


EDITORIAL RUNAIKI

ESTRUCTURAS ESPECIALES ENFOCADAS EN PUENTES COLGANTES

ISBN: 978-9942-846-95-2

AUTORES:

**Montalbán Moreira Elian Gabriel
Marcillo Merino Gery Lorenzo
Zambrano Alcívar Euro Bernardo
Paltin Puglla Pablo Ariel
Muñiz García Marvin**



DEDICATORIA

"A todos aquellos que ven en la ingeniería no solo una profesión, sino un arte de construir el futuro. Que este libro sea una herramienta para desafiar límites, resolver problemas y transformar ideas en realidades. Porque la verdadera innovación nace de la curiosidad y el esfuerzo constante."

ELIAN MONTALBAN

INDICE

Capítulo I.....	1
1.1 ESTRUCTURAS ESPECIALES	1
1.1.1 Puente Colgante.....	1
1.2 APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE PUENTES COLGANTE	3
1.2.1 Estudio Analítico de puentes colgantes.....	4
1.2.2 Formulación de la Ecuaciones.....	6
1.2.3 Carga Ultima	6
1.2.4 Catenaria.....	7
1.2.5 Matriz de Rigidez	12
1.2.6 Tensión de los cables en las columnas y longitud del cable columna a columna	14
1.2.7 Presupuestos de referencia para la construcción de un puente colgante, teniendo en cuenta que estos pueden variar dependiendo del tamaño, material, ubicación y otros factores.....	14
Capítulo II	16
2.1 Seguridad en la Construcción de un Puente Colgante	16
2.1.1 Introducción.....	16
2.1.2 Riesgos Asociados a la Construcción de Puentes Colgantes	17
2.1.3 Medidas de seguridad para la construcción de puentes colgantes	22
2.1.4 Protección contra caídas	28
2.1.5 Seguridad en la manipulación de materiales y equipo	29
2.1.6 Seguridad en la excavación y cimentación	30

2.1.7 Emergencias y respuesta a incidentes	32
2.1.8 Conclusión	33
capitulo 3	35
3.1 Metodología de cálculo para la construcción de un puente colgante	35
3.1.1 Objetivos:	35
3.1.2 Identificar variables	35
3.1.3 Seleccionar ecuaciones y fórmulas.....	36
3.1.4 Establecer suposiciones:.....	38
3.1.5 Desarrollar un modelo matemático:	40
3.1.6 Validar el modelo: Verificar la precisión del modelo mediante comparación con resultados experimentales, simulaciones o cálculos existentes.....	43
3.1.7 Aplicar el modelo	45
3.1.8 Interpretar resultados	47
3.1.9 Refinar el modelo	49
capitulo 4	52
4.1 Prediseño de un Puente colgante de 60 metros de longitud	52
4.1.1 Carga ultima	53
4.1.2 Calculo de Catenaria.....	53
4.1.3 Tensión de los cables en las columnas y longitud del cable columna a columna	55
4.1.4 Péndolas.....	56
4.1.5 Tubo de piso	56
4.1.6 Columna principal	57

4.1.7 Cordón o Cable Principal	60
4.1.8 Tablones.....	61
4.1.9 Comprobación en el SAP 2000	62
4.2 Prediseño de un Puente colgante de 20 metros de longitud	66
4.2.1 Se procederá con el diseño de un puente colgante de acuerdo a las directrices establecidas.....	66
referencias.....	128

CAPÍTULO I

1.1 ESTRUCTURAS ESPECIALES

1.1.1 Puente Colgante

Menciona Arenas: “si algo caracteriza a los mejores puentes de nuestra era es la coincidencia total que en ellos se da entre forma y estructura, de modo que su aspecto externo revela con total claridad sus mecanismos resistentes”. Es por ello –continúa– “que sus formas han de ser producto de una búsqueda rigurosa de la mejor verdad estructural, tomando verdad en el sentido de valores auténticos de resistencia, eficiencia, economía, e incluso, de durabilidad. Lo que supone rechazar de pleno, no hace falta decirlo, cualquier frivolidad de belleza superficial, no acompañando a esa realidad estructural”(Nárdiz, 2017).

Los puentes colgantes no solo son un logro de la ingeniería, sino también un ícono arquitectónico en muchas ciudades, combinando estabilidad con belleza.

En los extensos territorios americanos la construcción primitiva de puentes colgantes tuvo un origen incierto que es además imposible de datar. La falta de escritos entre las comunidades indígenas prehispánicas y la dificultad para establecer fechas de sus logros constructivos obliga a recurrir a documentos redactados por los propios españoles durante el período de conquista. Se sabe así que en algunos casos, los españoles se sorprendieron por las técnicas de construcción y por las dimensiones empleadas en el desarrollo de este tipo de estructuras(Galindo Díaz, 2010,).

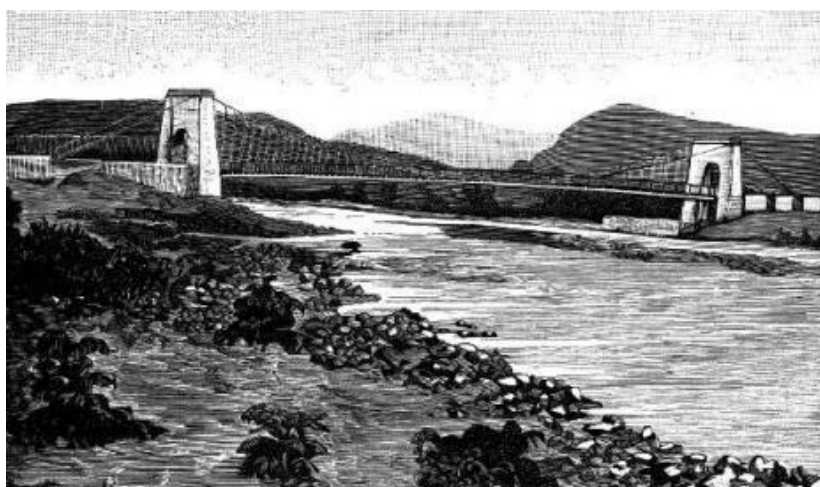
Casos como los siguientes fueron registrados aún hasta la mitad del siglo XIX a través de ilustraciones que han sido preservadas como acompañamiento de crónicas de expediciones extranjeras a lo profundo de los territorios andinos, tal como se aprecia en la siguiente Grafico 1 y Grafico 2.

Gráfico 1
Puente de fibras vegetales sobre el rio Pampas (Perú)



Fuente: (Squier, 1877:558)

Gráfico 2
Puente sobre el rio Suaza, en el Tolima, del ingeniero E.G. Barney (grabado de Vargas)



Fuente: Papel periódico ilustrado, Bogotá, vol. 4, No. 84, febrero 5 de 1885.

Es fácil deducir que, en estos puentes, como en los que se construirían años más tarde con métodos industrializados, la elección de un sitio apropiado era el primer paso en el proceso de construcción: debido a su forma geométrica, debían quedar protegidos de las corrientes de los ríos, ubicándose en la mayoría de los casos donde el cauce fuese estrecho y permitiendo siempre que la distancia libre entre los extremos fuese a la vez la más corta posible. Existen pruebas, gracias a muchas citas similares a las mencionadas

anteriormente, de que los materiales usados en la fabricación de los cables no eran más que fibras vegetales trenzadas las cuales conformaban cuerdas muy gruesas resistentes a la tracción. Las cuerdas, a su vez, se acompañaban de piezas de madera atadas entre sí para dar forma al tablero o piso, aunque también estas últimas podían usarse como cuñas allí donde las cuerdas se ataban por sus extremos a bloques naturales de piedra que servían de apoyos(Galindo Díaz, 2010).

En cualquier situación, la limitada durabilidad de los materiales requería un mantenimiento constante, sin que existiera una fórmula estándar para fabricar los componentes. Esto dio lugar a que las técnicas empleadas variaran de un sitio a otro.

Lo que resulta evidente es que, en todo el territorio americano, se desarrolló un laborioso trabajo artesanal que abarcaba desde el secado de fibras vegetales de diversas plantas hasta la compleja tarea de atarlas, unir las y tejerlas para crear piezas largas y resistentes. Gracias a esto, muchas comunidades indígenas pudieron atravesar geografías complejas y superar obstáculos naturales a través de una extensa red de senderos(Tarragó & González, 2005).

1.2 APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE PUENTES COLGANTE

Por otro lado, a nivel mundial, los proyectos de grandes infraestructuras han vuelto a poner de moda los puentes colgantes. El cruce de los estrechos de Gibraltar y de Messina, el comienzo de la construcción del puente sobre el Gran Belt en Dinamarca (1624 metros de luz), y la construcción del puente de Akashi-Kaikyo en Japón (1990 metros de luz), van despertando la curiosidad y el interés de todos los ingenieros estructurales. Prueba de ello son, a nivel español, la Jornada Técnica sobre puentes colgantes organizada por la Asociación Técnica Española del Pretensado en mayo de 1994 y a nivel mundial, la Conferencia sobre puentes suspendidos celebrada en Deauville en octubre de 1994(Cobo del Arco & Bengoechea, 1996).

A pesar del renovado interés, los ingenieros enfrentan dificultades para comprender el funcionamiento de un sistema estructural clásico. El diseño moderno de puentes colgantes requiere el uso de programas numéricos basados en el método de elementos finitos, pero interpretar los resultados puede ser complicado. Además, realizar un análisis paramétrico con este tipo de software es casi inviable.

Este artículo busca facilitar la comprensión del comportamiento estructural de un puente colgante y familiarizar al lector con conceptos clave. Para ello, se divide en tres partes. La primera aborda las ecuaciones de la teoría de segundo orden (conocida como deflection theory), presentando estas ecuaciones de forma no dimensional e identificando los parámetros que influyen en el comportamiento estático y dinámico de los puentes colgantes. También se ofrecen fórmulas simplificadas para calcular la carga última, el foco, la catenaria y la matriz de rigidez y en el diseño de puentes colgantes.

En la segunda parte, se introduce una matriz de rigidez explícita para un cable parabólico bajo cargas verticales, donde se distinguen claramente los términos no lineales. Esta matriz, también expresada de forma no dimensional, permite realizar estudios paramétricos de manera más accesible y puede integrarse en un programa estructural general.

Finalmente, se aplica el método numérico propuesto para el análisis paramétrico de puentes colgantes. Se incluyen varias gráficas no dimensionales que sirven como referencia inicial en el diseño y que ayudan a entender las principales características de la respuesta estructural de este tipo de puentes.

1.2.1 Estudio Analítico de puentes colgantes

En esta sección se describen algunos métodos analíticos para el cálculo de puentes colgantes. Existen diversas configuraciones estructurales posibles, ya sea con uno o varios vanos, con un tablero articulado o continuo, y con cables que pueden deslizarse o no por encima de las torres. Bajo las hipótesis que se establecerán, los métodos presentados son

aplicables, en principio y salvo indicación contraria, a cualquier tipo de puente colgante, siempre que el cable pueda deslizarse libremente sobre la torre.

Gráfico 3

Esquema longitudinal de algunos puentes colgantes clásicos

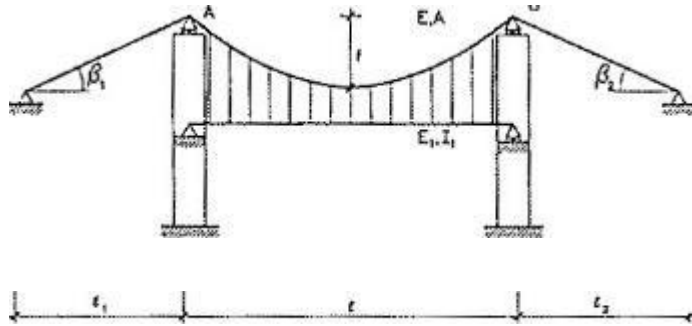


Figura a.

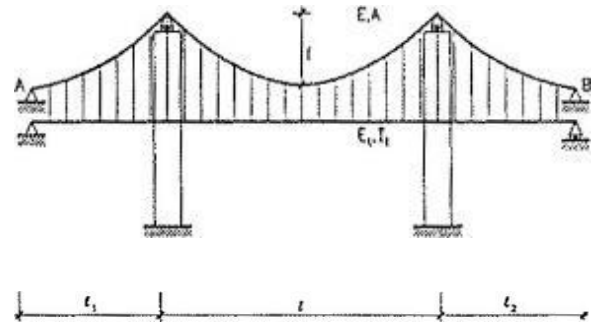


Figura b.

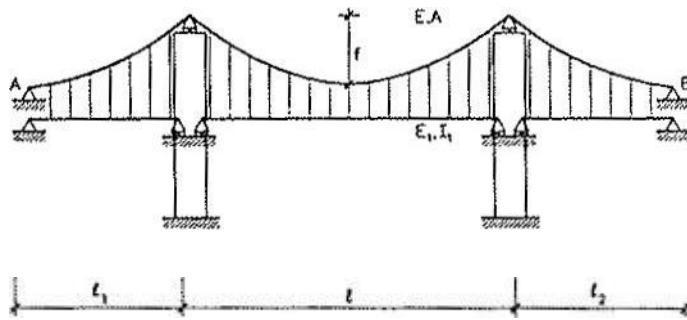
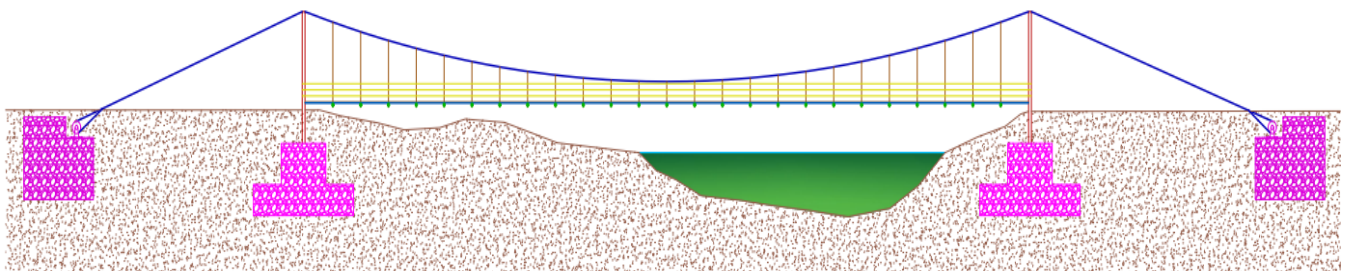


Figura c.

En general, cuando el cable está anclado a las pilas, estas suelen ser lo suficientemente flexibles como para que su rigidez se pueda despreciar.

Gráfico 4

Prototipo de Puente colgante



1.2.2 Formulación de la Ecuaciones

Considérese un puente colgante clásico (Grafico 4) y sean las siguientes consideraciones:

1. El puente se construye de tal manera que, ante peso propio, los esfuerzos en el tablero son despreciables.
2. Las péndolas son inicialmente verticales.
3. El número de péndolas se considera suficientemente alto como para que las cargas que se transmiten al cable puedan considerarse como repartidas.
4. El cable portante se comporta perfectamente flexible, o en palabras de James Bernouilli, es capaz de transmitir únicamente fuerzas en su dirección tangente.

1.2.3 Carga Ultima

El cálculo de la carga última en una estructura sirve para determinar la máxima carga que la estructura puede soportar antes de fallar o colapsar. Este análisis es crucial para garantizar la seguridad y estabilidad de la construcción, ya que permite evaluar el límite de resistencia de los materiales y elementos estructurales bajo condiciones extremas. Al conocer la carga última, se pueden diseñar estructuras más seguras, establecer factores de seguridad adecuados y prevenir fallas catastróficas en situaciones como sobrecargas, terremotos o condiciones imprevistas con la notación de la siguiente ecuación.

$$Cu = 1,2(Cm) + 1,6(Cv) \quad (1)$$

La carga muerta (Cm), es el peso permanente que una estructura debe soportar debido a los elementos propios de la construcción en este caso del puente colgante, como vigas, péndolas, tablero, y cualquier componente estructural fijo. Estas cargas son constantes a lo largo del tiempo y no varían, ya que provienen de los materiales de construcción mismos, como el concreto, acero, madera, entre otros. La carga muerta se

considera en el diseño para asegurar que la estructura pueda resistir su propio peso de forma segura y estable, esta constatación varía según el criterio del diseñador.

La carga viva (C_v), es aquella carga variable que una estructura debe soportar debido al uso y ocupación temporal, como el peso de personas, muebles, vehículos o cualquier otro objeto que no forme parte permanente de la construcción. A diferencia de la carga muerta, la carga viva puede cambiar en magnitud y ubicación a lo largo del tiempo. Su análisis es esencial para garantizar la seguridad y funcionalidad de la estructura en diferentes condiciones de uso.

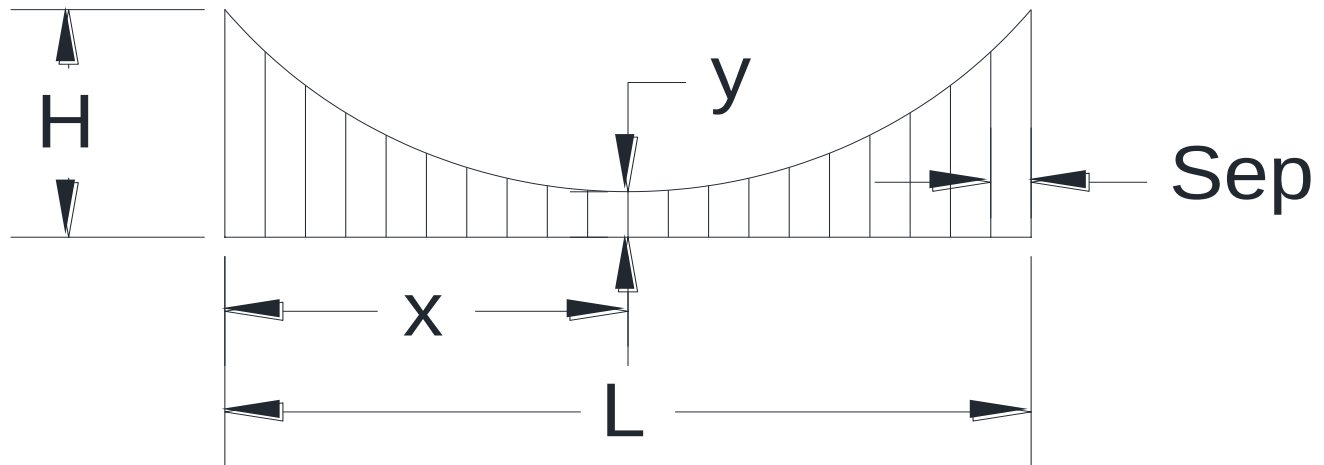
1.2.4 Catenaria

La palabra catenaria (en latín, cadena) se debe a que los primeros problemas de la teoría de cables se ocupaban de la forma que debía adoptar una cadena bajo el efecto de su peso propio (Palladares & Rodríguez, 2008).

