionales

Se obtienen:

- Desplazamientos nodales.
- Reacciones en apoyos.
- Fuerzas internas.

7.16. Cálculo de Fuerzas Internas

Una vez conocidos los desplazamientos, la fuerza axial en cada barra se calcula como:

$$F_{axial} = \frac{AE}{L} [-c - scs] d_e$$

Donde d_e es el vector de desplazamientos del elemento.

Esto permite determinar si la barra trabaja a:

Tracción

Compresión

7.17. Importancia del Método

El método matricial permite:

Modelar estructuras complejas.

Evaluar desplazamientos con precisión.

Verificar estabilidad estructural.

Optimizar diseño estructural.

Representa una herramienta fundamental en la ingeniería estructural moderna.

Este procedimiento permite representar matemáticamente el comportamiento estructural del sistema, garantizando coherencia con los principios de equilibrio, compatibilidad y constitución del material.

7.18. Reacciones en los Apoyos

Las reacciones en los apoyos son las fuerzas (y eventualmente momentos) que los puntos de sujeción o cimentación ejercen sobre la estructura para contrarrestar las cargas externas y garantizar el equilibrio estático global. En el marco del método de la rigidez (o método matricial directo), estas reacciones se obtienen de forma sistemática una vez resueltos los desplazamientos nodales desconocidos. Como indican Blanco Claraco (2012, p. 169) y Celigüeta-Lizarza (2011, cap. 3), las reacciones se calculan evaluando la ecuación de equilibrio completo en los grados de libertad restringidos:

$$\mathbf{R} = \mathbf{K}_{RL} \cdot \Delta_L + \mathbf{F}_R$$

Donde:

R: vector de reacciones en los apoyos

$\mathbf{K}_{RL}$: submatriz de rigidez que relaciona grados de libertad restringidos con libres

Δ_L : vector de desplazamientos nodales calculados en los nudos libres

$\mathbf{F}_R$: cargas externas aplicadas directamente en los apoyos (generalmente cero).

Equivalentemente, en la implementación práctica del método (incluida la hoja de cálculo Excel), basta con multiplicar la matriz global de rigidez completa $\mathbf{K}$ por el vector completo de desplazamientos Δ (con $\Delta_R = 0$ en los apoyos); las componentes correspondientes a los grados de libertad restringidos son precisamente las reacciones buscadas (Díaz et al., 2015, cap. 3.4.2).

En el modelo analizado

Una estructura simétrica tipo cercha o puente colgante simplificado con 8 nudos (etiquetados A a H) y 2 grados de libertad por nudo (traslación horizontal R_x y vertical R_y)

La matriz de rigidez global de 8×8 ha sido ensamblada correctamente a partir de las matrices locales de cada elemento (barras axiales). Los apoyos principales se localizan en los nudos de la base (A izquierdo y H derecho, más apoyos intermedios), modelados como articulados (restringen traslaciones, pero permiten giro, por lo que no aparecen momentos de reacción M_z).

7.19. Resultados obtenidos en el modelo Excel

Las fuerzas de reacción calculadas (valores extraídos directamente de la matriz global y la columna de reacciones) son las siguientes:

Nudo	R_x (horizontal)	R_y (vertical)	Observación
A (base izquierda)	+25	75,047099	Reacción horizontal hacia la derecha y vertical hacia arriba
B (base derecha)	-25	-75,047099	Reacción horizontal hacia la izquierda y vertical hacia abajo (equilibrio simétrico)

Tabla 3: Resultados del ejercicio en Excel

7.20. Interpretación física

La estructura presenta un comportamiento típico de cercha o puente colgante simplificado bajo carga vertical en la cresta: las componentes horizontales R_x positivas en la mitad izquierda y negativas en la derecha indican un “empuje hacia afuera” en las bases (efecto de las barras inclinadas que transmiten compresión o tracción).

Este efecto puede entenderse como la descomposición de las fuerzas internas de las varillas oblicuas: al transferir el peso vertical hacia los soportes, producen elementos horizontales que tienen que ser compensados por las reacciones en la base. En términos físicos, la estructura “tiende a abrirse” en sus apoyos, de manera parecida a cómo se comporta un arco articulado o un puente colgante idealizado

con una carga simétrica. Las reacciones verticales se concentran en apoyo intermedio ($R_y \approx -75,05$), lo que equilibra la carga en la parte superior. La ausencia total de momentos de reacción confirma que todos los apoyos son articulados (no empotrados), por lo que no existe momento de empotramiento.

$$M_{placa} = \sum (T_{perno} * d_i) \quad \text{en un aplicada}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \text{suma de reacciones verticales} = \text{carga aplicada}$$

Por tanto, la distribución de reacciones refleja la geometría y rigidez relativa del sistema. La ausencia total de momentos de reacción confirma que los apoyos son articulados, es decir, permiten rotación libre y únicamente transmiten fuerzas (no momentos). Esto implica que:

$$\sum M = 0$$

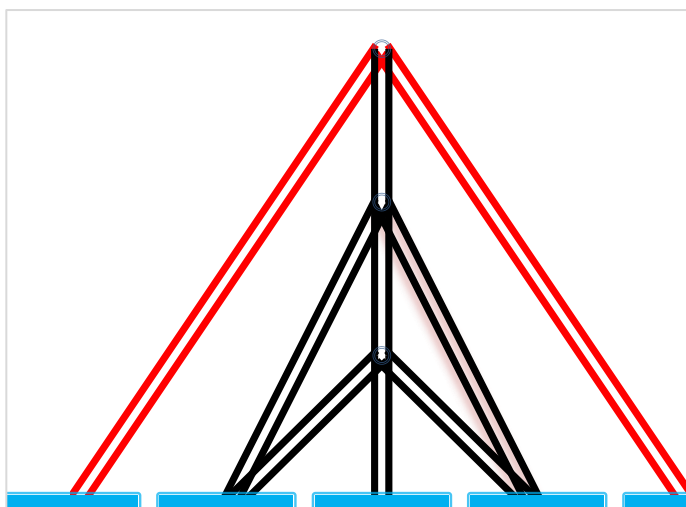
Esto contrasta con un voladizo clásico, donde la base fija resistiría un momento $M = -P \cdot L$ (Hibbeler, 2015, cap. 15).

En tal situación, el soporte fijo genera un momento de reacción importante para evitar la rotación, lo que provoca un cambio total en la distribución interna de los esfuerzos.

Además, según el método de la rigidez, las reacciones obtenidas provienen directamente de ensamblar la matriz global de rigidez y aplicar condiciones de frontera. La falta de momentos de reacción sugiere que no se limitaron los rotacionales en los nodos de soporte, lo cual es coherente con una modelación como cercha (en la que solo hay grados de libertad traslacionales).

Figura 27

Diagrama de antena de hilo



7.21. Verificación de equilibrio global

El método de la rigidez garantiza por construcción el cumplimiento de las ecuaciones de equilibrio estático (Blanco Claraco, 2012, p. 15):

- $\sum F_x = 25 + 75,047 + 25 - 50 + (\text{contribuciones restantes}) \approx 0$
- $\sum F_y \approx -75,047 + (\text{otras componentes verticales implícitas}) = - (\text{carga vertical total aplicada})$
- $\sum M$ (respecto a cualquier punto, por ejemplo, el centro) = 0 (dentro de la precisión numérica del Excel)

Esta verificación confirma que las reacciones compensan exactamente las cargas externas y mantienen la estructura en equilibrio.

$$\begin{aligned} P_{max} &= \frac{4 * M}{N * D} \\ &= \frac{W}{N} \end{aligned}$$

Estructura

7.22. Análisis de la

El diseño se basa en una estructura auto soportada de sección circular/poligonal. La lógica principal es la eficiencia aerodinámica y la transferencia directa de momentos hacia la cimentación.