Las catenarias son curvas matemáticas que describen la forma que toma una cuerda flexible y suspendida por sus extremos bajo la influencia de la gravedad. La catenaria es el resultado de una ecuación que modela el comportamiento de una cadena o cable cuando está suspendido entre dos puntos y soporta su propio peso. La forma precisa de esta curva es de particular interés en ingeniería y arquitectura.

El cálculo de una catenaria es esencial para entender cómo se comporta un cable o una cadena colgado entre dos puntos y sujeto solo a su peso. La catenaria describe la curva que adopta un cable flexible y homogéneo bajo la acción de la gravedad.

Gráfico 5
Variables a considerar



Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de Catenaria o Parábola, se debe tener en consideración el cálculo del foco (p), ya que es el punto específico donde se concentra una carga o una tensión en la estructura. Esto es importante para evaluar cómo esa carga o tensión afecta al comportamiento general de la estructura.

$$p = \frac{x^2}{4(H - y)} \quad (2)$$

A continuación, la ecuación de Catenaria (Y):

$$Y = \frac{X^2 - 4PH}{4P} \quad (3)$$

Para que sea optima la catenaria debe cumplir con las siguientes condiciones:

a) La componente en x (θ) debe de ser menor a la componente en y (α).

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{x}{H} \right) \quad (4)$$

b) La altura “y”, debe estar ente un 10 - 15% de “H”.

1.2.4.1 Aproximación a la Catenaria por medio de la parábola

Es habitual, con cables bien tensados y con poca flecha, simplificar, a efectos de cálculo, la ecuación de la catenaria. En particular, para relaciones entre flecha y luz comprendidas entre:

$$\frac{1}{20} \leq \frac{\text{flecha}}{\text{luz}} \leq \frac{1}{5} \quad (5)$$

Recordando que una función puede desarrollarse en serie de Mclaurin:

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} * f'(x) + \frac{x^2}{2!} * f''(x) + \dots + \frac{x^n}{n!} * f^n(x) + \dots \quad (6)$$

Se puede desarrollar la ecuación de la catenaria:

$$y = a * \cosh \frac{x}{a} \quad (7)$$

en serie de Mclaurin,

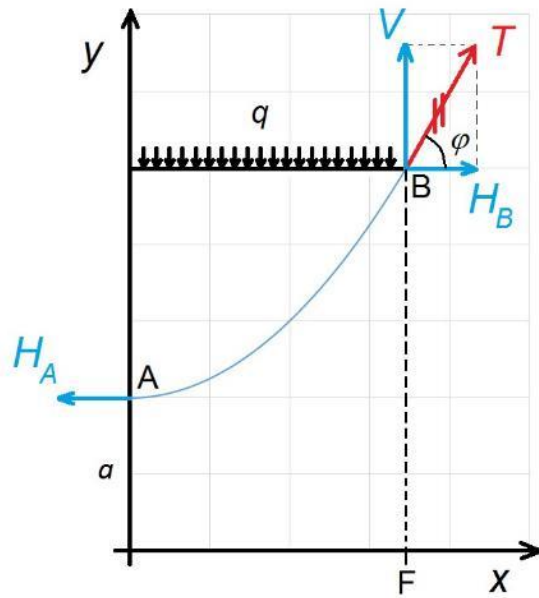
$$y = a * \left(1 + \frac{x^2}{a^2 * 2!} + \frac{x^4}{a^4 * 4!} + \dots \right) \quad (8)$$

Como la magnitud de a es en la práctica muy grande respecto de x , en zonas no muy alejadas del origen, los dos primeros términos pueden ser suficientes para aproximar la ecuación de la catenaria. De este modo, obtenemos una parábola:

$$y = a * \left(1 + \frac{x^2}{2 * a^2} \right) \quad (9)$$

Esta es la ecuación de un hilo infinitamente flexible sometido a una sobrecarga uniforme q horizontal, se comprueba seguidamente.

Gráfico 6
Estático de Fuerzas



Fuente: En efecto, por equilibrio estático de fuerzas (ver figura5).

$$H_A = H_B = H \quad (10)$$

$$V = q * x \quad (11)$$

Tomando momentos en F, resulta:

$$q * b * y = q * \frac{x^2}{2} \rightarrow y = \frac{x^2}{2 * b} \quad (12)$$

Si descomponemos H en un producto de factores,

$$H = q * b \quad (13)$$

Entonces,

$$q * b * y = q * \frac{x^2}{2} \rightarrow y = \frac{x^2}{2 * b} \quad (14)$$

Es decir, la expresión de una parábola.

Tomando momentos respecto a B,

$$H_A * (y - a) - q * x * \frac{x}{2} = 0 \quad (15)$$

Luego deducimos que, también en la parábola, la componente horizontal de la tensión es constante:

$$H_A = q * \frac{x^2}{2 * (y - a)} = q * \frac{x^2}{2 * \frac{x^2}{2 * a}} = q * a \quad (16)$$

Es decir, que las componentes de la tensión en un punto cualquiera serán:

$$H = q * a \quad (17)$$

$$V = q * x \quad (18)$$

También podríamos desarrollar el arco. En efecto, como:

$$s = a * \tan \varphi \quad (19)$$

Desarrollando en serie:

$$s = a * \left[\frac{x}{a} + \frac{1}{3!} * \left(\frac{x}{a} \right)^3 + \frac{1}{5!} * \left(\frac{x}{a} \right)^5 + \dots \right] \quad (20)$$

Tomando solo los dos primeros términos,

$$s = a * \left[\frac{x}{a} + \frac{x^3}{6 * a^3} \right] = x * \left[1 + \frac{x^2}{6 * a^2} \right] \quad (21)$$

Se podría abordar el cálculo de catenarias a base de parábolas (cables bien tensados y poca flecha) sustituyendo el peso por unidad de longitud del cable p por una sobrecarga uniforme horizontal equivalente q .

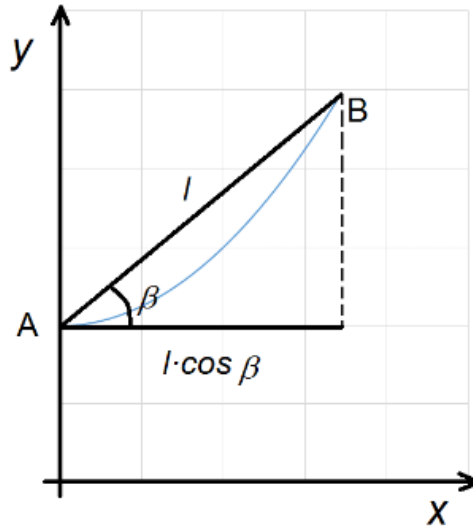
En un tramo suficientemente pequeño de cable, se puede sustituir la longitud de la catenaria por la cuerda que une los dos puntos A y B. Al igualar los pesos,

$$l - p = q * l * \cos \beta \quad (22)$$

Y, por tanto, la sobrecarga uniforme horizontal equivalente valdría:

$$q = \frac{p}{\cos \beta} \quad (23)$$

Gráfico 7
Sobrecarga uniforme horizontal



Fuente: Por tanto, cuando tenemos dos puntos, A y B, y se sustituye la catenaria por una parábola, la cuerda entre ambos puntos se toma como longitud de la catenaria. La mayoría de los cálculos se hacen a base de parábolas con esta simplificación y aprovechando las propiedades de la catenaria.

1.2.5 Matriz de Rigidez

El elemento que conecta las diferentes partes de una estructura se llama enlace o nudo. Este enlace tiene dos funciones principales: por un lado, evita o limita los movimientos relativos entre las piezas, y por otro, transmite las cargas que soporta una pieza a las demás.

Cada vez que se restringe un movimiento en el punto de unión (lo que se conoce como grado de libertad), el enlace genera una reacción interna en las piezas que están conectadas. Estas reacciones son iguales en magnitud, pero de sentido opuesto en las dos piezas que se unen. En las estructuras planas, existen varios tipos de enlaces, dependiendo de los movimientos que se restrinjan en el punto de unión. La matriz de rigidez es una herramienta fundamental en el análisis estructural que describe la relación entre las fuerzas aplicadas a una estructura y los desplazamientos resultantes en sus nodos. Se

utiliza principalmente en el método de los elementos finitos para resolver problemas de elasticidad y resistencia de materiales en estructuras como vigas, marcos y otros sistemas(Blanco et al., 2015).

En su forma más básica, la matriz de rigidez, denotada generalmente como $[K]$, relaciona el vector de fuerzas nodales $\{F\}$ con el vector de desplazamientos nodales $\{u\}$ mediante la siguiente ecuación:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (24)$$

Aquí:

1. $[K]$ es la matriz de rigidez, que depende de las propiedades geométricas y de los materiales de la estructura.
2. $\{F\}$ es el vector de fuerzas nodales aplicadas.
3. $\{u\}$ es el vector de desplazamientos nodales.

Para una barra unidimensional con dos nodos y un solo grado de libertad por nodo, la matriz de rigidez sería:

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Donde:

1. E es el módulo de elasticidad del material.
2. A es el área de la sección transversal.
3. L es la longitud de la barra.

La matriz de rigidez se usa para ensamblar la matriz global de rigidez de sistemas complejos, como estructuras con múltiples elementos. Una vez ensamblada, se resuelve el sistema de ecuaciones para encontrar los desplazamientos nodales, que luego permiten calcular las tensiones, deformaciones y fuerzas internas en la estructura.

1.2.6 Tensión de los cables en las columnas y longitud del cable columna a columna

El cálculo de la tensión en un elemento estructural se refiere a determinar la fuerza interna que actúa a lo largo de ese elemento. La tensión (T) es una medida de la fuerza por unidad de área y se calcula generalmente con la siguiente fórmula:

$$T^{\circ} = F_H = \frac{w + L^2}{2 * h} \quad (26)$$

La tensión máxima es la mayor tensión que un material o elemento estructural puede soportar antes de romperse o sufrir una falla significativa. Es un valor crítico en ingeniería, ya que permite determinar el límite de resistencia de los materiales y garantizar que las estructuras operen dentro de condiciones seguras.

$$T_{max} = \sqrt{(F_H)^2 + (W_o * L)^2} \quad (27)$$

$$T_{max} = W_o * L * \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2 * h}\right)^2} \quad (28)$$

1.2.7 Presupuestos de referencia para la construcción de un puente colgante, teniendo en cuenta que estos pueden variar dependiendo del tamaño, material, ubicación y otros factores

- Puente colgante pequeño (10-20 metros de longitud):
 - Costo de construcción: \$200,000 - \$500,000
 - Costo de materiales: \$50,000 - \$100,000
 - Costo de mano de obra: \$100,000 - \$200,000
- Puente colgante mediano (20-50 metros de longitud):
 - Costo de construcción: \$500,000 - \$1,500,000
 - Costo de materiales: \$100,000 - \$300,000

- Costo de mano de obra: \$200,000 - \$500,000
- Puente colgante grande (50-100 metros de longitud):
- Costo de construcción: \$1,500,000 - \$3,500,000
- Costo de materiales: \$300,000 - \$600,000
- Costo de mano de obra: \$500,000 - \$1,000,000
- Puente colgante muy grande (más de 100 metros de longitud):
- Costo de construcción: \$3,500,000 - \$6,000,000
- Costo de materiales: \$600,000 - \$1,200,000
- Costo de mano de obra: \$1,000,000 - \$2,000,000

El costo de construir un puente colgante depende de varios factores, como su tamaño, los materiales empleados, la ubicación y la mano de obra necesaria. Un puente pequeño, de entre 10 y 20 metros de largo, puede costar entre \$200,000 y \$500,000 en total, con materiales que rondan los \$50,000 a \$100,000 y costos laborales de \$100,000 a \$200,000. Si se trata de un puente mediano, de entre 20 y 50 metros, el presupuesto aumenta, situándose entre \$500,000 y \$1,500,000, con materiales que oscilan entre \$100,000 y \$300,000, y mano de obra de \$200,000 a \$500,000. Para estructuras más grandes, de entre 50 y 100 metros, el costo total puede estar entre \$1,500,000 y \$3,500,000, con materiales de \$300,000 a \$600,000 y costos laborales de \$500,000 a \$1,000,000. Finalmente, los puentes colgantes de más de 100 metros pueden requerir una inversión de entre \$3,500,000 y \$6,000,000, con materiales que van desde \$600,000 hasta \$1,200,000 y costos de mano de obra entre \$1,000,000 y \$2,000,000. Estos valores pueden variar según las condiciones específicas del proyecto y la región donde se construya.

CAPÍTULO II

2.1 SEGURIDAD EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN PUENTE COLGANTE

2.1.1 Introducción

Un puente colgante es una estructura compuesta principalmente por dos cables de acero que se extienden longitudinalmente sobre dos torres y se anclan en ambos extremos a bloques de hormigón. El tablero del puente se sujeta a estos cables mediante péndolas y puede estar hecho de diversos materiales, permitiendo el cruce de personas y ciclistas. Estos puentes suelen utilizarse en áreas de difícil acceso, y su beneficio es muy alto, ya que desde tiempos antiguos ha sido necesario superar obstáculos naturales (Mena & Ochoa, 2018, p. 9).

El empleo de cables de acero como elementos clave en la estructura de un puente busca sacar provecho de la alta resistencia del acero bajo tensión. Normalmente, estos puentes se diseñan con tres vanos, siendo el vano central el que se encuentra suspendido, mientras que los laterales pueden estar suspendidos o no. Este tipo de estructuras tiene la capacidad de abarcar grandes distancias, facilitando la conexión entre zonas que se encuentran muy alejadas entre sí.

Desde el punto de vista técnico, los puentes colgantes han evolucionado para enfrentar desafíos complejos, como la resistencia a terremotos y vientos extremos, utilizando materiales de alta resistencia y tecnologías avanzadas. Su importancia radica no solo en su capacidad para conectar geografías complejas, sino también en su papel como símbolo de progreso, innovación y la superación de barreras naturales a través de la ingeniería avanzada.

2.1.1.1 Objetivos del capítulo

1. **Garantizar la protección de los trabajadores durante las fases de construcción**, implementando medidas de seguridad que minimicen los riesgos asociados a trabajos en altura, manejo de equipos pesados y condiciones ambientales adversas.
2. **Asegurar la integridad estructural del puente durante su construcción**, mediante la aplicación de protocolos rigurosos de supervisión y control de calidad en materiales, montaje de componentes y estabilidad temporal de la estructura, para evitar colapsos o fallas durante el proceso constructivo.
3. **Establecer un plan de gestión de riesgos efectivo**, que identifique y evalúe peligros potenciales en cada etapa de la construcción, permitiendo una respuesta rápida y adecuada ante emergencias o situaciones inesperadas.
4. **Promover la formación y capacitación continua del personal involucrado en la obra**, garantizando que todos los trabajadores conozcan y apliquen correctamente las normativas de seguridad y las mejores prácticas para prevenir accidentes y mantener un entorno laboral seguro.

2.1.2 Riesgos Asociados a la Construcción de Puentes Colgantes

Los aspectos a considerar incluyen el riesgo de que el puente colapse, al igual que las estructuras temporales utilizadas durante su construcción. Este riesgo puede aumentar debido a fenómenos naturales como vendavales, crecidas de ríos, deslizamientos de tierra y terremotos, además del peligro de accidentes para los trabajadores involucrados en las distintas etapas de la obra.

Gráfico 8
Colapso de un Puente Colgante



Fuente: Puente Tacoma Narrows, derrumbado debido al fenómeno de resonancia mecánica.

Entre los riesgos más comunes en la construcción de puentes se encuentran:

- **Golpes, aplastamiento y sofocamiento:** especialmente en tareas como excavaciones,

desmantelado, armado y desarme de andamios, y el izaje de materiales.

- **Caídas:** en trabajos de desmantelado en altura, armado y desarme de andamios, montaje y

desmontaje de estructuras, y en general, cualquier labor en altura.

- **Ahogamiento:** en actividades sobre o bajo agua.
- **Cortes con objetos afilados:** en tareas como el picado de concreto, la preparación y colocación

de enfierraduras, montaje de piezas, transporte de materiales y soldaduras.

- **Proyección de partículas:** en trabajos como demoliciones, picado de concreto, esmerilado y

desgaste de piezas.

- **Exposición a polvos, gases y ruidos:** en demoliciones, soldaduras, compactación de terrenos,

arenado de piezas, mezcla de cemento y operación de maquinaria.

- **Exposición a quemaduras:** en soldaduras al arco y con oxígeno, esmerilado y desgaste de piezas.

Estos riesgos suelen surgir debido a condiciones fuera de norma, ya sea por situaciones de peligro no controladas en estos ambientes tan particulares o por acciones incorrectas por parte de los trabajadores durante las distintas etapas de la construcción(ACHS, 2015).

Gráfico 9

Equipo de protección personal



Fuente: Imagen tomado desde (ACHS, 2015).

Las medidas de seguridad a implementar estarán orientadas a prevenir lesiones por caídas, caídas desde altura, proyección de partículas, y golpes por objetos o materiales. Además, se deben seguir las recomendaciones sobre el uso de andamios, grúas, métodos de izar, manejo de sustancias peligrosas y trabajos en aire comprimido, tal como se detalla en cada etapa del proceso constructivo de un puente que se aborda en este manual y sus anexos.