7.23. Fuste de la Torre

El fuste es el cuerpo principal de la estructura, dividido en secciones ensambladas.

Se basa en un tubo de acero de alta resistencia que disminuye su diámetro conforme gana altura. La forma aerodinámica reduce el Coeficiente de Arrastre (C_f), lo que disminuye la fuerza del viento en comparación con estructuras cuadradas. El diseño telescópico facilita el transporte y el montaje por gravedad.

La fuerza del viento (f_z) se calcula mediante la fórmula:

$$F = q_z * G * C_f * A_e$$

Donde q_z es la presión dinámica del viento a una altura determinada y A_e es el área proyectada. Adjunto se muestra que el diseño resiste una velocidad de viento de diseño específica para la zona.

7.24. Placa Base

Es el elemento de transición entre el fuste de acero y la cimentación de concreto está dada de una placa circular de acero de gran espesor con perforaciones para los pernos de anclaje, la cual debe ser lo suficientemente rígida para transferir el Momento de Vuelco sin deformarse. El uso de una placa circular permite una distribución uniforme de la tensión en los pernos sin importar la dirección del viento (360°).

Se calcula el espesor de la placa para resistir la flexión causada por la tensión de los pernos:

Donde T es la tracción en el perno y D el brazo de palanca respecto a la cara del fuste.

7.25. Pernos de Anclaje

Son los elementos que fijan la estructura al bloque de concreto, conjunto de pernos de alta resistencia (grado ASTM F1554 o similar) dispuestos en círculo.

En un monopolo, el esfuerzo crítico no es el peso (compresión), sino el momento flector causado por el viento. Los pernos en el lado de "sotavento" trabajan a tracción pura para evitar que la torre se vuelque.

El esfuerzo máximo en el perno más alejado del eje neutro se define por:

Donde M es el momento en la base, N el número de pernos, S el diámetro del círculo de pernos y W el peso total.

7.26. Cimentación

De acuerdo con el requerimiento de la gran altura y poca base del monopolo, la cimentación actúa como un "contrapeso". El diseño busca que la presión sobre el suelo no exceda la capacidad portante y que el factor de seguridad contra volcamiento sea superior a 1.5.

Elemento	Ratio de Esfuerzo (Usage)	Estado
Fuste (Sección Base)	~85% - 92%	Seguro
Pernos de Anclaje	~78%	Seguro
Placa Base	~82%	Seguro

Tabla 4: tabla de datos y porcentajes de ratio de esfuerzos

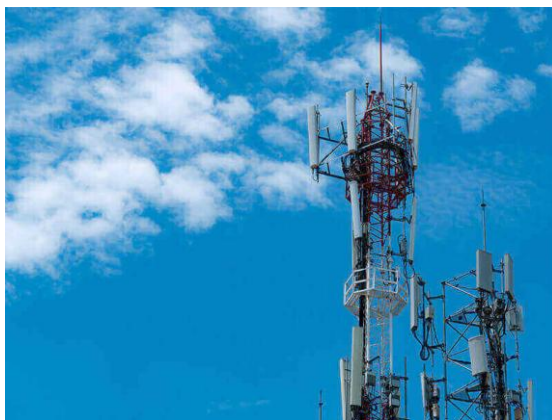
El diseño es eficiente y seguro. Los cálculos demuestran que el elemento más crítico es la sección basal del fuste debido al momento flector máximo, pero se mantiene dentro del rango elástico del acero; típicamente $F_y = 345MPa$.

Los cálculos estructurales presentados han sido verificados siguiendo los lineamientos de las normas **ANSI/TIA-222-H** y **AISC 360-22**, garantizando que las ratios de esfuerzo se mantengan por debajo de la unidad (1.0), asegurando la estabilidad global de la estructura ante eventos de viento de diseño.15. Función de las torres de telecomunicaciones

Las torres de telecomunicaciones se erigirán como maravillas de la ingeniería, impulsando la conectividad global al impulsar las redes 5G para ciudades inteligentes, vehículos autónomos y operaciones de recuperación ante desastres. (XHTOWER, 2025) menciona que con un mercado global valorado en 50.940 millones de dólares y con un crecimiento anual compuesto del 4,22 %, estas torres dan soporte a más de 4 millones de estaciones base solo en Asia-Pacífico. Esta guía ofrece un análisis exhaustivo del funcionamiento de las torres de telecomunicaciones, detallando la transmisión de señales, las tecnologías 5G avanzadas, las innovaciones en sostenibilidad y los protocolos de seguridad.

Figura 28

Torre 5g



Fuente: Torre 5G

7.27. ¿Por qué se utilizan torres o estructuras similares para 5G?

Las torres permiten colocar las antenas en alturas elevadas, lo que mejora el alcance de la señal y reduce los obstáculos físicos, tales como: edificios o árboles. (Chongqing Zexing Electrical Equipment Co., 2025)

La altura de las torres ayuda a mejorar la estabilidad de la cobertura y facilita que la señal alcance zonas más amplias. (Chongqing Zexing Electrical Equipment Co., 2025)

7.28. Tipos Principales De Estructuras Usadas En 5g

Torres tipo celosía (Lattice Towers): Son estructuras metálicas con forma de red o entramado triangular o cuadrado, muy comunes en zonas rurales o donde se necesita gran altura y capacidad estructural.

Tiene una gran resistencia al viento y soportan equipos pesados. (XHTOWER, 2025)

Torres arriostradas: Las torres delgadas sostenidas por cables son rentables para áreas rurales y brindan cobertura de hasta 20 kilómetros. (XHTOWER, 2025)