2.1.2.1 Caídas desde alturas

Las caídas desde alturas son una de las principales causas de accidentes en la construcción de puentes colgantes, dado que los trabajos en altura son inherentes a este tipo de proyectos. Durante la construcción, los trabajadores deben desplazarse a grandes alturas sobre torres, cables y plataformas elevadas, lo que aumenta significativamente el riesgo de caídas. Estos accidentes pueden resultar en lesiones graves o incluso fatales. Las regulaciones de seguridad, como las establecidas por la OSHA (Occupational Safety and Health Administration), exigen el uso de sistemas de protección contra caídas, que incluyen arneses, líneas de vida y redes de seguridad. Sin embargo, la implementación efectiva de estas medidas requiere una formación adecuada y la concienciación constante de los trabajadores(OSHA, 2014).

2.1.2.2 Riesgos relacionados con el uso de equipo pesado

Los riesgos operativos en la maquinaria de construcción incluyen fallos mecánicos y eléctricos, así como errores humanos, los cuales se ven agravados por la falta de mantenimiento adecuado y capacitación insuficiente del personal. La operación de maquinaria pesada puede generar riesgos como vuelcos, atrapamientos, caídas y colisiones, además de impactos negativos en el medio ambiente, incluyendo contaminación y generación de residuos. La selección incorrecta de maquinaria puede acarrear costos adicionales imprevistos, afectando la productividad, el presupuesto del proyecto y la rentabilidad general(OSHA, 2014).

Gráfico 10
Uso de equipo pesado en Puente Colgante



Fuente: Imagen tomada desde (Burbano, 2022)

2.1.2.3 Riesgos de colapso estructural

Menciona (Cusba, 2011) *“Entre 1986 y 2011, muchos puentes en Colombia colapsaron, y al analizar las razones detrás de estos derrumbes, se descubrió un dato clave: el 41 % de los puentes administrados por la Red Vial Nacional se vinieron abajo debido a crecientes y avalanchas. Es decir, el agua y la fuerza de la naturaleza fueron los principales responsables de estas fallas estructurales. Estos desastres no solo afectaron la infraestructura del país, sino que también pusieron en riesgo la seguridad de muchas personas que dependían de estos puentes para su día a día.”*

Para mejorar la seguridad de los puentes, es fundamental actualizar el módulo de inspección principal de SIPUCOL, teniendo en cuenta las temporadas de invierno. Esto significa que, antes de la llegada de las lluvias, se deben realizar inspecciones detalladas y especializadas para identificar posibles riesgos y recomendar medidas de protección y refuerzo, especialmente en los puentes ubicados sobre ríos y quebradas. Cuando el invierno termine, es igual de importante volver a inspeccionar cada estructura para evaluar su estado y tomar las medidas correctivas necesarias. Este proceso debe repetirse en cada temporada invernal para prevenir colapsos, en lugar de reaccionar cuando el daño ya está hecho. La clave está en la prevención y el mantenimiento constante (Cusba, 2011).

2.1.2.4 Otros riesgos relevantes

Además de los riesgos más evidentes, en la construcción de puentes colgantes conlleva otros peligros. Entre ellos, se encuentran los riesgos eléctricos, ya que los trabajadores pueden estar expuestos a cables eléctricos o líneas de alta tensión durante la instalación de iluminación o sistemas eléctricos en el puente. También existen riesgos de incendios, especialmente cuando se emplean soldaduras o herramientas que generan calor. La fatiga laboral es otro riesgo significativo, ya que el agotamiento de los trabajadores que realizan tareas físicamente exigentes a gran altura aumenta la probabilidad de cometer errores. Por último, las condiciones climáticas adversas, como tormentas eléctricas o nevadas, pueden agravar los riesgos en el sitio de construcción y deben ser monitoreada de manera continua.

2.1.3 Medidas de seguridad para la construcción de puentes colgantes

2.1.3.1 Planificación y diseño seguro

La seguridad en la construcción de un puente colgante comienza en la fase de planificación y diseño. Desde el inicio, ingenieros y arquitectos deben identificar los riesgos asociados al proyecto y diseñar soluciones para minimizarlos. Esto abarca la selección de materiales adecuados, el diseño de sistemas de acceso seguros y la planificación de procedimientos de montaje que reduzcan la exposición al riesgo. Además, un diseño seguro debe incluir la previsión de posibles emergencias, con rutas de evacuación y procedimientos de rescate bien definidos. Es fundamental desarrollar un plan de seguridad integral en paralelo al diseño estructural, para garantizar que todas las actividades de construcción se lleven a cabo dentro de los límites de seguridad establecidos.

Gráfico 11
Puente Colgante que no presenta Riesgo.



Fuente: Imagen tomada por autor (Puente Colgante en la comunidad Dos Bocas del Cantón Bolívar).

2.1.3.2 Procedimiento de construcción y mantenimiento

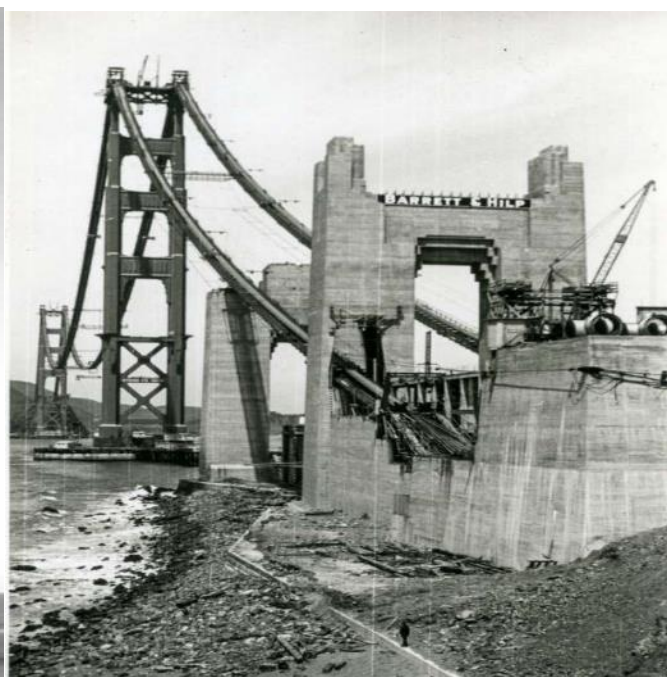
- **Secuencia de Montaje:**

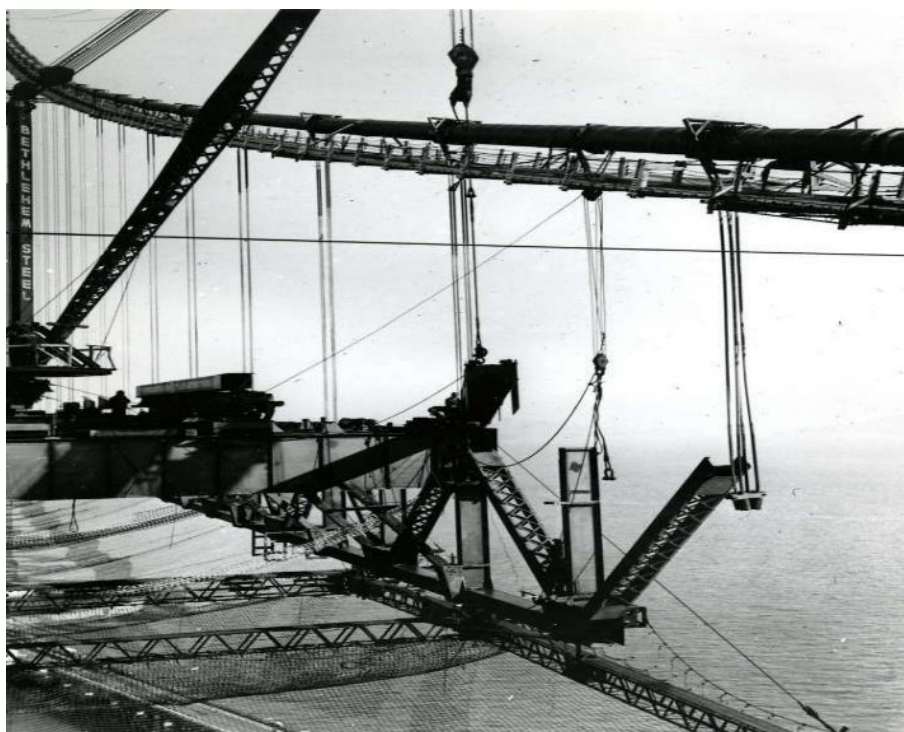
En un puente colgante, la secuencia de montaje es crítica para asegurar que la estructura mantenga su estabilidad a lo largo de las diferentes fases de construcción. La planificación cuidadosa del montaje comienza con la instalación de los cimientos y torres, seguido por la colocación de los cables principales que sostendrán la plataforma del puente. Durante este proceso, es esencial mantener un equilibrio entre las tensiones en los cables para evitar deformaciones indeseadas o un colapso parcial. Esto requiere un control preciso de la tensión en los cables mediante sistemas de tensado progresivo y una supervisión continua para ajustar cualquier desviación detectada.

- **Inspección Continua:**

La inspección continua durante la construcción es otra medida técnica vital. Esta práctica implica revisar constantemente todos los componentes instalados, asegurando que se ajusten a las especificaciones del diseño y que no haya fallos en el material o en las conexiones. Inspecciones regulares pueden identificar problemas como desalineaciones, falta de tensado adecuado en los cables o deterioro prematuro de los materiales, permitiendo tomar acciones correctivas antes de que el problema se agrave.

Gráfico 12
Planificación de construcción de un Puente Colgante





Fuente: la construcción del Puente Golden Gate en 1935, imágenes tomadas de prevencionar.com.

2.1.3.3 Uso de equipo de protección personal (EPP)

La (Organización Internacional del Trabajo, 2021), manifiesta que los Equipos de Protección Personal (EPP) son herramientas esenciales para la seguridad de cada trabajador, diseñadas para protegerlos de posibles riesgos mientras realizan sus tareas. Desde cascos y guantes hasta arneses y gafas de seguridad, estos equipos ayudan a reducir el impacto de accidentes y garantizar su bienestar.

Sin embargo, antes de recurrir a los EPP, lo ideal es buscar soluciones que eliminen o reduzcan el peligro desde la raíz. Controlar los riesgos directamente en su origen es la forma más efectiva de prevenir accidentes, y el uso de equipos de protección debe ser la última barrera cuando no hay otra alternativa viable. La seguridad siempre debe ser una prioridad, y combinar prevención con protección es la mejor estrategia para cuidar la vida de los trabajadores.

2.1.3.4 Sistemas de acceso y movilización seguras

La historia de la energía mecánica en la construcción comenzó con las máquinas de vapor en el siglo XVIII, las cuales marcaron un antes y un después en la industria. Con el tiempo, la tecnología evolucionó y las grúas modernas pasaron a utilizar motores de combustión interna, sistemas eléctricos e hidráulicos, lo que les permitió generar fuerzas mucho mayores y facilitar el levantamiento de cargas pesadas. A pesar de estos avances, las grúas manuales siguen en uso, especialmente en trabajos pequeños o en lugares donde no es rentable contar con fuentes de energía más avanzadas. Su versatilidad aún las hace indispensables en ciertos casos (Graña & Montero, 2018).

2.1.3.5 Señalización y demarcación de áreas de trabajo

En cualquier entorno laboral, siempre existen situaciones que pueden poner en riesgo la seguridad de los trabajadores. Por eso, es fundamental fomentar una cultura de prevención, donde cada persona sea consciente del entorno en el que desempeña sus labores y pueda identificar posibles peligros. El objetivo es no solo controlar los riesgos, sino, en la medida de lo posible, eliminarlos (Posipedia, 2016).

Una herramienta clave para crear conciencia sobre la seguridad es la señalización de riesgos. Este sistema complementa la capacitación y el uso de protecciones en máquinas y equipos, ayudando a los trabajadores a reconocer peligros y saber cómo actuar ante ellos. Para que sea realmente efectiva, la señalización debe ser clara, precisa y guiar al trabajador sobre las acciones que debe tomar para mantenerse seguro.

2.1.3.6 Monitoreo y mantenimiento de equipos

Mantenimiento Correctivo

Este tipo de mantenimiento se lleva a cabo cuando un equipo ya ha sufrido una falla o avería. Su principal objetivo es restaurar la funcionalidad del equipo para que pueda seguir operando dentro de sus condiciones normales de trabajo (Empre, 2003). Dependiendo del grado de la avería, el mantenimiento correctivo puede clasificarse en:

Correctivo no planificado: Se realiza de manera inmediata tras una falla inesperada. Suele implicar tiempos de inactividad no previstos, lo que puede generar costos elevados y afectar la productividad.

Correctivo planificado: Se programa en función del desgaste del equipo o tras la detección de fallos incipientes. Aunque sigue siendo una reparación tras una avería, permite reducir los tiempos de inactividad.

Mantenimiento Preventivo

Este tipo de mantenimiento se basa en la inspección periódica y la realización de tareas de conservación para evitar fallos en los equipos. Su finalidad es prolongar la vida útil de las máquinas, mejorar su rendimiento y reducir la probabilidad de averías graves (Empre, 2003). Algunas tareas comunes incluyen:

Revisión y diagnóstico: Inspección visual, medición de parámetros clave y análisis del estado de los componentes.

Lubricación y engrase: Aplicación de lubricantes para reducir la fricción y el desgaste de piezas móviles.

Ajustes y calibraciones: Corrección de desajustes en piezas mecánicas o electrónicas para asegurar un funcionamiento óptimo.

Limpieza: Eliminación de suciedad, polvo o residuos que puedan afectar el rendimiento del equipo.

Tanto el mantenimiento correctivo como el preventivo juegan un papel clave en el buen funcionamiento de los equipos en cualquier industria. Mientras que el mantenimiento correctivo actúa cuando ya ha ocurrido una falla, asegurando que la maquinaria vuelva a operar correctamente, el mantenimiento preventivo se adelanta a los problemas, revisando y cuidando los equipos para evitar averías inesperadas. Juntos, estos dos enfoques ayudan a garantizar la seguridad de los trabajadores, prolongar la vida útil

de las máquinas y mejorar la eficiencia en el día a día, evitando interrupciones que puedan afectar la productividad.

2.1.4 Protección contra caídas

2.1.4.1 Sistemas de arnés y cuerda de seguridad

El crecimiento de la industria y la incorporación de nuevas actividades han generado grandes avances en la productividad, pero también han traído consigo un aumento significativo en los riesgos laborales. Uno de los peligros más comunes en entornos industriales es el riesgo de caídas, especialmente en trabajos que se realizan a gran altura, como la construcción, el mantenimiento de infraestructuras y la instalación de equipos en torres o plataformas elevadas(Organización Internacional del Trabajo, 2021).

Los sistemas de arnés y cuerda de seguridad son cruciales para proteger a los trabajadores de caídas desde alturas, un riesgo significativo en la construcción de puentes colgantes. Estos sistemas están diseñados para detener la caída en caso de accidente, disminuyendo la probabilidad de lesiones graves o fatales. Los arneses deben ajustarse adecuadamente y conectarse a líneas de vida fijadas a estructuras seguras. Es esencial que los puntos de anclaje sean capaces de soportar la fuerza de una caída y que los sistemas sean inspeccionados periódicamente para garantizar su buen estado. Además, los trabajadores deben recibir formación específica sobre el uso de arneses y cuerdas de seguridad, así como sobre cómo actuar en caso de una caída.

Gráfico 13
Seguridad Laboral



2.1.4.2 Redes de seguridad

Indica (Sorozábal), *“Las redes de seguridad son un sistema de protección colectiva diseñado para prevenir o reducir las consecuencias de las caídas en trabajos en altura. Su función principal es evitar que los trabajadores sufran lesiones graves al caer desde una determinada altura, ya sea deteniendo la caída o minimizando su impacto”* (2004).

En este sentido, se prioriza el uso de redes de seguridad que evitan directamente la caída, en lugar de aquellas que simplemente mitigan sus consecuencias. Estas redes pueden utilizarse de manera independiente o en combinación con equipos de protección individual (EPI) anticaídas, como arneses y líneas de vida, para brindar una mayor seguridad a los trabajadores que desempeñan labores en altura.

2.1.4.3 Barandillas y Handrails

Un guardacuerpo, también conocido como barandilla, es un elemento de seguridad diseñado para proteger a las personas de caídas accidentales desde alturas. Su función principal es evitar que los trabajadores o cualquier persona que esté cerca de una zona de riesgo, como una plataforma o escalera, se caigan al vacío. Además de ser crucial para la seguridad en el trabajo, las barandillas también proporcionan estabilidad y confianza a quienes se desplazan por áreas donde el riesgo de caída es más alto (Bellmunt, 1983).

2.1.5 Seguridad en la manipulación de materiales y equipo

2.1.5.1 Uso de grúas y montacargas

El uso de grúas y montacargas en la construcción de puentes colgantes conlleva riesgos significativos debido al manejo de materiales pesados y al trabajo en altura. Las grúas deben ser operadas únicamente por personal capacitado y autorizado, que siga rigurosamente los procedimientos de seguridad. Es fundamental asegurarse de que las cargas estén correctamente equilibradas y aseguradas antes de levantarlas para prevenir caídas de objetos o desestabilización de la grúa. Los montacargas también deben ser

utilizados de manera adecuada, respetando los límites de carga y operando en superficies estables. Además, tanto las grúas como los montacargas deben ser inspeccionados diariamente antes de su uso para asegurar que funcionen correctamente.

2.1.5.2. Manipulación manual de materiales

En el sector de la construcción, es común que los trabajadores y contratistas enfrenten problemas como movimientos repetitivos, levantamientos incorrectos y lesiones derivadas de manipular materiales de manera insegura. Lo interesante es que, a pesar de ser lesiones frecuentes, la mayoría de ellas se pueden evitar fácilmente si se aplican las técnicas correctas de levantamiento y se toman precauciones adecuadas al manipular cargas. Adoptar estas prácticas no solo reduce los riesgos de lesión, sino que también mejora la eficiencia y el bienestar general de los trabajadores en el día a día (Vargas, 2017).

2.1.6 Seguridad en la excavación y cimentación

2.1.6.1 Riesgos asociados a la excavación

La industria de la construcción es un sector con altos niveles de riesgo para los trabajadores, ya que muchas de sus tareas implican procedimientos que pueden poner en peligro su seguridad e incluso su vida. Dentro de estas actividades, las etapas de excavación y cimentación destacan por su elevado índice de accidentalidad. Entre los años 2013 y 2016, más del 46 % de los accidentes registrados en la construcción ocurrieron en estas fases, debido a los riesgos inherentes a trabajar con terrenos inestables, maquinaria pesada y la posibilidad de derrumbes. Por ello, es fundamental implementar medidas de seguridad rigurosas para reducir estos peligros y proteger la vida de los trabajadores.

2.1.6.2 Medidas de seguridad para la excavación

La implementación de medidas de seguridad es fundamental para prevenir accidentes durante la excavación. Estas medidas incluyen la instalación de sistemas de soporte, como apuntalamientos, entibados o taludes, para evitar el colapso de las paredes. Estos sistemas deben ser diseñados y supervisados por ingenieros calificados. Además, es

crucial realizar inspecciones diarias de las excavaciones, especialmente después de lluvias o cambios en las condiciones del suelo. Los trabajadores deben usar equipo de protección personal adecuado, como cascos y botas con punta de acero, y recibir formación sobre los procedimientos de seguridad en excavaciones. También es esencial establecer zonas de acceso restringido alrededor de las excavaciones para prevenir caídas accidentales (Duarte, 2018).

2.1.6.3 Cimentación segura

La cimentación es una etapa crucial en la construcción de un puente colgante, ya que proporciona el soporte estructural necesario para toda la estructura. Una cimentación segura depende de un diseño adecuado que considere las características del terreno, las cargas que el puente debe soportar y las condiciones ambientales, como la presencia de agua subterránea. Es esencial utilizar materiales de alta calidad y mantener una supervisión constante durante la construcción para asegurar que la cimentación sea sólida y duradera. Además, se deben realizar pruebas de carga y resistencia para confirmar que la cimentación cumple con los estándares de seguridad antes de avanzar a las etapas superiores de la construcción.

Una cimentación adecuada es clave para asegurar un buen comportamiento de la estructura durante su vida útil y garantizar la seguridad de los usuarios. Existen dos tipos de cimentaciones: superficiales y profundas. Para comenzar la cimentación, es necesario desbrozar y limpiar el terreno, realizando un replanteo de los elementos que formarán la cimentación. Luego, se procederá con una excavación teniendo en cuenta factores como las características del terreno, la estabilidad de las excavaciones y el posible impacto del agua de lluvia en la capacidad resistente del suelo. En algunos casos, puede ser necesario mejorar el terreno utilizando métodos como las inyecciones de jet-grouting.

Una vez completada la excavación, se debe realizar un hormigonado de limpieza de aproximadamente 10 centímetros de espesor para trabajar sobre una superficie nivelada

y limpia. Después de finalizar la cimentación, se rellenará la parte de la excavación no ocupada por los elementos estructurales y se recomienda cubrir la cara superior del cimiento con al menos 0,5 metros del material de relleno para asegurar la durabilidad. Las cimentaciones pueden ser superficiales, utilizando zapatas y losas, o profundas, mediante pilotes o pantallas.

2.1.7 Emergencias y respuesta a incidentes

2.1.7.1 Plan de emergencia

Un plan de emergencia bien diseñado es crucial para cualquier proyecto de construcción, especialmente para uno tan complejo como la construcción de un puente colgante. Este plan debe detallar los procedimientos para evacuar el sitio en caso de emergencias, como incendios, colapsos estructurales o accidentes graves. Es necesario identificar puntos de reunión seguros y establecer rutas de evacuación claras, además de designar responsables para coordinar la evacuación y el rescate. El plan debe ser comunicado claramente a todos los trabajadores y se deben llevar a cabo simulacros periódicos para asegurar que cada persona entienda sus roles y responsabilidades en una emergencia. También es fundamental contar con un sistema de comunicación eficaz para alertar a todos en el sitio en caso de un incidente.

2.1.7.2 Procedimientos de respuesta a incidentes

Una respuesta rápida y efectiva a incidentes es fundamental para reducir daños y lesiones en un sitio de construcción. Los procedimientos de respuesta deben estar claramente establecidos y ser accesibles para todo el personal. Estos procedimientos deben incluir la notificación inmediata del incidente a los supervisores, la activación del plan de emergencia y la coordinación con los servicios de emergencia locales. Es esencial contar con un equipo de respuesta a emergencias en el lugar, capacitado para manejar situaciones como incendios, rescates en alturas y control de derrames de materiales

peligrosos. Además, debe haber acceso a equipo especializado de rescate, como líneas de vida adicionales, extintores y equipos de primeros auxilios.

2.1.7.3 Primeros auxilios y atención médica

Una reacción rápida y eficaz ante incidentes es crucial para minimizar daños y lesiones en un sitio de construcción. Los procedimientos de respuesta deben estar claramente definidos y ser accesibles para todo el personal. Estos procedimientos deben contemplar la notificación inmediata a los supervisores, la activación del plan de emergencia y la coordinación con los servicios de emergencia locales. Es fundamental disponer de un equipo de respuesta a emergencias en el sitio, capacitado para enfrentar situaciones como incendios, rescates en alturas y control de derrames de materiales peligrosos. Además, debe haber acceso a equipo de rescate especializado, como líneas de vida adicionales, extintores y material de primeros auxilios.

2.1.8 Conclusión

La construcción de un puente colgante es una tarea compleja y riesgosa que exige una planificación detallada y un estricto cumplimiento de las normas de seguridad. Este capítulo ha subrayado la importancia de una planificación y diseño adecuados, el uso de equipo de protección personal, la implementación de sistemas de acceso seguros y una señalización efectiva en el lugar de trabajo. También se han abordado las medidas para proteger contra caídas y la manipulación segura de materiales y equipos pesados. La seguridad en la excavación y cimentación, así como la preparación y respuesta rápida ante emergencias, son igualmente esenciales para el éxito del proyecto. Estos aspectos clave son fundamentales para garantizar un entorno de trabajo seguro y eficiente.

La seguridad en la construcción de puentes colgantes no solo es un requisito legal, sino también una responsabilidad ética hacia los trabajadores y las comunidades que se beneficiarán del puente. Aplicar rigurosas prácticas de seguridad desde la planificación hasta la finalización del proyecto puede evitar accidentes graves, protegiendo vidas y

recursos. Además, la construcción segura incrementa la eficiencia del proyecto al minimizar el tiempo perdido por incidentes y permite entregar una estructura de alta calidad que cumplirá su función durante muchas décadas. En última instancia, priorizar la seguridad fomenta un entorno de trabajo donde los trabajadores se sienten valorados y protegidos, contribuyendo al éxito del proyecto tanto en términos de ingeniería como de impacto social.

CAPITULO 3

3.1 METODOLOGÍA DE CÁLCULO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN PUENTE COLGANTE

3.1.1 Objetivos:

- a) **Determinar la resistencia estructural:** Calcular la capacidad del puente para soportar todas las cargas esperadas, incluyendo tráfico, viento y sismos, sin sufrir fallos en sus componentes críticos.
- b) **Garantizar la estabilidad del puente:** Asegurar que el puente mantenga su forma y función bajo diversas condiciones de carga, evitando colapsos o movimientos peligrosos que puedan comprometer su integridad.
- c) **Evaluar la durabilidad a largo plazo:** Establecer criterios de diseño que aseguren que el puente mantenga su funcionalidad y seguridad a lo largo de su vida útil, considerando factores como la corrosión, fatiga de materiales y mantenimiento preventivo.

3.1.2 Identificar variables

algunas de las variables más relevantes a tener en cuenta son:

3.1.2.1 Cargas

- Carga muerta (peso propio de la estructura).
- Carga viva (tráfico vehicular, peatones).
- Carga de viento.
- Carga sísmica.
- Carga de nieve o hielo (en regiones frías).

3.1.2.2 Materiales

- Tipo de acero o concreto utilizado en cables, torres y cimientos.

- Propiedades mecánicas (resistencia a la tracción, elasticidad, fatiga).
- Resistencia a la corrosión.

3.1.2.3 Dimensiones

- Longitud del vano principal.
- Altura de las torres.
- Diámetro de los cables.
- Espesor del pavimento.

3.1.2.3 Condiciones Ambientales

- Temperatura (expansión térmica, contracción).
- Humedad (efectos en materiales).
- Corrosividad del ambiente (proximidad al mar o áreas industriales).
- Presión del viento y su variabilidad.

Estas variables son esenciales para calcular y diseñar adecuadamente un puente colgante, asegurando su estabilidad, resistencia y durabilidad.

3.1.3 Seleccionar ecuaciones y fórmulas

Al seleccionar ecuaciones y fórmulas para modelar el comportamiento de un puente colgante, algunas de las ecuaciones y conceptos clave incluyen:

3.1.3.1 Ecuaciones de equilibrio

- **Ecuación de equilibrio estático:**

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M = 0 \quad (29)$$

- **Ecuación de equilibrio de fuerzas en cables:** Considerando la tensión en los cables:

$$T = \frac{W \cdot L}{2H} \quad (24)$$

Donde T es la tensión, W es la carga por unidad de longitud, L es la longitud del cable, y H es la altura.

3.1.3.2 Resistencia de materiales

- **Ley de Hooke:**

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (31)$$

Donde σ es el esfuerzo, E es el módulo de elasticidad, y ϵ es la deformación.

- **Criterios de falla:** Fórmulas como el criterio de von Mises para evaluar la resistencia de los materiales bajo cargas combinadas.
- **Ecuación de resistencia a la tracción:**

$$F_t = \frac{T}{A} \quad (32)$$

Donde F_t es la resistencia a la tracción, T es la fuerza aplicada, y A es el área de la sección

transversal del cable.

3.1.3.3 Dinámica estructural

- **Ecuaciones de movimiento:**

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad (33)$$

Donde M es la matriz de masa, es la matriz de amortiguamiento, K es la matriz de

rigidez, x es el desplazamiento, y $F(t)$ es la fuerza externa aplicada.

- **Fórmulas de vibración:** Para analizar las frecuencias naturales del puente:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (34)$$

Donde f_n es la frecuencia natural, k es la rigidez, y m es la masa.

3.1.3.4 Teoría de catenaria

- **Ecuación de catenaria:**

$$y(x) = \alpha \cosh\left(\frac{x}{\alpha}\right) \quad (35)$$

Donde α es la constante de catenaria, y $y(x)$ describe la forma del cable colgante bajo su peso propio.

Estas ecuaciones y fórmulas son fundamentales para modelar y analizar el comportamiento estructural y dinámico de un puente colgante, garantizando que cumpla con los requisitos de resistencia, estabilidad y durabilidad.

3.1.4 Establecer suposiciones:

Al establecer suposiciones para simplificar el cálculo en la construcción de un puente colgante, se pueden definir las siguientes suposiciones razonables:

3.1.4.1 Condiciones de carga

- **Carga distribuida uniformemente:** Se asume que la carga sobre el puente está distribuida de manera uniforme a lo largo de su longitud, simplificando el análisis de fuerzas y momentos.
- **Carga estática:** Se supone que las cargas son estáticas, es decir, no cambian con el tiempo, lo que permite evitar el análisis dinámico en etapas iniciales.

3.1.4.2 Propiedades de materiales

- **Materiales isotrópicos y homogéneos:** Se asume que los materiales empleados en la construcción tienen propiedades uniformes en todas las direcciones y son homogéneos, lo que simplifica el análisis de resistencia y deformaciones.
- **Comportamiento elástico lineal:** Los materiales se suponen elásticos y lineales dentro del rango de carga considerado, lo que permite usar la ley de Hooke y otras ecuaciones lineales para calcular esfuerzos y deformaciones.

3.1.4.3 Condiciones estructurales

- **Anclajes y soportes rígidos:** Se asume que los anclajes y los soportes del puente son perfectamente rígidos, lo que elimina la necesidad de considerar posibles desplazamientos o rotaciones en estos puntos.
- **Comportamiento bidimensional:** Para simplificar, se puede suponer que el puente se comporta como una estructura bidimensional en el plano vertical, ignorando efectos tridimensionales complejos en etapas preliminares del cálculo.

Estas suposiciones permiten simplificar el análisis y el cálculo, haciendo más manejable el proceso sin comprometer la precisión necesaria en las primeras etapas del diseño.

3.1.5 Desarrollar un modelo matemático:

Desarrollar un modelo matemático para representar el comportamiento de un puente colgante implica seguir una serie de pasos estructurados para traducir las características físicas del puente en expresiones matemáticas. A continuación, se describe el proceso:

3.1.5.1 Definición del sistema y las variables

- **Identificación de elementos clave:** Se consideran los elementos principales del puente colgante, como cables principales, torres, tablero, cables de suspensión y anclajes.
- **Variables:**
 - L : Longitud del puente.
 - H : Altura de las torres.
 - $w(x)$: Carga distribuida a lo largo del puente, función de la posición x .
 - T_0 : Tensión inicial en el cable principal.
 - E : Módulo de elasticidad del material del cable.
 - A : Área de la sección transversal del cable.
 - $\gamma(x)$: Deflexión vertical del cable a lo largo del puente.

3.1.5.2 Ecuaciones fundamentales

- **Ecuación de equilibrio:** Se utilizan las ecuaciones de equilibrio para modelar la distribución de fuerzas en el puente.

$$T(x) = T_0 + \int_0^x w(x') dx' \quad (36)$$

- **Ecuación de la forma del cable:** Para un cable colgante bajo una carga distribuida uniformemente, se usa la ecuación de la parábola:

$$y(x) = \frac{w(x)}{2T_0} * x(L - x) \quad (37)$$

- **Deformación del cable:** Se aplica la ley de Hooke para relacionar la tensión y la deformación en el cable:

$$\Delta L = \frac{T(x) * L}{E * A} \quad (38)$$

3.1.5.3 Modelo de carga y respuesta

- **Carga estática:** Se calcula la tensión en el cable principal en función de la carga aplicada:

$$T(x) = \sqrt{T_0^2 + \left(\frac{wL}{8H}\right)^2} \quad (39)$$

- **Deformación del tablero:** La deflexión del tablero debido a la carga se modela con:

$$v(x) = \frac{5wL^4}{384EI} \quad (25)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material del tablero e I es el momento de inercia de la sección transversal del tablero.

3.1.5.4 Comportamiento global

- **Balance de fuerzas en el sistema:** El modelo debe incluir el equilibrio de las fuerzas horizontales y verticales en las torres, así como en los anclajes.

$$F_h = \frac{T_0 * L}{H}, \quad F_v = \int_0^L w(x) dx \quad (41)$$

- **Estabilidad global:** Se analiza la estabilidad del sistema bajo cargas de viento, sísmicas, y otras condiciones ambientales mediante ecuaciones diferenciales que describen la respuesta dinámica del puente.

3.1.5.5 Validación del modelo

- **Comparación con casos reales:** Se validan los resultados del modelo comparándolos con datos empíricos o resultados de simulaciones avanzadas.
- **Ajustes y refinamientos:** Se ajusta el modelo si es necesario, añadiendo complejidades como no linealidades, efectos tridimensionales o la influencia de la temperatura.

Este modelo matemático sirve como una representación teórica del comportamiento estructural del puente colgante, permitiendo predecir su rendimiento bajo diferentes condiciones de carga y asegurando su estabilidad y seguridad a lo largo del tiempo.

3.1.6 Validar el modelo: Verificar la precisión del modelo mediante comparación con resultados experimentales, simulaciones o cálculos existentes.

Validar el modelo matemático implica un proceso riguroso para garantizar que las predicciones teóricas sean consistentes con la realidad física del puente colgante. A continuación, se describen los pasos para llevar a cabo esta validación:

3.1.6.1 Comparación con Resultados Experimentales

- **Pruebas a Escala:** Realizar pruebas en modelos físicos a escala del puente, sometiéndolos a cargas controladas. Comparar los resultados obtenidos en términos de deflexiones, tensiones y comportamientos generales con los valores predichos por el modelo matemático.
- **Monitoreo en Situ:** Comparar las predicciones del modelo con datos obtenidos de sensores instalados en puentes colgantes existentes. Estos sensores pueden medir tensiones en los cables, deformaciones en el tablero y otros parámetros críticos.

3.1.6.2 Simulaciones Numéricas

- **Análisis de Elementos Finitos (FEA):** Utilizar software de simulación para realizar un análisis de elementos finitos del puente. Este análisis numérico proporciona una solución detallada del comportamiento estructural bajo diversas condiciones de carga.
- **Comparación de Resultados:** Comparar los resultados de la simulación numérica con las predicciones del modelo matemático, evaluando aspectos como la distribución de tensiones, deformaciones y la estabilidad global del puente.

3.1.6.3 Cálculos Existentes

- **Revisión de Literatura:** Revisar estudios y cálculos previos realizados en puentes colgantes similares. Comparar los resultados obtenidos con aquellos proporcionados por el modelo matemático, verificando que las predicciones estén dentro de un rango de precisión aceptable.
- **Benchmarking:** Utilizar modelos matemáticos o teóricos previamente validados como punto de referencia. Ajustar el modelo si es necesario para alinearlo con estos estándares.

3.1.6.4 Análisis de Sensibilidad

- **Variación de Parámetros:** Realizar un análisis de sensibilidad para evaluar cómo pequeñas variaciones en las variables de entrada (como cargas, materiales, dimensiones) afectan los resultados del modelo. Esto ayuda a identificar cualquier comportamiento inesperado o discrepancia que podría indicar un error en el modelo.
- **Refinamiento del Modelo:** Basado en los resultados de las comparaciones y análisis de sensibilidad, ajustar y refinar el modelo para mejorar su precisión y fiabilidad.