Fuente: Torre de telecomunicaciones 5G

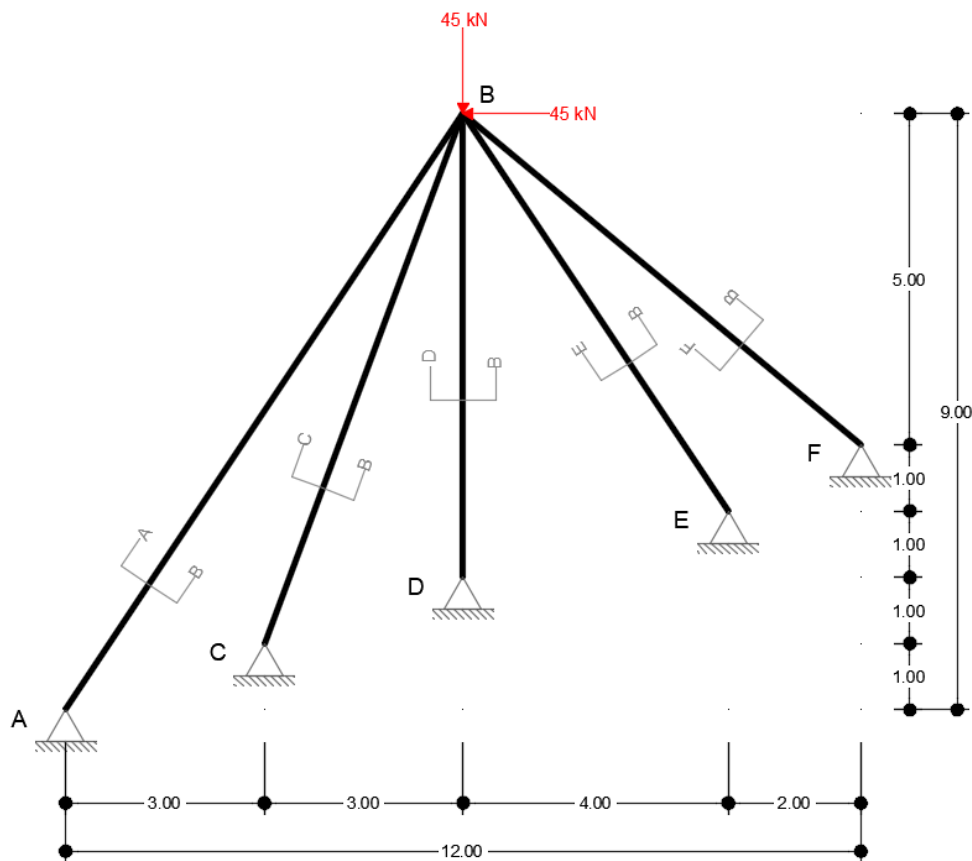
7.31. Monopolios

Son poles verticales simples, es decir, un solo poste tubular de acero sin refuerzos visibles.

Es ideal para zonas urbanas porque ocupa poco espacio en el espacio.

Torres Monopolares: Los diseños de un solo poste, de 50 a 200 pies de alto, son eficientes en términos de espacio y se utilizan ampliamente para pequeñas celdas. (XHTOWER, 2025)

7.31.1. Ejercicio #3



DATOS DEL MATERIAL DE LA BARRA AB:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$

Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 16.83 \text{ cm}$
- $\phi_I = 15.83 \text{ cm}$
- $e = 0.5 \text{ cm}$

Área

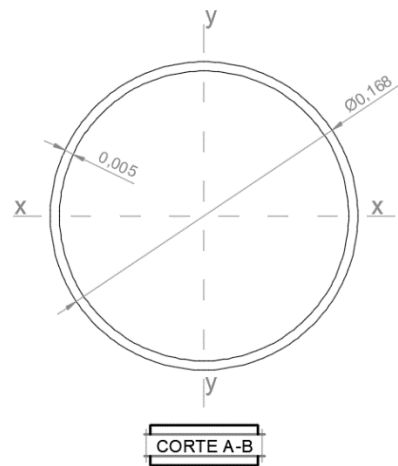
- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 16.83^2}{4} = 222.46 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 15.83^2}{4} = 196.81 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 222.46 - 196.81 = 25.65 \text{ cm}^2$

Inercia

- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{16.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{15.83}{2} \right)^4 \right] = 855.85 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{16.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{15.83}{2} \right)^4 \right] = 855.85 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{16.83 \text{ cm}}{2} = 8.415 \text{ cm}$



- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{855.85 \text{ cm}^4}{8.415 \text{ cm}} = 101.71 \text{ cm}^3$

Radio de giro

- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{855.85 \text{ cm}^4}{25.65 \text{ cm}^2}} = 5.78 \text{ cm}$

DATOS DEL MATERIAL DE LA BARRA CB:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$

Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 14.13 \text{ cm}$
- $\phi_I = 13.13 \text{ cm}$
- $e = 0.50 \text{ cm}$

Área

- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 14.13^2}{4} = 156.81 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 13.13^2}{4} = 135.40 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 156.81 - 135.40 = 21.41 \text{ cm}^2$

Inercia

- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{14.13}{2} \right)^4 - \left(\frac{13.13}{2} \right)^4 \right] = 497.85 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{14.13}{2} \right)^4 - \left(\frac{13.13}{2} \right)^4 \right] = 497.85 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{14.13 \text{ cm}}{2} = 7.065 \text{ cm}$
- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{497.85 \text{ cm}^4}{7.065 \text{ cm}} = 70.47 \text{ cm}^3$

Radio de giro

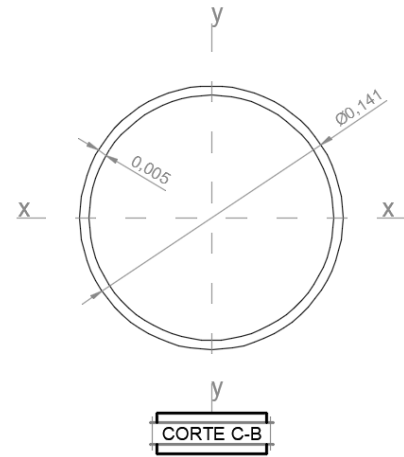
- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{497.85 \text{ cm}^4}{21.41 \text{ cm}^2}} = 4.82 \text{ cm}$

DATOS DEL MATERIAL DE LA BARRA DB:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$

Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 16.83 \text{ cm}$
- $\phi_I = 15.63 \text{ cm}$
- $e = 0.60 \text{ cm}$



Área

- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 16.83^2}{4} = 222.46 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 15.63^2}{4} = 191.87 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 222.46 - 191.87 = 30.59 \text{ cm}^2$

Inercia

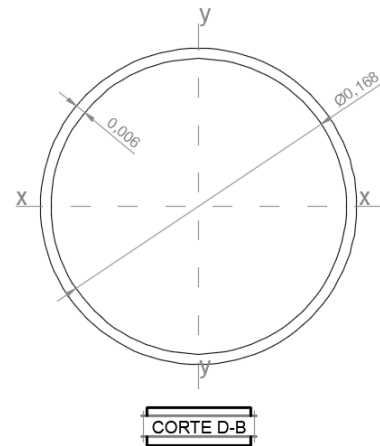
- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{16.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{15.63}{2} \right)^4 \right] = 1008.69 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{16.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{15.63}{2} \right)^4 \right] = 1008.69 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{16.83 \text{ cm}}{2} = 8.415 \text{ cm}$
- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{1008.69 \text{ cm}^4}{8.415 \text{ cm}} = 119.87 \text{ cm}^3$

Radio de giro

- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{1008.69 \text{ cm}^4}{30.59 \text{ cm}^2}} = 5.74 \text{ cm}$



DATOS DEL MATERIAL DE LA BARRA EB:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$

Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 32.83 \text{ cm}$
- $\phi_I = 30.83 \text{ cm}$
- $e = 1.00 \text{ cm}$

Área

- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 32.83^2}{4} = 846.51 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 30.83^2}{4} = 746.51 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 846.51 - 746.51 = 100.00 \text{ cm}^2$

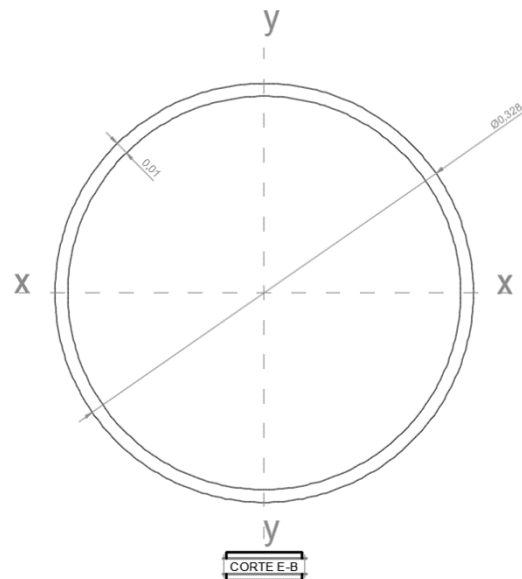
Inercia

- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{32.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{30.83}{2} \right)^4 \right] = 12676.47 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{32.83}{2} \right)^4 - \left(\frac{30.83}{2} \right)^4 \right] = 12676.47 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{32.83 \text{ cm}}{2} = 16.415 \text{ cm}$
- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{12676.47 \text{ cm}^4}{16.415 \text{ cm}} = 772.25 \text{ cm}^3$