3.1.6.5 Documentación y Revisión por Pares

- **Registro Detallado:** Documentar todos los pasos de validación, incluyendo los datos experimentales, las configuraciones de simulación, los resultados de las comparaciones y cualquier ajuste realizado al modelo.
- **Revisión por Pares:** Someter el modelo validado a revisión por otros expertos en la materia, para asegurar que las metodologías y conclusiones sean sólidas y estén libres de errores.

Validar el modelo es un paso crucial para asegurar que las predicciones realizadas sean confiables y puedan ser utilizadas para la toma de decisiones en el diseño y la construcción del puente colgante.

3.1.7 Aplicar el modelo

Aplicar el modelo matemático implica utilizar las ecuaciones y fórmulas previamente desarrolladas y validadas para calcular las variables críticas en el comportamiento estructural del puente colgante. Aquí se detalla cómo llevar a cabo esta etapa:

3.1.7.1 Cálculo de Esfuerzos

- **Distribución de Cargas:** Utilizar el modelo para determinar cómo se distribuyen las cargas (como el peso del tablero, la tensión en los cables y las cargas de viento) a lo largo de la estructura del puente.
- **Esfuerzos en los Cables:** Calcular las tensiones en los cables principales y suspendidos, considerando factores como la elasticidad del material y las cargas aplicadas.
- **Esfuerzos en la Torre y el Tablero:** Determinar los esfuerzos de compresión, tracción y flexión en las torres y el tablero del puente, asegurando que estas partes soporten adecuadamente las cargas sin fallar.

3.1.7.2 Cálculo de Deformaciones

- **Deformaciones Axiales:** Evaluar cómo las cargas y tensiones afectan las deformaciones axiales en los cables y otros elementos del puente.
- **Deformación del Tablero:** Calcular la deflexión máxima del tablero bajo diferentes escenarios de carga, como tráfico máximo, viento extremo o

movimientos sísmicos, asegurando que las deformaciones estén dentro de límites aceptables.

- **Comportamiento Dinámico:** Analizar las vibraciones y oscilaciones del puente bajo cargas dinámicas, como viento o tráfico en movimiento, para asegurar la estabilidad y confort durante su uso.

3.1.7.3 Determinación de Factores de Seguridad

- **Factores de Seguridad en Materiales:** Aplicar el modelo para calcular los factores de seguridad de los materiales utilizados en la construcción, como los cables, torres y anclajes, asegurando que cada componente tenga un margen suficiente para resistir las cargas esperadas sin riesgo de fallo.
- **Evaluación de Peligros Externos:** Utilizar el modelo para determinar los factores de seguridad frente a fenómenos externos, como sismos o inundaciones, asegurando que el puente mantenga su integridad estructural bajo condiciones extremas.
- **Comparación con Normativas:** Comparar los resultados obtenidos con los requisitos establecidos por las normativas de seguridad y construcción vigentes, realizando ajustes en el diseño si es necesario para cumplir con los estándares de seguridad.

3.1.7.4 Generación de Informes

- **Documentación de Resultados:** Registrar todos los cálculos y resultados obtenidos, incluyendo gráficos de esfuerzos, deformaciones y factores de seguridad.
- **Interpretación de Resultados:** Analizar y presentar los resultados en un formato comprensible para los ingenieros, diseñadores y responsables del proyecto, destacando cualquier área de riesgo o donde se deba mejorar el diseño.

- **Recomendaciones de Diseño:** Basado en los resultados del modelo, proporcionar recomendaciones para optimizar el diseño del puente, asegurando que cumple con todos los criterios de seguridad y eficiencia.

Al aplicar el modelo, se obtiene una comprensión detallada de cómo se comportará el puente colgante bajo diferentes condiciones, lo que permite tomar decisiones informadas y garantizar la seguridad y durabilidad de la estructura.

3.1.8 Interpretar resultados

Interpretar los resultados consiste en analizar y comprender los datos obtenidos a partir del cálculo, considerando las limitaciones del modelo y las suposiciones establecidas. Aquí se describe cómo abordar esta etapa:

3.1.8.1 Análisis de Resultados

- **Revisión de Esfuerzos y Deformaciones:** Examinar los valores obtenidos para esfuerzos y deformaciones, asegurando que se encuentran dentro de los límites permitidos por las normas de seguridad. Comparar estos resultados con los valores esperados para verificar que el diseño cumple con los requisitos estructurales.
- **Comparación con Criterios de Diseño:** Evaluar si los resultados satisfacen los criterios de diseño establecidos, como la capacidad de carga, estabilidad y durabilidad. Identificar cualquier discrepancia y determinar si es necesario ajustar el diseño o realizar un análisis más detallado.
- **Comportamiento bajo Cargas Extremas:** Interpretar cómo la estructura del puente responderá bajo condiciones extremas, como fuertes vientos, terremotos o tráfico pesado. Determinar si el puente podrá mantener su integridad estructural y funcionalidad en estas situaciones.

3.1.8.2 Consideración de Limitaciones

- **Evaluación de Suposiciones:** Revisar las suposiciones utilizadas en el modelo, como el comportamiento lineal de los materiales o la homogeneidad del terreno. Analizar cómo estas suposiciones pueden haber influido en los resultados y si podrían haber introducido errores o simplificaciones que afecten la precisión del análisis.
- **Identificación de Incertezas:** Reconocer las posibles fuentes de incertidumbre en los resultados, como variaciones en las propiedades de los materiales, errores en las mediciones o limitaciones en los métodos de cálculo. Determinar el impacto de estas incertidumbres en la seguridad y funcionalidad del puente.
- **Sensibilidad del Modelo:** Evaluar la sensibilidad del modelo a cambios en las variables clave, como la carga aplicada o las propiedades de los materiales. Esto permite comprender qué aspectos del diseño son más críticos y podrían requerir mayor atención o análisis adicional.

3.1.8.3 Conclusiones y Recomendaciones

- **Síntesis de Hallazgos:** Resumir los hallazgos clave del análisis, destacando los aspectos del diseño que cumplen con los estándares de seguridad y aquellos que podrían presentar riesgos. Ofrecer una visión general de la capacidad del puente para cumplir con sus funciones bajo las condiciones previstas.
- **Propuestas de Ajustes:** Si los resultados indican problemas potenciales, recomendar ajustes en el diseño, como reforzar ciertos elementos estructurales, modificar los materiales utilizados o realizar un análisis más detallado de aspectos específicos del puente.
- **Comunicación de Resultados:** Presentar los resultados de manera clara y comprensible para todos los involucrados en el proyecto, asegurando que las

conclusiones y recomendaciones sean accesibles tanto para ingenieros como para otros responsables de la toma de decisiones.

Interpretar correctamente los resultados es esencial para garantizar que el puente colgante no solo cumpla con los requisitos técnicos, sino que también sea seguro y funcional a lo largo de su vida útil.

3.1.9 Refinar el modelo

Refinar el modelo implica actualizar y mejorar el modelo matemático a medida que se obtiene nueva información o se adquiere un mejor entendimiento del comportamiento del puente. Este proceso asegura que el modelo siga siendo preciso y relevante a lo largo del desarrollo del proyecto. Aquí se detalla cómo abordar esta etapa:

3.1.9.1 Incorporación de Nuevos Datos

- **Actualización con Datos Reales:** Integrar los datos obtenidos de pruebas de campo, inspecciones, o monitoreos en el modelo existente. Esto puede incluir medidas de desplazamientos, tensiones reales en la estructura, o cualquier otro dato relevante que no estaba disponible inicialmente.
- **Revisión de Condiciones de Carga:** Ajustar las condiciones de carga del modelo basándose en datos más recientes o precisos, como nuevas previsiones de tráfico, condiciones climáticas, o descubrimientos geotécnicos. Este paso es crucial para mantener la precisión del modelo frente a las realidades del entorno en el que se construirá el puente.
- **Adopción de Nuevas Tecnologías o Métodos:** Incorporar avances tecnológicos o metodológicos que hayan surgido durante el desarrollo del proyecto, mejorando la exactitud y eficacia del modelo.

3.1.9.2 Revisión y Ajuste de Suposiciones

- **Evaluación de Suposiciones Iniciales:** Reexaminar las suposiciones hechas durante la fase inicial del modelado para verificar si siguen siendo válidas. Si se identifican suposiciones incorrectas o demasiado simplistas, es necesario revisarlas y ajustar el modelo en consecuencia.
- **Incorporación de Complejidades Adicionales:** Añadir detalles que fueron simplificados o ignorados en el modelo original, como interacciones no lineales, efectos dinámicos, o condiciones de borde más realistas. Esto ayuda a mejorar la fidelidad del modelo frente a la realidad.
- **Mejora de la Representación del Comportamiento de los Materiales:** Actualizar las propiedades de los materiales en el modelo con base en ensayos recientes, datos históricos de rendimiento, o investigaciones avanzadas que ofrecen un entendimiento más profundo de cómo se comportarán los materiales en condiciones específicas.

3.1.9.3 Iteración y Optimización del Modelo

- **Validación Continua:** Realizar validaciones adicionales a medida que se refina el modelo, comparando los resultados con nuevos experimentos, simulaciones o casos de estudio para asegurar que el modelo sigue siendo preciso.
- **Optimización de Parámetros:** Ajustar parámetros clave del modelo, como coeficientes de seguridad, rigidez estructural o factores de amortiguamiento, con el objetivo de optimizar la relación entre seguridad, coste, y eficiencia en el diseño final.
- **Simulación de Escenarios Alternativos:** Ejecutar simulaciones adicionales que consideren diferentes escenarios de carga, eventos extremos, o fallas para evaluar

la robustez del modelo y la capacidad de la estructura para adaptarse a condiciones no anticipadas.

Refinar el modelo no solo mejora la precisión y confiabilidad del cálculo, sino que también permite anticipar problemas potenciales y ajustar el diseño antes de que se conviertan en problemas durante la construcción o el uso del puente.

CAPITULO 4

4.1 PREDISEÑO DE UN PUENTE COLGANTE DE 60 METROS DE LONGITUD

Datos

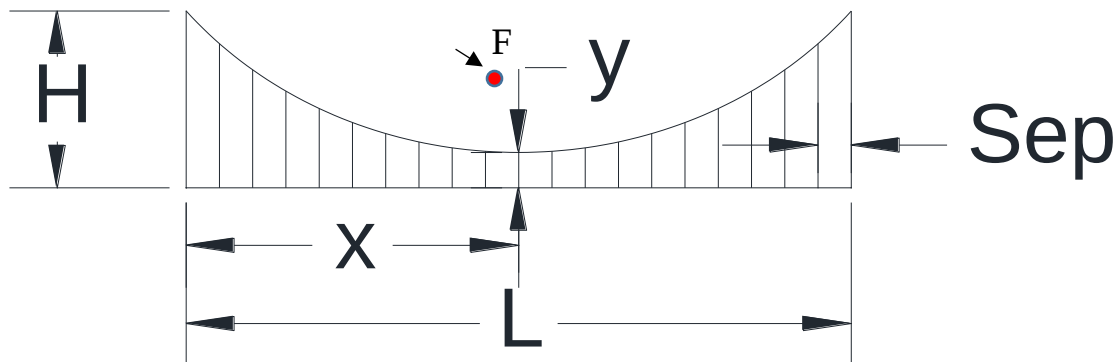
Luz del puente (L): **60 metros**

Altura desde el eje horizontal hasta el punto más alto de la torre (H): **10 m**

Altura desde el eje horizontal hasta el punto del hombro de una persona (y):

1,50 m Ancho del puente (B): **3 m**

Separación de péndolas (Sep): **1 m**



Materiales

Péndolas (f_y): 4200 Kg/cm² (varillas)

Cordón Superior (f_y): 5800 Kg/cm² (cable)

Cargas

Carga viva (CV): **0,5 ton/m²**

Carga muerta (CM): **0,05 ton/m²**

Cálculos

4.1.1 Carga ultima

$$Cu = 1,2(Cm) + 1,6(Cv)$$

$$Cu = 0,86 \text{ ton/m}^2$$

- *Foco*

$$p = \frac{x^2}{4(H-y)}$$

$$p = 26,47 \text{ m}$$

4.1.2 Calculo de Catenaria

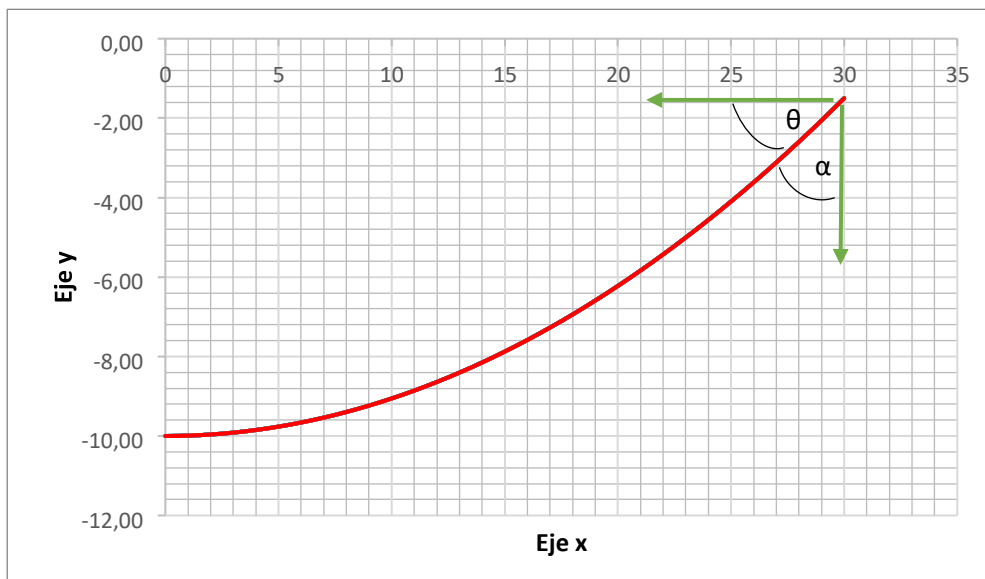
Despejando y de la ecuación del foco obtenemos lo siguiente:

$$y = \frac{4pH - x^2}{4p}, \text{ Teniendo todos los valores de la ecuación procedemos a reemplazar y}$$

calcular.

Gráfico 14

Cálculo de coordenadas de Catenaria



Coordenadas	
X	Y
0	-10,00
1	-9,99
2	-9,96
3	-9,92
4	-9,85
5	-9,76
6	-9,66
7	-9,54
8	-9,40
9	-9,24
10	-9,06
11	-8,86
12	-8,64
13	-8,40
14	-8,15
15	-7,88
16	-7,58
17	-7,27
18	-6,94
19	-6,59
20	-6,22
21	-5,84
22	-5,43
23	-5,00
24	-4,56
25	-4,10
26	-3,62
27	-3,12
28	-2,60
29	-2,06
30	-1,50

Fuente: Teniendo en cuenta que el puente es simétrico se calculó hasta la mitad, sabiendo que la otra mitad son los mismos valores ya calculados anteriormente, elaborado por investigador (2023).

La condición para que la catenaria sea optima, debe cumplir las siguientes condiciones:

La componente en x (θ) debe de ser menor a la componente en y (α).

Haciendo los cálculos se obtiene:

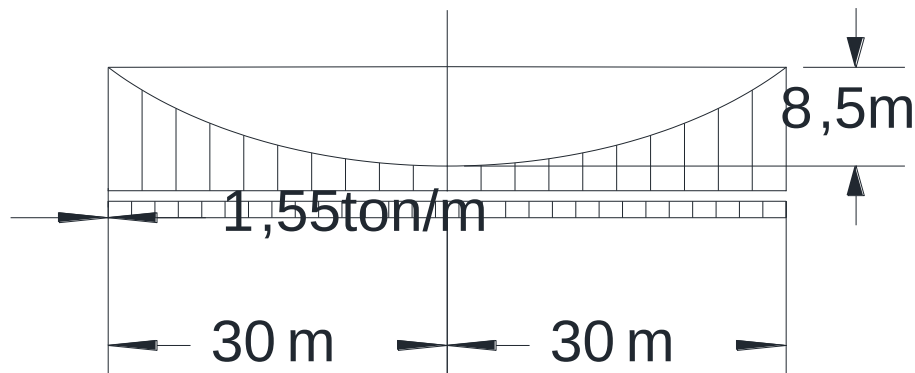
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{30}{10} \right) = 71,56^\circ, \text{ siendo } \theta:$$

$$\theta = 90^\circ - 71,56^\circ = 18,43^\circ, \text{ por lo tanto, cumple la condición, OK.}$$

La altura “y”, debe estar ente un 10 - 15% de “H”.

El 15% del valor de H es de 1,5 metros, por lo tanto, cumple la condición, **OK.**

4.1.3 Tensión de los cables en las columnas y longitud del cable columna a columna



$$T_o = F_H = \frac{W_o + L^2}{2 \cdot h} = 82,06 \text{ ton}; \text{ tensión mínima}$$

$$T_{max} = \sqrt{(F_H)^2 + (W_o * L)^2} = 94,319 \approx 94,32 \text{ ton}$$

$$T_{max} = W_o * L * \sqrt{1 + \left(\frac{L}{2 \cdot h} \right)^2} = 94,318 \approx 94,32 \text{ ton}$$

$$S = L * \left[1 + \frac{2}{3} * \left(\frac{h}{L} \right)^2 - \frac{2}{5} * \left(\frac{h}{L} \right)^4 \right] = 31,05 \text{ m}; \text{ distancia hasta la mitad del puente}$$

$$L_{total} = 2 * S = 62,1018 \approx 62,102 \text{ m}; \text{ distancia total del cable de torre a torre}$$

4.1.4 Péndolas

$$Num = \left(\frac{L}{sep+1} \right) * 2$$

$$Num = 122 \text{ unidades}$$

$$Pi = \frac{L*B*Cu}{Num}$$

$Pi = 1,27 \text{ ton}$; cada péndola soportara 1,27 ton de carga final a tensión.