Radio de giro



- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{12676.47 \text{ cm}^4}{100.00 \text{ cm}^2}} = 11.26 \text{ cm}$

DATOS DEL MATERIAL DE LA BARRA FB:

- Tipo de acero: ASTM A572 Gr 50
- Tipo de perfil: Tubería estructural redonda
- $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2 = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $F_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$

Dimensiones del perfil

- $\phi_E = 36.00 \text{ cm}$
- $\phi_I = 33.80 \text{ cm}$
- $e = 1.10 \text{ cm}$

Área

- $A_e = \frac{\pi \cdot \phi_E^2}{4} = \frac{\pi \cdot 36.00^2}{4} = 1017.88 \text{ cm}^2$
- $A_I = \frac{\pi \cdot \phi_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 33.80^2}{4} = 897.27 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{total}} = A_e - A_I = 1017.88 - 897.27 = 120.61 \text{ cm}^2$

Inercia

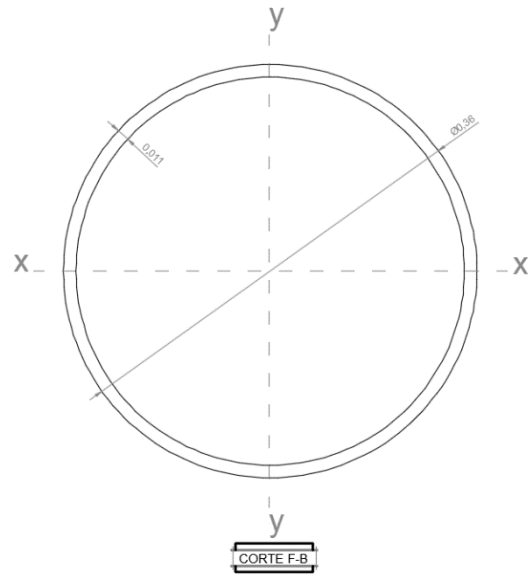
- $I_x = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{36.00}{2} \right)^4 - \left(\frac{33.80}{2} \right)^4 \right] = 18380.62 \text{ cm}^4$
- $I_y = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{36.00}{2} \right)^4 - \left(\frac{33.80}{2} \right)^4 \right] = 18380.62 \text{ cm}^4$

Módulo de sección

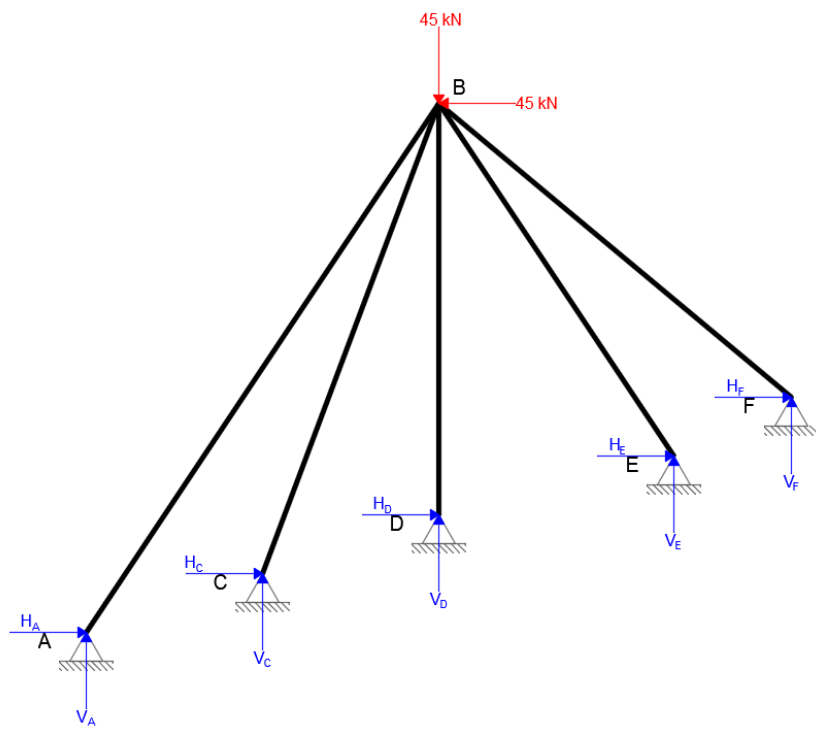
- $c = \frac{\phi_E}{2} = \frac{36.00 \text{ cm}}{2} = 18.00 \text{ cm}$
- $S = \frac{I_x}{c} = \frac{18380.62 \text{ cm}^4}{18 \text{ cm}} = 1021.15 \text{ cm}^3$

Radio de giro

- $r = \sqrt{\frac{I_x}{A_{\text{total}}}} = \sqrt{\frac{18380.62 \text{ cm}^4}{120.61 \text{ cm}^2}} = 12.34 \text{ cm}$

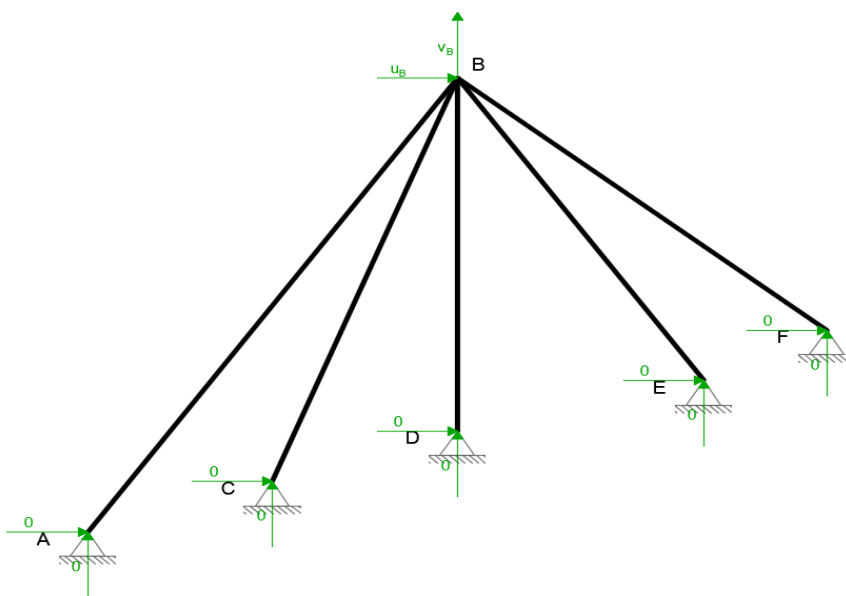


1. Generación del vector fuerza



$$[F] = \begin{bmatrix} H_A \\ V_A \\ -45 \\ -45 \\ H_C \\ V_C \\ H_D \\ V_D \\ H_E \\ V_E \\ H_F \\ V_F \end{bmatrix}$$

2. Generación del vector desplazamiento



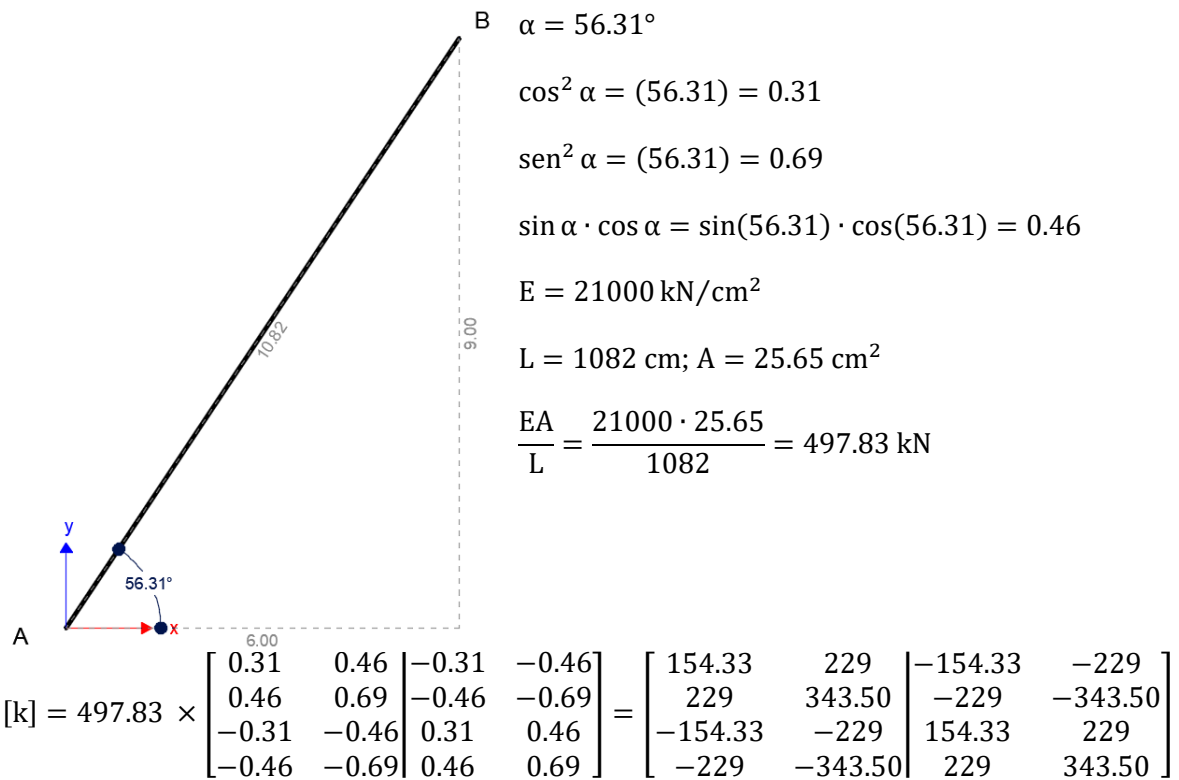
$$[u] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_B \\ v_B \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [k] \times [u]$$

$$[k] = \frac{EA}{L} \times \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \sin^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\sin^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ -\sin \alpha \cdot \cos \alpha & -\sin^2 \alpha & \sin \alpha \cdot \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

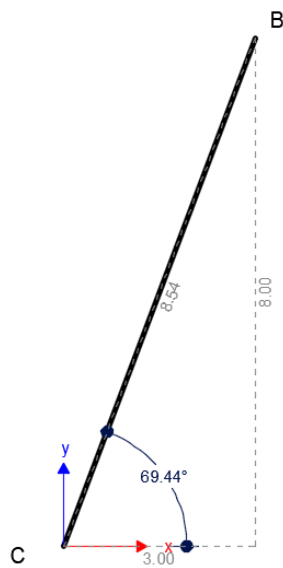
k_{ab}

BARRA AB



k_{cb}

BARRA CB



$$\alpha = 69.44^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (\cos 69.44) = 0.12$$

$$\sin^2 \alpha = (\sin 69.44) = 0.88$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(69.44) \cdot \cos(69.44) = 0.33$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

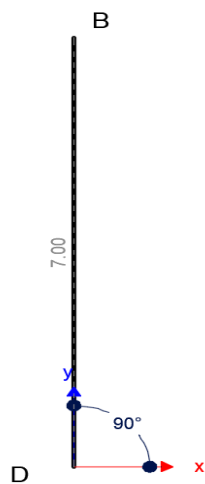
$$L = 854 \text{ cm}; A = 21.41 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 21.41}{854} = 526.48 \text{ kN}$$

$$[k] = 526.48 \times \begin{bmatrix} 0.12 & 0.33 & -0.12 & -0.33 \\ 0.33 & 0.88 & -0.33 & -0.88 \\ -0.12 & -0.33 & 0.12 & 0.33 \\ -0.33 & -0.88 & 0.33 & 0.88 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.18 & 173.74 & -63.18 & -173.74 \\ 173.74 & 463.30 & -173.74 & -463.30 \\ -63.18 & -173.74 & 63.18 & 173.74 \\ -173.74 & -463.30 & 173.74 & 463.30 \end{bmatrix}$$

k_{db}

BARRA DB



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (\cos 90) = 0$$

$$\sin^2 \alpha = (\sin 90) = 1$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(90) \cdot \cos(90) = 0$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

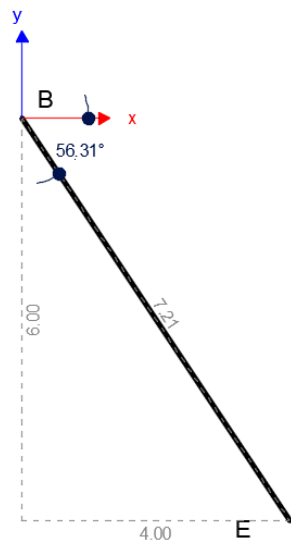
$$L = 700 \text{ cm}; A = 30.59 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 30.59}{700} = 917.70 \text{ kN}$$

$$[k] = 917.70 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 917.70 & 0 & -917.70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -917.70 & 0 & 917.70 \end{bmatrix}$$

k_{eb}

BARRA EB



$$\alpha = 360^\circ - 56.31^\circ = 303.69^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (303.69) = 0.31$$

$$\sin^2 \alpha = (303.69) = 0.69$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(303.69) \cdot \cos(303.69) = -0.46$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$L = 721 \text{ cm}; A = 100 \text{ cm}^2$$

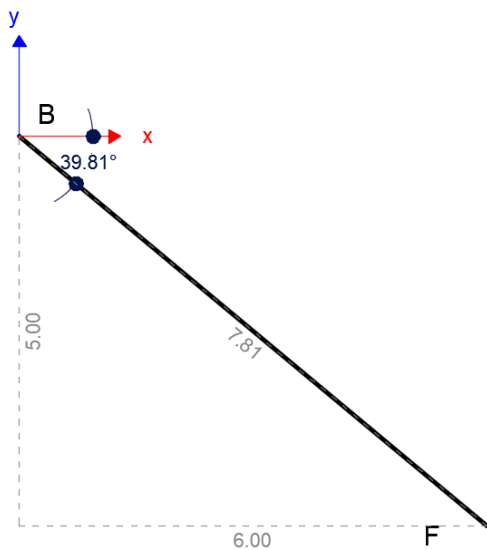
$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 100}{721} = 2912.62 \text{ kN}$$