Toda estructura metálica que trabaja a tensión se usa la siguiente expresión:

$Pi = 0,9 * As * Fy$; despejando As , nos queda:

$$As = \frac{Pi * 1000}{0,9 * Fy}$$

$$As = 0,34 \text{ cm}^2$$

$$As = \frac{\pi \left(\frac{fi}{10} \right)^2}{4}; \text{ despejando } fi:$$

$$fi = \sqrt{\frac{As * 400}{\pi}}$$

$fi = 7 \text{ mm} \approx 8 \text{ mm}$; comprobando el área de acero con el fi designado

$$As = 0,5026 \geq 0,34 \text{ OK.}$$

4.1.5 Tubo de piso

Acero A36

$$fy = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

$$Wr = \frac{l * B * Cu}{2}$$

$Wr = 1,29 \text{ ton/m}$; peso a soportar el tubo

$$M_u = \frac{Wr * l^2}{9}; \text{ sistema continuo/articulado}$$

$$M_u = 0,14 \text{ ton} - m$$

$$S_x = Mu * \frac{100000}{0,8 * f_y}; \text{ módulo de sección del tubo a usar}$$

$$S_x = 7,08 \text{ cm}^3$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

$$e = 2 \text{ mm}$$

$$A = b * h - (b - 2 * e) * (h - 2 * e); \text{ área del tubo}$$

$$A = 4,64 \text{ cm}^2$$

$$p = A * 0,785; \text{ peso volumétrico del acero}$$

$$p = 3,64 \text{ kg/m}$$

$$S_x = \frac{I}{c}; \text{ módulo de sección } C = \frac{2}{h} I = \frac{bh^3}{12} ; \text{ entonces;}$$

$$S_x = \frac{2}{h} * \left(\frac{bh^3}{12} - \frac{(b-2e)(h-2e)^3}{12} \right)$$

$$S_x = 9,74 \text{ cm}^3; \text{ módulo de sección que tendrá el tubo } 4 \times 8 \times 0,2 \text{ cm OK.}$$

$$Wr = \frac{B * sep * Cv}{2 * sep} = 0,75 \text{ ton/m}; \text{ carga repartida sobre los tubos.}$$

4.1.6 Columna principal

$$Fm = 2,1; \text{ factor de mayoración en consideración al peso propio de los materiales}$$

$$Pu = \frac{L * B * Cu}{4} * Fm$$

$P_u = 81, 27 \text{ ton}$; carga ultima a la que estará sometida la columna

$$\mathbf{apoyos = 2}$$

$$\mathbf{sep = \frac{H}{apoyos+1}}$$
; separación de los apoyos en la columna principal

Datos de columna

$$\mathbf{A = 36 \text{ ksi}}$$

$$\mathbf{fy = A * \frac{1000}{14,23}}$$
; fluencia del acero en la columna principal

$$\mathbf{E = 2100000}$$
; módulo elástico del acero

$$\mathbf{dim \text{ libre} = 30 \text{ cm} ; dim \text{ apoyada} = 25 \text{ cm} ; e = 0,6 \text{ cm} ; secciones del tubo}$$

$$\mathbf{A = dim \text{ libre} * dim \text{ apoyada} - (dim \text{ libre} - 2 * e) * (dim \text{ apoyada} - 2 * e)}$$
$$\mathbf{A = 64, 56 \text{ cm}^2}$$

$$\mathbf{peso = A * 0, 785 = 50, 68 \text{ kg/m}}$$

$$\mathbf{I_x = \frac{dim \text{ libre} * dim \text{ apoyada}^3}{12} - \frac{[(dim \text{ libre} - 2 * e) * (dim \text{ apoyada} - 2 * e)^3]}{12}}$$

$$\mathbf{I_x = 6707, 45 \text{ cm}^4}$$
; inercia que tendrá el elemento en sentido “x” / arriostrada

$$\mathbf{I_y = \frac{dim \text{ apoyada} * dim \text{ libre}^3}{12} - \frac{[(dim \text{ apoyada} - 2 * e) * (dim \text{ libre} - 2 * e)^3]}{12}}$$

$$\mathbf{I_y = 8872, 39 \text{ cm}^4}$$
; inercia que tendrá el elemento en sentido “y” o libre

$$\mathbf{r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 10, 19 \text{ cm}}$$
; radio de giro del elemento en el sentido “x” / arriostrada

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 11,72 \text{ cm}; \text{ radio de giro del elemento en el sentido "y" o libre}$$

$$Esb_x = \frac{sep*100}{r_x} = 32,70; \text{ esbeltez en el sentido "x" de la columna}$$

$$Esb_y = \frac{sep*100}{r_y} = 85,30 ; \text{ esbeltez en el sentido "y" de la columna}$$

$$Fe_x = \frac{\pi^2 * E}{Esb_x^2} = 19380,16 \frac{kg}{cm^2}; \text{ esfuerzo de Euler en "x"}$$

$$Fe_y = \frac{\pi^2 * E}{Esb_y^2} = 2848,38 \frac{kg}{cm^2}; \text{ esfuerzo de Euler en "y"}$$

$$Pr_x = si (Esb_x < 4,71 \sqrt{\frac{E}{fy}}; \text{ entonces usar; } 0,658 \left(\frac{fy}{Fex}\right) * fy * 0,9 * A_s /$$

1000; sino cumple usar entonces; $0,877 * Fe_x * 0,9 * A_s / 1000$; tomada del AISC, mediante esta condición de capacidad resistente se obtendrán las dimensiones de la columna siempre y cuando cumpla la demanda o carga última con la capacidad resistente del material.

$$Pr_x = 139,18 \text{ ton}$$

$$Pr_y = si (Esb_y < 4,71 \sqrt{\frac{E}{fy}}; \text{ entonces usar; } 0,658 \left(\frac{fy}{Fex}\right) * fy * 0,9 * A_s /$$

$$1000; \text{ sino cumple usar entonces; } 0,877 * Fe_x * 0,9 * A_s / 1000$$

$$Pr_y = 101,36 \text{ ton}$$

$$Pu \geq Pr; \text{ demanda/capacidad}$$

$$Pu \geq Pr_x = 81, 27 \text{ ton} \geq 139, 18 \text{ ton}; \text{ cumple OK}$$

$$Pu \geq Pr_y = 81, 27 \text{ ton} \geq 101, 36 \text{ ton}; \text{ cumple OK}$$

4.1.7 Cordón o Cable Principal

$Pi = 80 \text{ ton}$; carga a soportar

$$A_s = \frac{Pi * 1000}{0,9 * fy_{cable}} = 15, 33 \text{ cm}^2$$

$$\emptyset = \sqrt{\frac{A_s * 400}{\pi}} = 44 \text{ mm}; \text{ diámetro de cable a usar, es recomendable usar un cable}$$

comercial sino se encuentra la dimensión calculada escoger uno superior a ese diámetro.

$$S = x \left[1 + \frac{2}{3} * \left(\frac{h}{x} \right)^2 - \frac{2}{5} * \left(\frac{h}{x} \right)^4 \right]; \text{ dimensión del cable principal hasta la mitad de la luz}$$

principal; (h) es igual a la altura que comprende desde la parte superior de la torre hasta la parte superior de la péndola que está a la mitad de la luz.

$$S = 31, 638 \text{ m}$$

$L_{total} = 2 * S = 63, 27 \text{ m} \approx 63, 30 \text{ m}$; la longitud total del cable de torre a torre será de 63,30 metros,

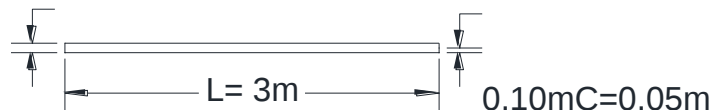
Gráfico 15
Especificaciones y perfil del cable, para el prediseño



Diámetro		Peso aprox. en kgs. por metro	Resistencia a la ruptura en toneladas Arado Extra Mejorado
mm	pulg.		
3,2	1/8	0,04	0,77
4,8	3/16	0,10	1,60
6,4	1/4	0,17	3,08
8	5/16	0,27	4,78
9,5	3/8	0,39	6,85
11,5	7/16	0,52	9,25
13	1/2	0,68	12,1
14,5	9/16	0,88	15,2
16	5/8	1,07	18,7
19	3/4	1,55	26,7
22	7/8	2,11	36,1
26	1	2,75	46,9
29	1 1/8	3,48	59,0
32	1 1/4	4,30	72,5
35	1 3/8	5,21	87,1
38	1 1/2	6,19	103,0
42	1 5/8	7,26	120,0
45	1 3/4	8,44	139,0
48	1 7/8	9,67	158,0
52	2	11,00	180,0
54	2 1/8	12,40	200,0
57	2 1/4	13,90	224,0
60	2 3/8	15,50	249,0
64	2 1/2	17,30	274,0

Nota: En este caso se tomará un cable de 45 mm de diámetro ya que, comercialmente se acerca más a el resultado requerido mediante el cálculo, además cumple con las condiciones porque estará sometido a una tensión de 94,32 ton [139,0 ton, por lo tanto, cumple las condiciones por lo que su resistencia a la ruptura será mayor a la tensión que estará sometido, elaborado por investigador (2023).

4.1.8 Tablones



$$L = B = 3 \text{ m}$$

$$C_v = C_v * 1,6 * \text{sep} = 0,80 \text{ ton/m}; \text{ carga repartida de los tablones}$$

$$M_u = \frac{C_v * L^3}{8} * 10000 = 90000 \text{ kg} - \text{cm}; \text{ momento resistente}$$

$$\delta = \frac{M_u * c}{I} = \frac{M_u * c}{\frac{b * h^3}{12}} = 54 \text{ kg/cm}^2; \text{ esfuerzo de la madera a considerar}$$

$$d = \sqrt{\frac{M}{0,145 * \delta * B}} = 10,72 \text{ cm} \approx 11 \text{ cm}; \text{ se necesitará un tablón de 11 cm para}$$

soportar el momento resistente.

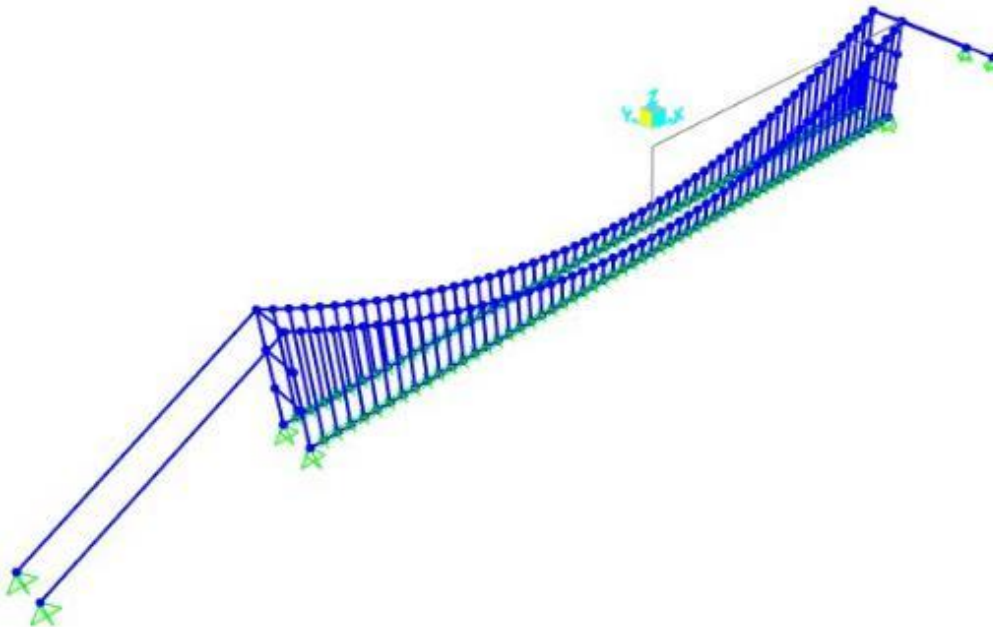
4.1.9 Comprobación en el SAP 2000

Los parámetros de prediseño calculados manualmente, se pondrán en comprobación en la herramienta del SAP 2000, determinando si cumplen los datos.

Además, con la ayuda del Excel es más eficaz trasladar los puntos al SAP.

Gráfico 16

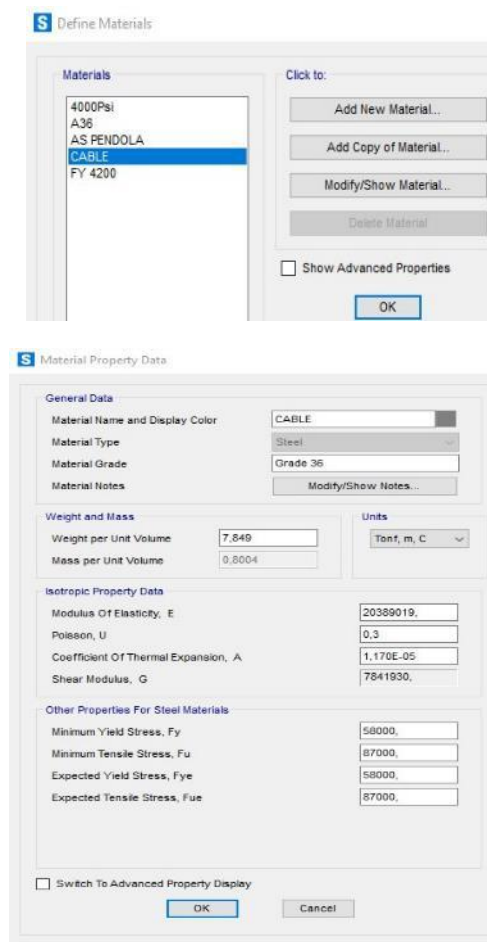
Modelado del puente en el SAP 2000



Fuente: Una vez tengamos los puntos y el puente ya predimensionado con todos los elementos y materiales definidos, verificamos si la estructura va a trabajar correctamente en función a los parámetros asignados, elaborado por investigador (2023).

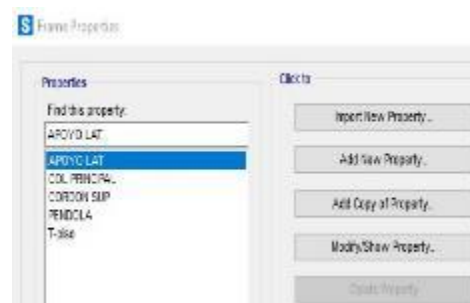
- **Parámetros a tener en cuenta**

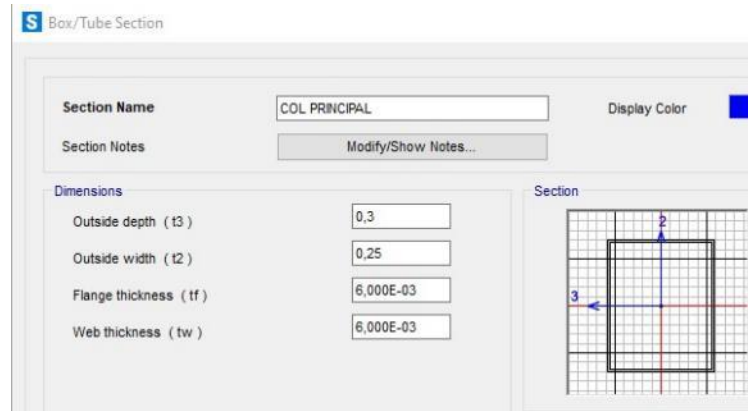
Gráfico 17
Asignación de los materiales



Fuente: es importante asignación de los materiales a usar ya que, el programa analizara el puente y arrojará el resultado acorde a estos, elaborado por investigador (2023).

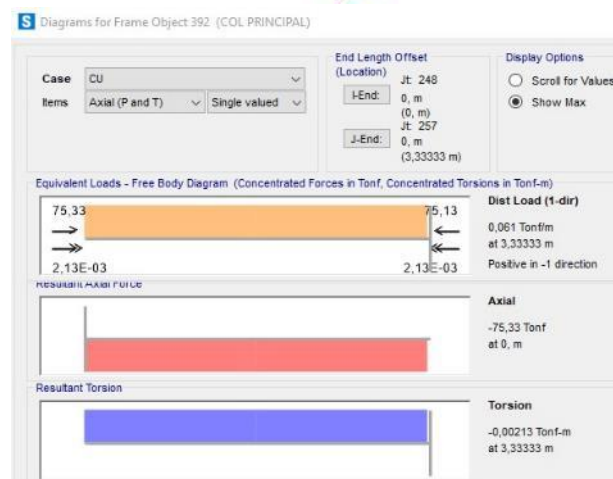
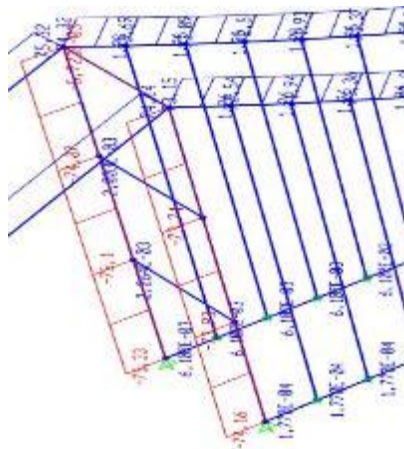
Gráfico 18
Crear los elementos a utilizar





Fuente: la asignación de secciones que van a ocupar los elementos calculados manualmente, el SAP analizará el comportamiento dinámico que actuará con todos sus elementos, elaborado por investigador (2023).

Gráfico 19
Cargas Axiales a la que trabajan los elementos



Fuente: la fuerza axial a la que estará sometido la columna principal será de 75, 33 ton en la parte inferior de la columna (es el esfuerzo más considerable), ya en la parte superior descende a 74,67 ton, teniendo en cuenta la carga última del puente. También el cable principal tendrá esta misma carga ya que todo el peso del puente viaja a través de los mismo hasta interceptar en las torres donde estas viajan al suelo y se disipan los esfuerzos y energías producidos por sobrecarga, sismos o cualquier otro evento natural, elaborado por investigador (2023).

Gráfico 20
Comprobación demanda / capacidad a la que trabajarán los elementos



Fuente: los siguientes valores representan la demanda entre la capacidad, que los elementos van a trabajar, como por ejemplo las columnas principales van a trabajar de 74,9 – 75,7 %, mientras que los tubos de piso también cumplen la demanda de trabajo, aunque algunos sobrepasan el 100% de la demanda, pero no afectara a la estructura como tal ya que predominan las torres. Por lo que el prediseño cumple con las condiciones funcionales a la que estará sometido, elaborado por investigador (2023).