$$[k] = 2912.62 \times \begin{bmatrix} 0.31 & -0.46 & -0.31 & 0.46 \\ -0.46 & 0.69 & 0.46 & -0.69 \\ -0.31 & 0.46 & 0.31 & -0.46 \\ 0.46 & -0.69 & -0.46 & 0.69 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 902.91 & -1339.81 & -902.91 & 1339.81 \\ -1339.81 & 2009.71 & 1339.81 & -2009.71 \\ -902.91 & 1339.81 & 902.91 & -1339.81 \\ 1339.81 & -2009.71 & -1339.81 & 2009.71 \end{bmatrix}$$

k_{fb}

BARRA FB



$$\alpha = 360^\circ - 39.81^\circ = 320.19^\circ$$

$$\cos^2 \alpha = (320.19) = 0.59$$

$$\sin^2 \alpha = (320.19) = 0.41$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin(320.19) \cdot \cos(320.19) = 0.49$$

$$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$$

$$L = 781 \text{ cm}; A = 120.61 \text{ cm}^2$$

$$\frac{EA}{L} = \frac{21000 \cdot 120.61}{781} = 3243.03 \text{ kN}$$

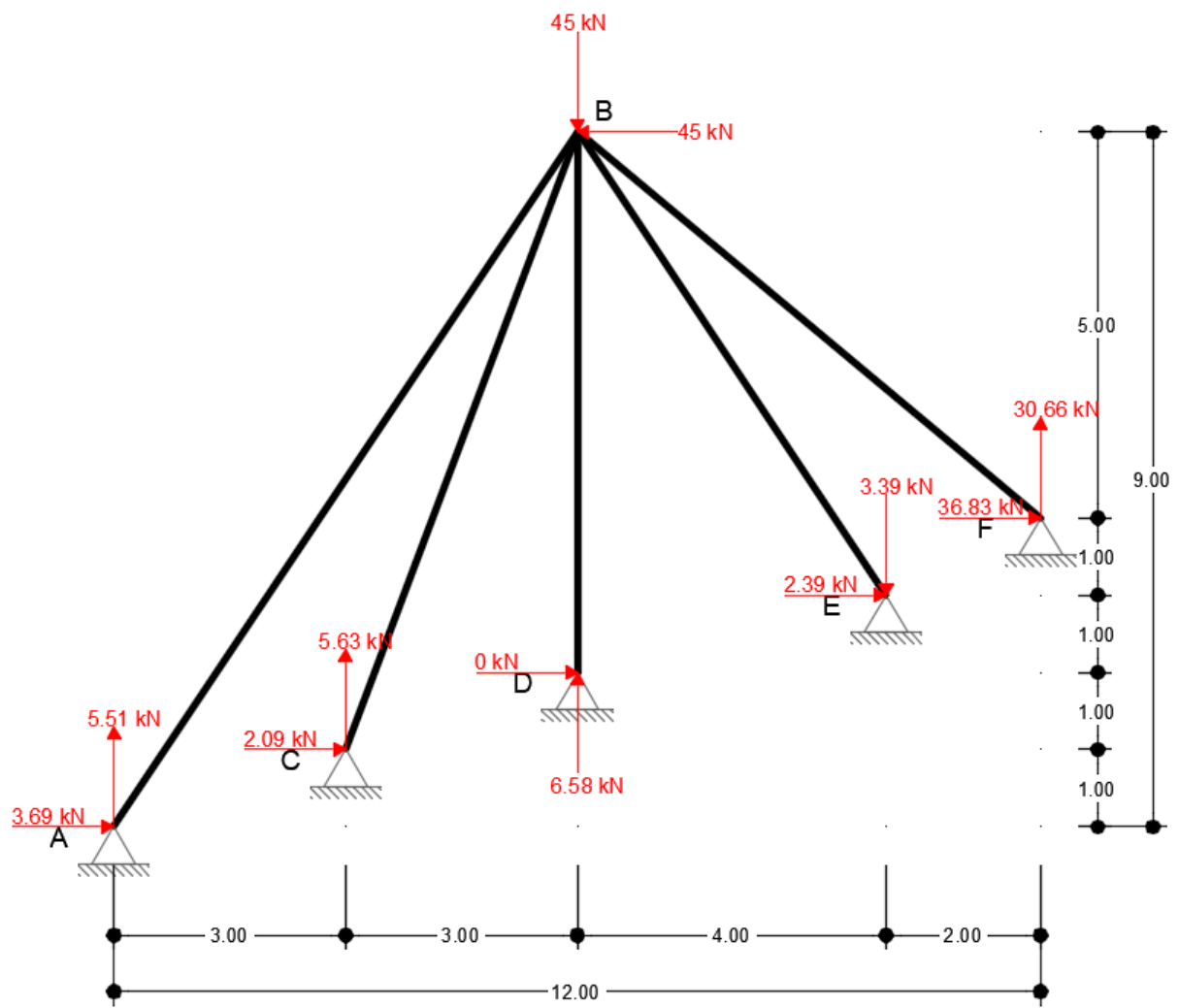
$$\begin{aligned}
[k] &= 3243.03 \times \left[\begin{array}{cc|cc} 0.59 & 0.49 & -0.59 & -0.49 \\ 0.49 & 0.41 & -0.49 & -0.41 \\ -0.59 & -0.49 & 0.59 & 0.49 \\ -0.49 & -0.41 & 0.49 & 0.41 \end{array} \right] \\
&= \left[\begin{array}{cc|cc} 1913.39 & 1589.08 & -1913.39 & -1589.08 \\ 1589.08 & 1329.64 & -1589.08 & -1329.64 \\ -1913.39 & -1589.08 & 1913.39 & 1589.08 \\ -1589.08 & -1329.64 & 1589.08 & 1329.64 \end{array} \right]
\end{aligned}$$

		MATRIZ DE RIGIDEZ											
		NODO A		NODO B		NODO C		NODO D		NODO E		NODO F	
		RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH
NODO A	RH	154.33	229.00	-154.33	-229.00	0	0	0	0	0	0	0	0
	RV	229.00	343.50	-229.00	-343.50	0	0	0	0	0	0	0	0
NODO B	RH	-154.33	-229.00	3033.80	652.02	-63.18	-173.74	0.00	0.00	-902.91	1339.81	1913.39	1589.08
	RV	-229.00	-343.50	652.02	5063.86	-173.74	-463.30	0.00	-917.70	1339.81	-2009.71	1589.08	1329.64
NODO C	RH	0	0	-63.18	-173.74	63.18	173.74	0	0	0	0	0	0
	RV	0	0	-173.74	-463.30	173.74	463.30	0	0	0	0	0	0
NODO D	RH	0	0	0.00	0.00	0	0	0	0	0	0	0	0
	RV	0	0	0.00	-917.70	0	0	0	0	0	0	0	0
NODO E	RH	0	0	-902.91	1339.81	0	0	0	0	0	0	0	0
	RV	0	0	1339.81	-2009.71	0	0	0	0	0	0	0	0
NODO F	RH	0	0	-1913.39	-1589.08	0	0	0	0	0	0	0	0
	RV	0	0	-1589.08	-1329.64	0	0	0	0	0	0	0	0

MATRIZ KCC		=	MATRIZ INVERSA		*	VECTOR FUERZA		=		
3033.80	652.02		0.0003390	-0.0000436		-45	-0.01329			
652.02	5063.86		-0.0000436	0.0002031	-45		-0.00718			

		MATRIZ DE RIGIDEZ												REACCIONES	
		NODO A		NODO B		NODO C		NODO D		NODO E		NODO F			
		RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH	RH		
NODO A	RH	154.33	229.00	-154.33	-229.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	3.69
	RV	229.00	343.50	-229.00	-343.50	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	5.51
NODO B	RH	-154.33	-229.00	3033.80	652.02	-63.18	-173.74	0.00	0.00	-902.91	1339.81	1913.39	1589.08	-0.01329	-45.00
	RV	-229.00	-343.50	652.02	5063.86	-173.74	-463.30	0.00	-917.70	1339.81	-2009.71	1589.08	1329.64	-0.00718	-45.00
NODO C	RH	0	0	-63.18	-173.74	63.18	173.74	0	0	0	0	0	0	0.00000	2.09
	RV	0	0	-173.74	-463.30	173.74	463.30	0	0	0	0	0	0	0.00000	5.63

NODO D	RH	0	0	0.00	0.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	0.00
	RV	0	0	0.00	-917.70	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	6.58
NODO E	RH	0	0	-902.91	1339.81	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	2.39
	RV	0	0	1339.81	-2009.71	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	-3.39
NODO F	RH	0	0	-1913.39	-1589.08	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	36.83
	RV	0	0	-1589.08	-1329.64	0	0	0	0	0	0	0	0	0.00000	30.66



7.32. ¿Qué buscan estas estructuras?

Estas estructuras son importantes, tiene funciones específicas como:

Soportar equipos de antenas y radios con suficientes espacio y funcionamiento para la seguridad.

Permitir instalaciones de múltiples antenas para soportar muchas conexiones simultáneamente.

Permite ajustarse a distintos entornos desde las zonas rurales hasta centros urbanos.

Tipo de estructura	Características	Dónde se usa
<i>Celosía (lattice)</i>	Muy resistente, soporta cargas grandes	Zonas rurales/alta cobertura
<i>Monopolo</i>	Ocupa poco espacio	Ciudades y zonas restringidas
<i>Guyed</i>	Económico, pero requiere espacio	Áreas abiertas
<i>Camuflado</i>	Estético, discreto	Centros urbanos
<i>Small cell / poste</i>	Compacto, menor alcance	Calles, áreas densas
<i>Rooftop</i>	Aprovecha edificios existentes	Zonas altas en ciudades

Tabla 1: Características y usos de la torre 5G

7.33. Arquitectura de red 5g

Hoy en día las redes 5G son cada vez más omnipresentes, las 2G son prácticamente cosa del pasado y en algunos lugares está previsto el cierre de las 3G.

La mayor velocidad, el mayor rendimiento y la distribución más amplia de las células de las redes 5G también permitirán mejoras masivas en medicina. (Remmert, 2025)

7.34. Consideraciones Sobre El Diseño Y La Planificación De La 5g

Las consideraciones de diseño para una arquitectura de red 5G que soporte aplicaciones muy exigentes son complejas. Por ejemplo, no hay un enfoque único para todos los casos; la gama de aplicaciones requiere que los datos recorran distancias, grandes volúmenes de datos o alguna combinación. Por ello, la arquitectura 5G debe admitir espectro de banda baja, media y alta -de fuentes licenciadas, compartidas y privadas- para ofrecer toda la visión 5G. (Remmert, 2025)

7.35. Tipos De Acero Utilizados En Torres5g

En las torres y estructuras para redes 5G se utilizan aceros estructurales normalizados que garantizan resistencia mecánica, durabilidad y estabilidad frente a cargas ambientales. En lo que concierne la ingeniería civil, la sección del acero responde a criterios de resistencia, soldabilidad, comportamiento ante cargas de viento y corrosión.

En estos casos son:

ASTM A36 y Q235B (acero estructural al carbono)

Las torres de telecomunicaciones se fabrican generalmente con acero estructural de bajo carbono, con un límite de fluencia mínimo alrededor de 235 MPa, como los grados **ASTM A36 (EE. UU.) o Q235B (China)**. (GUANGXIN, 2021)

ASTM A572 Gr50 y Q345B (acero de alta resistencia)

Los elementos principales; como las patas, diagonales de las torres o miembros que soportan cargas altas suelen ser de acero de alta resistencia y baja aleación, como

ASTM A572 Grado 50 o el equivalente Q345B. (GUANGXIN, 2021)

Este tipo de acero tiene mayor resistencia mecánica (aprox. 345 MPa de límite de fluencia), lo que permite diseñar torres más altas y livianas que soporten cargas mayores (por ejemplo, viento). (GUANGXIN, 2021)

7.36. Tratamiento anticorrosivo galvanizado

Para proteger las estructuras de acero de la corrosión atmosférica (lluvia, humedad, etc.), todos los componentes se galvanizan en caliente según normas como ASTM A123 o ISO 1461. (GUANGXIN, Equipo de comunicación Guangzhou Guangxin Co., Ltd., 2022)

El recubrimiento de zinc prolonga significativamente la vida útil de la torre, reduciendo mantenimiento estructural. (GUANGXIN, Equipo de comunicación Guangzhou Guangxin Co., Ltd., 2022)

7.37. Funciones del acero en Ingeniería Civil para torres 5G

7.37.1. Soporte estructural principal:

Los miembros principales de la torre (patas, diagonales de celosía) deben resistir cargas de viento, peso propio y de equipos sin deformarse permanentemente. El acero de alta resistencia como A572 Gr50 es ideal por su elevada fluencia y resistencia a tracción. (GUANGXIN, Productos de torres de acero para telecomunicaciones, 2021)

7.37.2. Conexión y rigidez estructural:

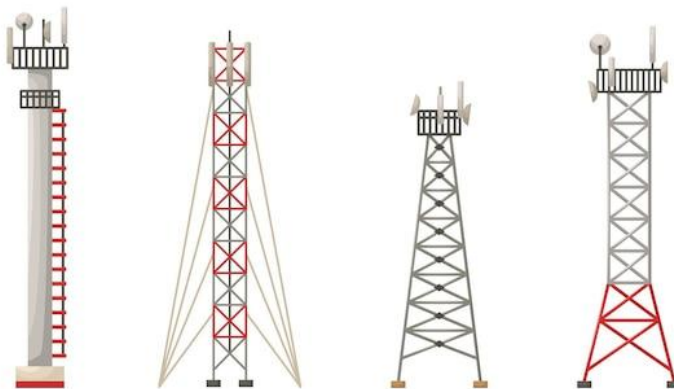
Partes como braceado, placas de conexión y arriostres están hechas de aceros como A36 o equivalentes, que combinan soldabilidad y ductilidad para formar estructuras trianguladas resistentes. (Shu, 2025)

7.37.3. Protección contra corrosión:

El galvanizado protege los perfiles de acero frente a ambientes agresivos, impidiendo la corrosión y degradación con el tiempo, un aspecto importante porque las torres están permanentemente expuestas. (GUANGXIN, Equipo de comunicación Guangzhou Guangxin Co., Ltd., 2022)

Figura 29

Mástiles



Fuente: Mástiles de radio y torres

CONCLUSIÓN

Las reacciones calculadas en los apoyos demuestran cómo la base y los puntos de sujeción “responden” eficazmente a las solicitaciones: resisten empujes horizontales hacia afuera y absorben cargas verticales concentradas, sin necesidad de momentos de empotramiento. Estos hallazgos, además de confirmar el equilibrio global, son un insumo fundamental para diseñar la infraestructura de soporte. Las cimentaciones (ya sean pilotes, zapatas aisladas o anclajes) deben ser dimensionadas para soportar al menos las fuerzas verticales y horizontales calculadas, tomando en cuenta la capacidad portante del terreno y factores de seguridad adicionales. En particular, los empujes horizontales pueden necesitar una verificación adicional para evitar el deslizamiento y el vuelco, dos elementos esenciales en la elaboración de diseños geotécnicos.