4.2 PREDISEÑO DE UN PUENTE COLGANTE DE 20 METROS DE LONGITUD

4.2.1 Se procederá con el diseño de un puente colgante de acuerdo a las directrices establecidas

- ***Datos y materiales a considerar:***

$L = 20,00$ metros

$H = 3,00$ metros

$y = 1,50$ metros

$B = 1,00$ metros

Separación de péndolas = 1,00 metros

$CM = 0,05 \text{ T/m}^2$

$CV = 0,50 \text{ T/m}^2$

Péndolas = 4200,00 Kg/cm²

Cable Superior = 5800,00 Kg/cm²

- ***Cálculos matemáticos***

Carga ultima

$$Cu = 1,2(Cm) + 1,6(Cv) = 0,86 \text{ T/m}^2$$

La condición para que la catenaria sea optima es:

La componente en x (θ) debe de ser menor a la componente en y (α).

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{10}{3} \right) = 73,30^\circ, \text{ siendo } \theta:$$

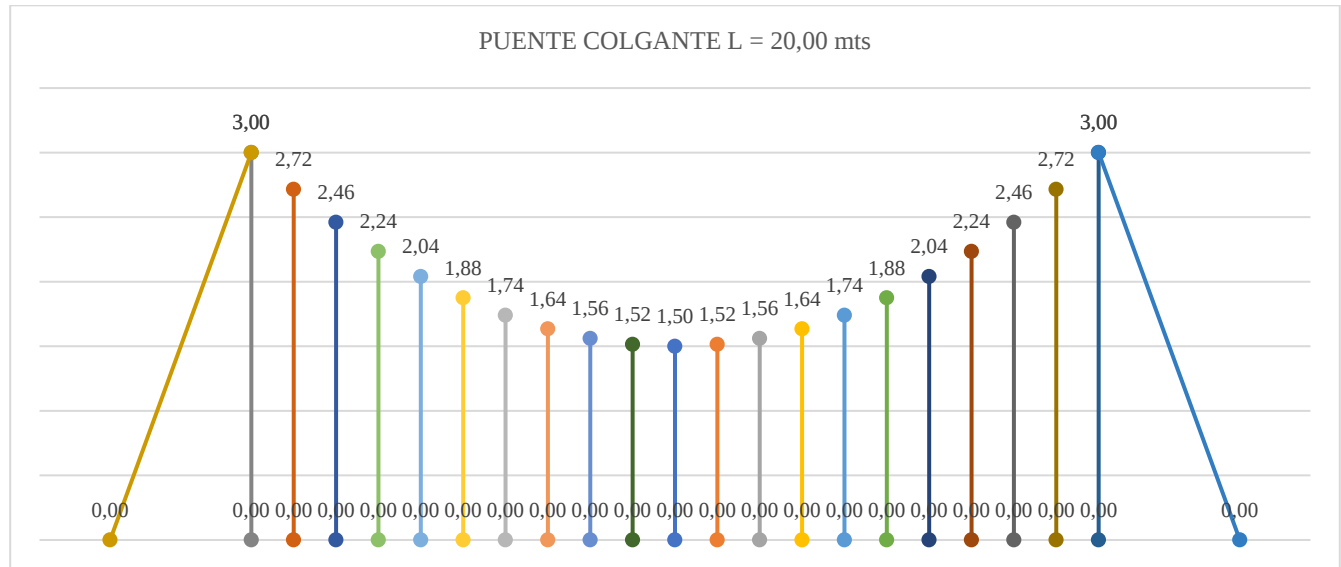
$$\theta = 90^\circ - 73,30^\circ = 16,7^\circ, \text{ por lo tanto, cumple la condición, OK.}$$

Péndolas

$$Num = \left(\frac{L}{sep} + 1 \right) * 2 = \left(\frac{20}{1} + 1 \right) * 2 = 42 \text{ unidades}$$

Gráfico 21

Calculo de catenaria en puente de 20 metros de luz



Fuente: Elaboración propia.

$$Pi = \frac{L * B(ANCHO) * Cu(CARGA \acute{U}LTIMA)}{Num} = \frac{20 * 1 * 0,86}{42} = 0,41 \text{ ton}$$

Toda estructura metálica que trabaja a tensión se usa la siguiente expresión:

$Pi = 0,9 * As * Fy$; despejando As , nos queda:

$$As = Pi * 1000 / 0,9 * Fy = 0,41 * 1000 / 0,9 * 4200 = 0,11 \text{ cm}^2$$

$$As = \frac{\pi \left(\frac{fi}{10} \right)^2}{4}; \text{ despejando } fi:$$

$$fi = \sqrt{\frac{As * 400}{\pi}} = 4 \text{ mm}$$

Gráfico 22

Cuadro de varillas en el mercado

Diámetro [mm]	Sección [cm ²]	Peso [Kg/m]
6 mm	0.283	0.222
8 mm	0.503	0.395
10 mm	0.785	0.617
12 mm	1.131	0.888
16 mm	2.011	1.578
20 mm	3.142	2.466
25 mm	4.909	3.853
32 mm	8.042	6.313
40 mm	12.566	9.865

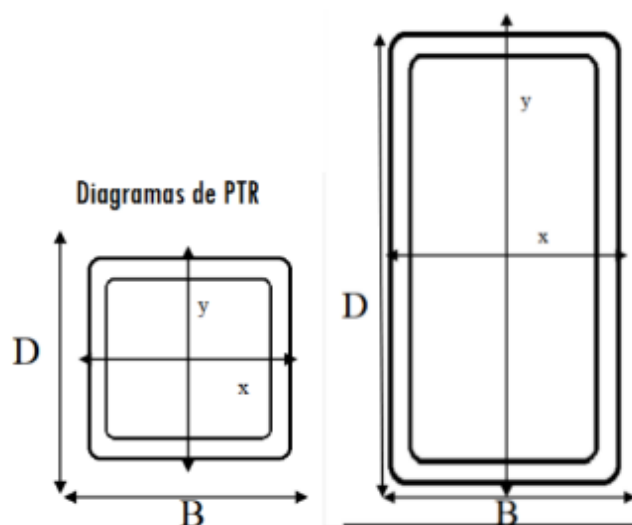
Fuente: Basándose en los cálculos de las péndolas, el diámetro mínimo a utilizar es de 4mm, en el mercado existen varillas de acero a partir de 6 mm de diámetro, por lo tanto, se utilizará en los elementos de péndolas varillas con un diámetro de 8mm.

Tubos de piso

$$Wr = \frac{l*B*Cu}{2} = 0,43 \text{ t/m ; peso a soportar el tubo}$$

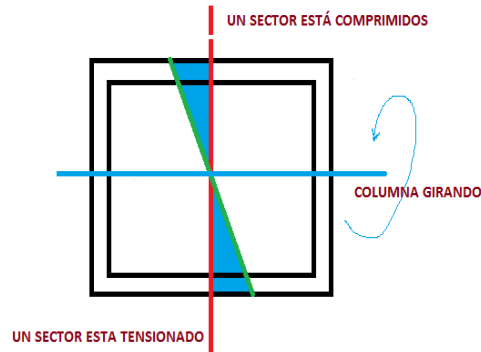
$$M_u = \frac{Wr*l^2}{9} = 0,05 \text{ ton} - m; \text{ sistema continuo/articulado}$$

Gráfico 23
Características de tubos de piso



Fuente: Los tubos pueden utilizarse de forma cuadrada o rectangular, ya que las péndolas se sujetarán a estas para dar seguridad al tablero y a la circulación de los peatones.

Gráfico 24
Modulo resistente



Fuente: perfil del tubo, detallando el modulo resistente.

El acero **A36 (KSI)**, tiene una densidad de 7860 kg/m³ (0.28 lb/in³)

$$F_Y = \frac{36 * 100000}{14,23} = 2529,87 \text{ Kg/Cm}^2$$

$$Mu * \frac{100000}{0,8*fy} = 0,05 \text{Ton} - m; \text{ M\u00f3dulo de secci\u00f3n del tubo a usar; tomo un 80\%}$$

solamente debido a que va a estar vibrando el puente, puede haber torsión etc.

$$S_x = Mu * \frac{100000}{0,8*fy} = 2,36 \text{ Cm}^3$$

Área del tubo

Gráfico 25
Dimensiones del tubo a usar



Fuente: Las dimensiones a emplear son las siguiente: b= 4cm; h= 4cm; e= 2mm. Elaboración propia

$$At = (b * h) - ((b-2*e)*(h-2*e)) = 3,04 \text{ cm}^2$$

Inercia

$$I_x = \frac{2}{h} \left(\frac{b * h^3}{12} \right) - \frac{[(b - 2 * e) * (h - 2 * e)^3]}{12} = 3,67 \text{Cm}^4$$

Gráfico 26

Tipos de tubos comerciales que cumplan con los cálculos

Dimensiones			Área	Ejes X-Xe Y-Y		
A mm	Espesor mm (e)	Peso Kg/m	Área cm2	I cm4	W cm3	I cm3
20	1.2	0.72	0.90	0.53	0.53	0.77
20	1.5	0.88	1.05	0.58	0.58	0.74
20	2.0	1.15	1.34	0.69	0.69	0.72
25	1.2	0.90	1.14	1.08	0.87	0.97
25	1.5	1.12	1.35	1.21	0.97	0.95
25	2.0	1.47	1.74	1.48	1.18	0.92
30	1.2	1.09	1.38	1.91	1.28	1.18
30	1.5	1.35	1.65	2.19	1.46	1.15
30	2.0	1.78	2.14	2.71	1.81	1.13
40	1.2	1.47	1.80	4.38	2.19	1.25
40	1.5	1.82	2.25	5.48	2.74	1.56
40	2.0	2.41	2.94	6.93	3.46	1.54
40	3.0	3.54	4.44	10.20	5.10	1.52
50	1.5	2.29	2.85	11.06	4.42	1.97
50	2.0	3.03	3.74	14.13	5.65	1.94
50	3.0	4.48	5.61	21.20	4.48	1.91
60	2.0	3.66	3.74	21.26	7.09	2.39
60	3.0	5.42	6.61	35.06	11.69	2.34

Fuente: El tipo de tubo que cumpla con las dimensiones y la inercia, es el que cuenta con un área de 2,94 cm2.

Columna principal

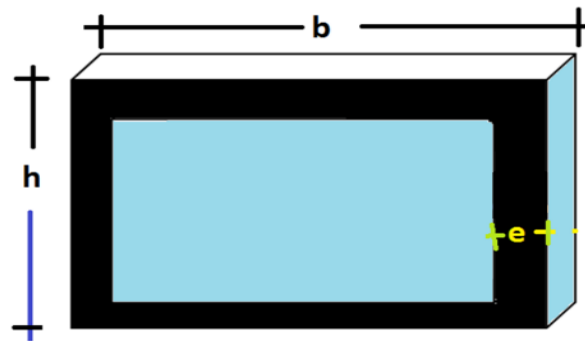
Fm = 2,1 ; factor de mayoración en consideración al peso propio de los materiales.

Pu = $\frac{L*B*Cu}{4} * Fm = 9,03 \text{ton}$; carga ultima a la que estará sometida la columna.

apoyos = 1 ; **sep = $\frac{H}{apoyos+1}$** ; **sep = $\frac{3}{1+1} = 1,50 \text{ m}$** ; separación de los apoyos en la columna principal.

Área de tubo

Gráfico 27
Propiedades de las columnas



Fuente: Las dimensiones de diseño: $b = 10\text{cm}$; $h = 10\text{cm}$; $e = 3\text{mm}$, Elaboración propia.

$$A_t = (b * h) - ((b - 2 * e) * (h - 2 * e)) = 11,64\text{cm}^2$$

Inercia

$$I_x = \frac{2}{h} \left(\frac{b * h^3}{12} \right) - \frac{[(b - 2 * e) * (h - 2 * e)^3]}{12} = 182,71\text{cm}^4$$

Gráfico 28
Condiciones de valores K para columnas

Valores de K para columnas						
La forma de pandeo se indica en línea de puntos	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	Rotación y Traslación impedida Rotación libre y Traslación impedida Rotación impedida y Traslación libre Rotación libre y Traslación libre					

Fuente: Para condiciones reales se toma un factor más elevado por seguridad.

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 4,00\text{ cm}; \text{ radio de giro del elemento en el sentido "x" / arriostrada.}$$

$Esb_x = \frac{sep*100}{r_x} = \frac{1,5*100}{4,00} = 37,5$; esbeltez en el sentido "x" de la columna, es diferente a Y.

$Esb_y = \frac{3,00*100}{4,00} = 75,00$; esbeltez en el sentido "y" de la columna (no hay arriostramiento).

$Fe_x = \frac{\pi^2 * E}{Esb_x^2} = Fe_x = \frac{3,1416^2 * 2100000}{37,5^2} = 14738,67 \frac{kg}{cm^2}$; esfuerzo de Euler en "X".

$Fe_y = \frac{3,1416^2 * 2100000}{75,00^2} = 3684,66 \frac{kg}{cm^2}$; esfuerzo de Euler en "y".

Capacidad resistente

$Pr_x = si (Esb_x < 4,71 \sqrt{\frac{E}{fy}}; entonces usar; 0,658 \left(\frac{fy}{Fe_x}\right) * fy * 0,9 * A_s /$

1000; sino cumple usar entonces; $0,877 * Fe_x * 0,9 * A_s / 1000$; tomada del AISC, mediante esta condición de capacidad resistente se obtendrán las dimensiones de la columna siempre y cuando cumpla la demanda o carga última sobre la capacidad resistente del material.

$Pr_x = 16,61 \text{ ton}$

$Pr_y = 13,14 \text{ ton}$

4.2.1.1 Algoritmo en PSeInt

Gráfico 29

Proceso de Algoritmo en el software PSeInt

```
1  Algoritmo Puente_Colgante
2  Luz ← 20 // metros
3  Altura ← 3 // metros
4  Altura_hombro ← 1.50 // metros
5  Ancho ← 1 // metros
6  Separacion_pendolas ← 1 // metro
7  // Cálculo del módulo elástico del concreto
8  f_c ← 210
9  Ec ← 15100 * raiz(f_c)
10
11 // Cálculo de la inercia de la viga
12 b ← 3
13 h ← 10
14 Ic ← (b * h3) / 12
15
16 // Cálculo de la rigidez de la viga
17 K1 ← 12 * (12 * Ec * Ic / h3)
18
19 // Convertir a toneladas
20 K1 ← K1 / 1000
21
22 Escribir "La rigidez de la viga (K1) es: ", K1, " ton/cm"
23
24 // Cálculo del peso de la viga 1
25 W_v1 ← (0.30 * 0.50 * 15.31) * 2.40 * 3
26 Escribir "El peso de la viga 1 es: ", W_v1, " Ton"
27
28 // Cálculo del peso de la columna
29 W_col ← 0.45 * 0.45 * 4.0 * 2.40
30 W_T ← W_col * 12
31 Escribir "El peso total de las columnas es: ", W_T, " Ton"
32
33 // Datos generales del puente
34 L ← 20
35 H ← 3
36 B ← 3
37 Sep ← 1
38 // Materiales
39 Fy_pendolas ← 4200 // kg/cm2
40 Fy_cordon ← 5800 // kg/cm2
41
42 // Cargas
43 Carga_viva ← 0.5 // ton/m2
44 Carga_muerta ← 0.05 // ton/m2
45
46 // Cálculos
47 Carga_ultima ← 1.2 * Carga_muerta + 1.6 * Carga_viva
48 Escribir "Carga última (Cu): ", Carga_ultima, " ton/m2"
49
50 Foco ← (Luz2) / (4 * (Altura - Altura_hombro))
51 Escribir "Foco (p): ", Foco, " m"
```

```

52
53 // Cálculo de la catenaria (ordenada de cada péndola)
54 Escribir "Catenaria u ordenada de cada péndola:"
55 // Ángulos y verificación de condiciones
56 Alpha ← Atan(Altura / (Luz / 2)) * (180 / Pi)
57 Theta ← 90 - Alpha
58 Escribir "Alpha: ", Alpha, "°"
59 Escribir "Theta: ", Theta, "°"
60 Si Theta ≥ Alpha Entonces
61     Escribir "Cumple la condición: Theta < Alpha, OK"
62 Sino
63     Escribir "No cumple la condición: Theta c Alpha"
64 FinSi
65
66 // Verificación de la altura
67 Altura_min ← 0.10 * Altura
68 Altura_max ← 0.15 * Altura
69 Si Altura_hombro ≥ Altura_min Entonces
70     Escribir "Cumple la condición de altura, OK"
71 Sino
72     Escribir "No cumple la condición de altura"
73 FinSi
74
75 // Tensión en el cable
76 FH ← (Carga_ultima * Ancho * Luz↑2) / (8 * (Altura - Altura_hombro))
77 Tension_max ← Raiz(FH↑2 + (Carga_ultima * Luz)↑2)
78 Escribir "Tensión máxima (T_max): ", Tension_max, " ton"
79
80 // Longitud del cable
81 S ← Luz * (1 + (2 / 3) * (Altura / Luz)↑2 - (2 / 5) * (Altura / Luz)↑4)
82 Longitud_total ← 2 * S
83 Escribir "Longitud total del cable: ", Longitud_total, " m"
84
85 // Cálculo de péndolas
86 Numero_pendolas ← (Luz / (Separacion_pendolas + 1)) * 2
87 Carga_pendola ← (Luz * Ancho * Carga_ultima) / Numero_pendolas
88 Escribir "Número de péndolas: ", Numero_pendolas
89 Escribir "Carga por péndola (Pi): ", Carga_pendola, " ton"
90
91 // Área de acero para péndolas
92 As_pendolas ← (Carga_pendola * 1000) / (0.9 * Fy_pendolas)
93 Diametro_pendolas ← Raiz((As_pendolas * 400) / Pi)
94 Escribir "Área de acero para péndolas (As): ", As_pendolas, " cm^2"
95 Escribir "Diámetro de péndolas: ", Diametro_pendolas, " mm"
96
97 // Cálculo del tubo del piso
98 Fy_tubo ← 2530 // kg/cm^2
99 Peso_tubo ← (Separacion_pendolas * Ancho * Carga_ultima) / 2
100 Momento_resistente ← (Peso_tubo * Separacion_pendolas↑2) / 9
101 Seccion_tubo ← Momento_resistente * 100000 / (0.8 * Fy_tubo)
102 Escribir "Módulo de sección del tubo (S_x): ", Seccion_tubo, " cm^3"