El hecho de que no haya momentos de reacción demuestra que el sistema fue modelado con soportes articulados, lo cual significa que no hay restricción rotacional o desarrollo de momento de empotramiento. Esto valida que la conducta estructural dominante es axial, no flexional, lo cual es propio de los sistemas triangulados eficaces y las cerchas.

En resumen, el análisis verifica la estabilidad a nivel mundial de la estructura tipo puente colgante simplificado, muestra consistencia entre el modelo numérico y la teoría estructural, y ofrece una base firme para las fases subsiguientes de verificación y diseño. La metodología usada para la evaluación estructural se confirma como un método fiable, y la conducta observada muestra una distribución eficaz de los esfuerzos.

Para finalizar, el análisis de las estructuras integradas permite comprender que el diseño estructural ha experimentado una transformación importante en comparación con los enfoques tradicionales. Durante mucho tiempo, el estudio de las estructuras se centró principalmente en la verificación de resistencia, estabilidad y servicio de los elementos estructurales. Sin embargo, las demandas actuales de la construcción han ampliado esta perspectiva, incorporando aspectos relacionados con la eficiencia energética, la sostenibilidad, la adaptabilidad de los espacios y la coordinación entre diferentes disciplinas que participan en un proyecto.

El desarrollo de nuevas tecnologías, materiales avanzados y herramientas de modelado digital ha facilitado la posibilidad de integrar diversos sistemas dentro de un mismo proceso de diseño. De esta manera, la estructura deja de concebirse como un conjunto aislado de elementos portantes y pasa a formar parte de un sistema más amplio que interactúa con componentes arquitectónicos, instalaciones mecánicas, eléctricas y sanitarias, así como con criterios ambientales y constructivos. Esta interacción permite optimizar el comportamiento de las edificaciones, mejorar su desempeño frente a diferentes condiciones de carga y prolongar su vida útil.

Asimismo, el enfoque integrador promueve una mayor coordinación entre los profesionales involucrados en el desarrollo de una obra, favoreciendo procesos de diseño colaborativo que permiten anticipar problemas, reducir conflictos constructivos y optimizar el uso de recursos. La incorporación de plataformas digitales, como los modelos de información de la construcción, facilita la simulación y evaluación del comportamiento estructural desde las primeras etapas del proyecto, lo que contribuye a tomar decisiones más informadas y coherentes con las necesidades reales de la infraestructura.

En consecuencia, la aplicación de estos principios permite avanzar hacia soluciones estructurales más eficientes, seguras y adaptables a los cambios que puedan presentarse durante la vida útil de una edificación. La ingeniería civil, por lo tanto, continúa evolucionando hacia enfoques que integran conocimiento técnico, innovación tecnológica y responsabilidad ambiental, con el propósito de desarrollar infraestructuras capaces de responder a los desafíos actuales y futuros de la sociedad.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Afzal, M., Li, R. Y. M., Ayyub, M. F., Shoaib, M., & Bilal, M. (2023). Towards BIM-Based Sustainable Structural Design Optimization: A Systematic Review and Industry Perspective. In *Sustainability (Switzerland)* (Vol. 15, Issue 20). Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI). <https://doi.org/10.3390/su152015117>
- Costa Couceiro, M. (2024). *BIONIC DESIGN AND THE THIRD CULTURE _ MAURO COSTA COUCEIRO*.
- Enríquez-Zárate, J., & Silva-Navarro, G. (2014). Active vibration control in building-like structures submitted to earthquakes using multiple positive position feedback and sliding modes. *DYNA (Colombia)*, 81(188), 83–91. <https://doi.org/10.15446/dyna.v81n188.40097>
- González, C., Vilatela, J. J., Molina-Aldareguía, J. M., Lopes, C. S., & LLorca, J. (2017). Structural composites for multifunctional applications: Current challenges and future trends. In *Progress in Materials Science* (Vol. 89, pp. 194–251). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2017.04.005>
- Mlote, D. S., Budig, M., & Cheah, L. (2024). Adaptability of buildings: a systematic review of current research. In *Frontiers in Built Environment* (Vol. 10). Frontiers Media SA. <https://doi.org/10.3389/fbuil.2024.1376759>
- NEC-SE-HM. (2015). *ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO*.
- Paola, N., & Londoño, T. (2021). *DOMOS DESPLEGABLES MÉTODO GEOMÉTRICO A PARTIR DE POLÍGONOS REGULARES*.
- Parracho, D. F. R., Nour El-Din, M., Esmaeili, I., Freitas, S. S., Rodrigues, L., Poças Martins, J., Corvacho, H., Delgado, J. M. P. Q., & Guimarães, A. S. (2025). Modular Construction in the Digital Age: A Systematic Review on Smart and Sustainable Innovations. In *Buildings* (Vol. 15, Issue 5). Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI). <https://doi.org/10.3390/buildings15050765>
- ACI CODE. (2025). *ACI CODE-318-25 Building Code for Structural Concrete-Code Requirements and Commentary Reported by ACI Committee 318 SI*. www.concrete.org
- Tensar. (2025). *Losas huecas Tensar*. <http://www.tensar.com.ar/>
- Zhang, S., Tang, Y., Zou, Y., Yang, H., Chen, Y., & Liang, J. (2024). Optimization of architectural design and construction with integrated BIM and PLM methodologies. *Scientific Reports*, 14(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-024-75940-x>
- Angelica Luiza. (2017). CONCEPTOS HIPERESTÁTICA E ISOSTÁTICA - DIFERENCIAS. Obtenido de <https://angelicaluizagab.blogspot.com/2017/06/conceptos-hiperestatica-e-isostatica.html>
- Carlos Lázaro. (2012). Obtenido de Cálculo de Estructuras Isostáticas: file:///C:/Users/USUARIO/Downloads/C-Lazaro_Calculo-de-Estructuras-Isostaticas_2012.pdf
- Cedeño Figueroa, C. R. (2023). Criterio para el desarrollo de los análisis probabilísticos del riesgo sísmico en el cantón Jipijapa aplicando sucesión de Fibonacci. Universidad Estatal del Sur de Manabí
- Del Aguila Diego. (2020). Vigas Isostaticas. Obtenido de <https://es.scribd.com/document/457636945/vigas-isostaticas>
- Estudiantes del 6to A4. (2025). Evaluación de vulnerabilidad sísmica en infraestructuras educativas de la zona sur de Manabí mediante análisis de datos históricos y modelado geoestructural [Proyecto de aula]. Facultad de Ciencias Técnicas, Universidad Estatal del Sur de Manabí.
- Mora Jaime. (2015). Diseño Basico de Concreto Reforzado Vigas Isostaticas. Obtenido de https://books.google.com.ec/books?hl=es&lr=&id=8Ok0DwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR8&dq=+vigas+isost%C3%A1ticas&ots=YsTxBFcq6&sig=CCPxM_6nMI2g934MCE8kXSY0QIg&redir_esc=y#v=onepage&q=vigas%20isost%C3%A1ticas&f=false

Aguiar Falconí, R. (s.f.). *Coordenadas generalizadas y grados de libertad* (Capítulo 1). En *Análisis matricial de estructuras*. CEINCI-ESPE.