```

```

103
104 // Cálculo del área y sección del tubo
105 b ← 4 // cm
106 h ← 8 // cm
107 e ← 0.2 // cm
108 Area_tubo ← b * h - (b - 2 * e) * (h - 2 * e)
109 Peso_volumetrico ← Area_tubo * 0.785
110 Escribir "Área del tubo: ", Area_tubo, " cm^2"
111 Escribir "Peso volumétrico del tubo: ", Peso_volumetrico, " kg/m"
112
113 // Cálculo de la columna principal
114 Factor_mayoracion ← 2.1
115 Carga_columna ← (Luz * Ancho * Carga_ultima) / 4 * Factor_mayoracion
116 Escribir "Carga última en la columna (Pu): ", Carga_columna, " ton"
117
118 // Parámetros de la columna
119 Dim_libre ← 30 // cm
120 Dim_apoyada ← 25 // cm
121 e_columna ← 0.6 // cm
122 Area_columna ← Dim_libre * Dim_apoyada - (Dim_libre - 2 * e_columna) * (Dim_apoyada - 2 * e_columna)
123 Peso_columna ← Area_columna * 0.785
124 Escribir "Área de la columna: ", Area_columna, " cm^2"
125 Escribir "Peso de la columna: ", Peso_columna, " kg/m"
126
127 // Inercia y esbeltez de la columna
128 Ix ← (Dim_libre * Dim_apoyada^3) / 12 - ((Dim_libre - 2 * e_columna) * (Dim_apoyada - 2 * e_columna)^3) / 12
129 Iy ← (Dim_apoyada * Dim_libre^3) / 12 - ((Dim_apoyada - 2 * e_columna) * (Dim_libre - 2 * e_columna)^3) / 12
130 Radio_giro_x ← Raiz(Ix / Area_columna)
131 Radio_giro_y ← Raiz(Iy / Area_columna)
132 Esbeltez_x ← (Separacion_pendolas * 100) / Radio_giro_x
133 Esbeltez_y ← (Separacion_pendolas * 100) / Radio_giro_y
134 Escribir "Radio de giro (x): ", Radio_giro_x, " cm"
135 Escribir "Radio de giro (y): ", Radio_giro_y, " cm"
136 Escribir "Esbeltez (x): ", Esbeltez_x
137 Escribir "Esbeltez (y): ", Esbeltez_y
138
139 // Cálculo del esfuerzo de Euler y capacidad resistente
140 Modulo_elastico ← 2100000 // kg/cm^2
141 Esfuerzo_Euler_x ← (Pi^2 * Modulo_elastico) / Esbeltez_x^2
142 Esfuerzo_Euler_y ← (Pi^2 * Modulo_elastico) / Esbeltez_y^2
143 Capacidad_resistente_x ← 0.877 * Esfuerzo_Euler_x * 0.9 * Area_columna / 1000
144 Capacidad_resistente_y ← 0.877 * Esfuerzo_Euler_y * 0.9 * Area_columna / 1000
145 Escribir "Capacidad resistente (x): ", Capacidad_resistente_x, " ton"
146 Escribir "Capacidad resistente (y): ", Capacidad_resistente_y, " ton"
147
148 // Verificación de capacidad resistente
149 Si Carga_columna ≤ Capacidad_resistente_x Entonces
150     Escribir "Cumple en el eje x: OK"
151 Sino
152     Escribir "No cumple en el eje x"
153 FinSi
154
155 Si Carga_columna ≤ Capacidad_resistente_y Entonces
156     Escribir "Cumple en el eje y: OK"
157 Sino
158     Escribir "No cumple en el eje y"
159 FinSi
160
161 // Cálculo del cordón o cable principal
162 Carga_cable ← 80 // ton
163 As_cable ← (Carga_cable * 1000) / (0.9 * Fy_cordon)
164 Diametro_cable ← Raiz((As_cable * 400) / Pi)
165 Escribir "Área de acero del cable principal: ", As_cable, " cm^2"
166 Escribir "Diámetro del cable principal: ", Diametro_cable, " mm"
167 FinAlgoritmo
168

```

Fuente: Con ayuda de la herramienta PSeInt, se desarrolló un algoritmo donde se calcula los parámetros que deben cumplir un puente colgante de 20 metros de longitud, elaboración propia.

Gráfico 30

Ejecutar el algoritmo

The image displays two screenshots of a software interface, likely a CAD or engineering application, showing the execution of a bridge structure algorithm. The interface includes a toolbar at the top and a sidebar on the left with icons for file operations, editing, and viewing. The main window displays a script or code editor with line numbers and a console window showing the output of the execution.

First Screenshot (Top):

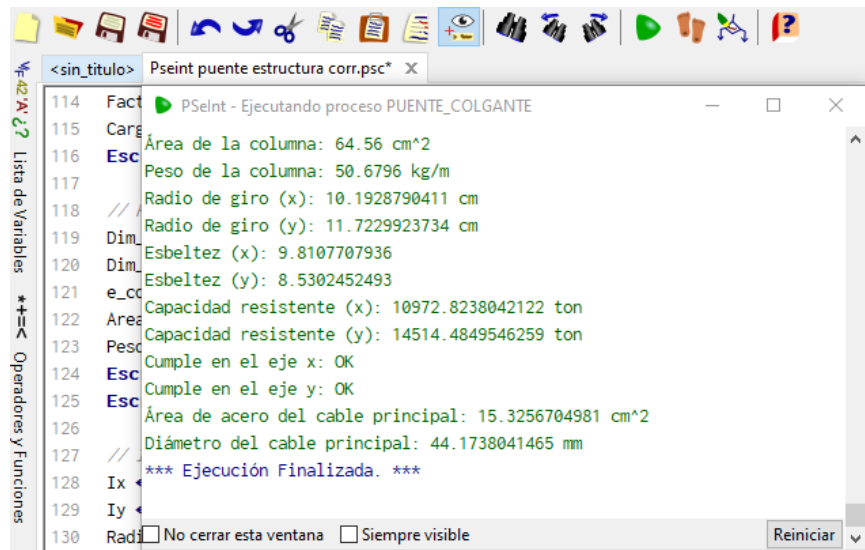
The console window shows the following output:

```
*** Ejecución Iniciada. ***
La rigidez de la viga (K1) es: 7877.5123992286 ton/cm
El peso de la viga 1 es: 16.5348 Ton
El peso total de las columnas es: 23.328 Ton
Carga última (Cu): 0.86 ton/m^2
Foco (p): 66.6666666667 m
Catenaria u ordenada de cada péndola:
Alpha: 16.699244234°
Theta: 73.300755766°
Cumple la condición: Theta < Alpha, OK
Cumple la condición de altura, OK
Tensión máxima (T_max): 33.4307908638 ton
Longitud total del cable: 40.5919 m
```

Second Screenshot (Bottom):

The console window shows the following output:

```
Longitud total del cable: 40.5919 m
Número de péndolas: 20
Carga por péndola (Pi): 0.86 ton
Área de acero para péndolas (As): 0.2275132275 cm^2
Diámetro de péndolas: 5.3821820688 mm
Módulo de sección del tubo (S_x): 2.3605621432 cm^3
Área del tubo: 4.64 cm^2
Peso volumétrico del tubo: 3.6424 kg/m
Carga última en la columna (Pu): 9.03 ton
Área de la columna: 64.56 cm^2
Peso de la columna: 50.6796 kg/m
Radio de giro (x): 10.1928790411 cm
Radio de giro (y): 11.7229923734 cm
```

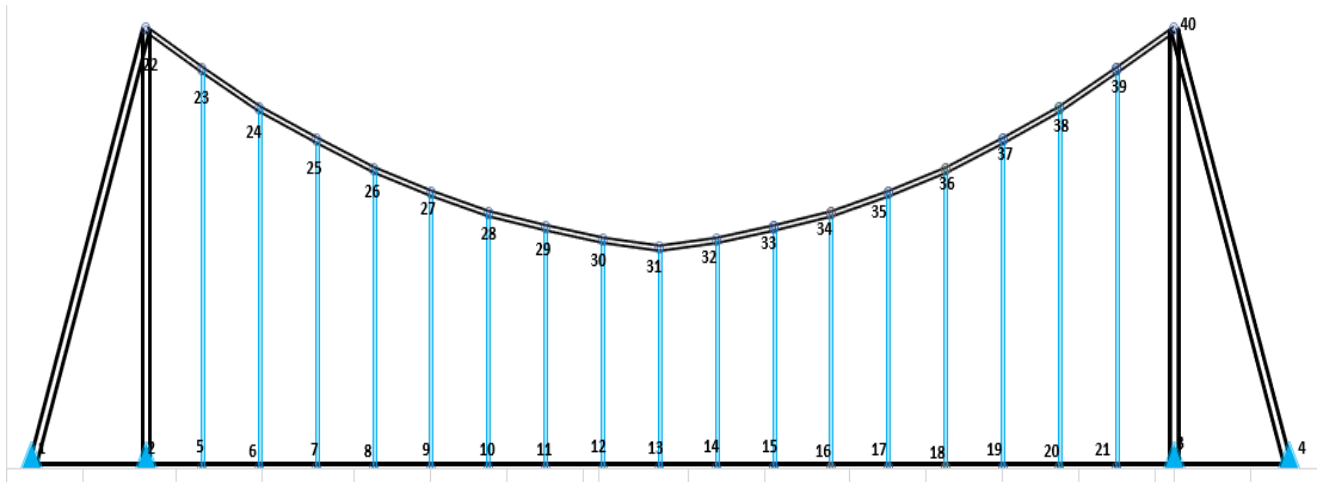


```
114 Fact PSeint - Ejecutando proceso PUENTE_COLGANTE
115 Carg
116 Esc Área de la columna: 64.56 cm^2
117 Esc Peso de la columna: 50.6796 kg/m
118 // Radio de giro (x): 10.1928790411 cm
119 // Radio de giro (y): 11.7229923734 cm
120 Dim Esbeltez (x): 9.8107707936
121 Dim Esbeltez (y): 8.5302452493
122 e_cc Capacidad resistente (x): 10972.8238042122 ton
123 Área Capacidad resistente (y): 14514.4849546259 ton
124 Pesc Cumple en el eje x: OK
125 Esc Cumple en el eje y: OK
126 Esc Área de acero del cable principal: 15.3256704981 cm^2
127 // Diámetro del cable principal: 44.1738041465 mm
128 Ix *** Ejecución Finalizada. ***
129 Iy
130 Rad ☐ No cerrar esta ventana ☐ Siempre visible [Reiniciar]
```

Fuente: Ejecutando el algoritmo nos arrojó todos los cálculos que se necesitan para ver si cumple con el prediseño y se comparando con los cálculos que se hicieron en una hoja de cálculo si coinciden los resultados obtenidos, elaboración propia.

4.2.1.2 Matriz de rigidez

Gráfico 31
Sistematizado Puesto Colgante

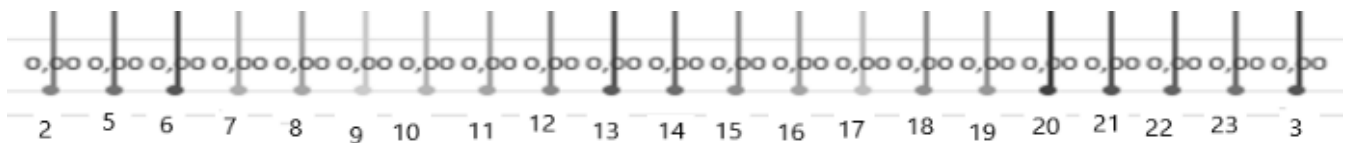


$$K = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha * \sin \alpha \\ \cos \alpha * \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$$

Fuente: Formula para el cálculo de Matrices Locales, se realiza un cálculo en cada nodo del puente con el propósito de obtener la matriz inversa, la cual proporciona los valores correspondientes a las deformaciones y reacciones. A partir de estos resultados, se adoptan las medidas necesarias para ajustar el puente colgante.

Barras horizontales

Los elementos dispuestos en dirección horizontal representan el paso, el cual en este caso es de uso peatonal, extendiéndose desde el nudo 2 hasta el nudo 3, siguiendo una secuencia continua de nodo a nodo en orientación horizontal.



Barra horizontal 2-5

$$L_X = 1 \text{ m}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{3,04 * \frac{21000000}{1000}}{1 * 100} = 638,4$$

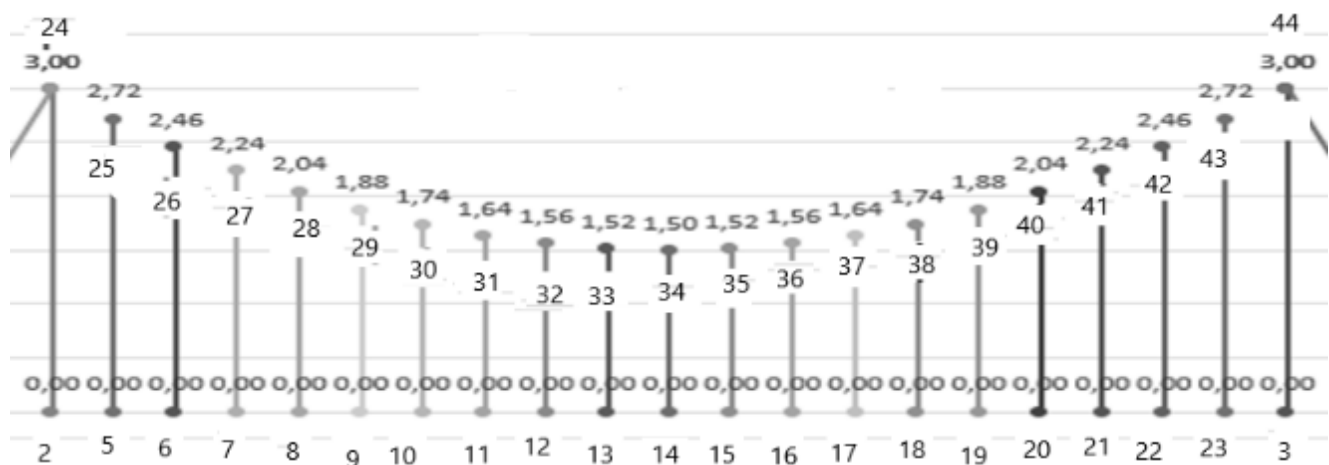
$$A = 3,04 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	638,4	0	-638,4	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>
	-638,4	0	638,4	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>

Dado que los elementos y materiales utilizados son uniformes, los resultados obtenidos para cada nudo serán similares. Estos cálculos se realizan y se integran en la matriz global para su análisis.

Barras verticales

En este caso, los elementos presentan características diferentes debido a la variación de su longitud en relación con el cable montante o principal. Como consecuencia del efecto de la catenaria, las longitudes de los elementos disminuyen progresivamente hasta alcanzar 1.50 metros en la mitad del puente. Dado que la estructura es simétrica, a partir de este punto las longitudes vuelven a aumentar hasta alcanzar un máximo de 3 metros.



Barra Vertical Tubo Cuadrado 2-24

$$L_Y = 3 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{11,64 * \frac{21000000}{1000}}{3 * 100} = 814,8$$

$$A = 11,64 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>814,8</i>	<i>0</i>		<i>-814,8</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>
	<i>-814,8</i>	<i>0</i>		<i>814,8</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 3-44, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las torres.

Barra Vertical Montante 5-25

$$L_Y = 2,72 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{2,72 * 100} = 8,49$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>8,49</i>	<i>0</i>		<i>-8,49</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>
	<i>-8,49</i>	<i>0</i>		<i>8,49</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 23-43, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 6-26

$$L_Y = 2,46 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{2,46 * 100} = 9,39$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	9,39	0		-9,39	0	<i>RX</i>
	0	0		0	0	<i>RY</i>
	-9,39	0		9,39	0	<i>RX</i>
	0	0		0	0	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 22-42, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 7-27

$$L_Y = 2,24 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{2,24 * 100} = 10,31$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>	
	10,31	0		-10,31	0	<i>RX</i>

$K_{12} =$	0	0	0	0	R_Y
	$-10,31$	0	$10,31$	0	R_X
	0	0	0	0	R_Y

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 21-41, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 8-28

$$L_Y = 2,04 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{2,04 * 100} = 11,32$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	R_X	R_Y	R_X	R_Y	
$K_{12} =$	$11,32$	0	$-11,32$	0	R_X
	0	0	0	0	R_Y
	$-11,32$	0	$11,32$	0	R_X
	0	0	0	0	R_Y

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 20-40, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 9-29

$$L_Y = 1,88 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,88 * 100} = 12,28$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>12,28</i>	<i>0</i>	<i>-12,28</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>
	<i>-12,28</i>	<i>0</i>	<i>12,28</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 19-39, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 10-30

$$L_Y = 1,74 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,74 * 100} = 13,27$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>13,27</i>	<i>0</i>	<i>-13,27</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>
	<i>-13,27</i>	<i>0</i>	<i>13,27</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>
	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 18-38, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 11-31

$$L_Y = 1,64 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,64 * 100} = 14,08$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	14,08	0	-14,08	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>
	-14,08	0	14,08	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 17-37, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 12-32

$$L_Y = 1,56 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,56 * 100} = 14,80$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	14,80	0	-14,80	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>
	-14,80	0	14,80	0	<i>RX</i>
	0	0	0	0	<i>RY</i>

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 16-36, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 13-33

$$L_Y = 1,52 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,52 * 100} = 15,19$$

$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>		
<i>K12=</i>	<i>15,19</i>	<i>0</i>		<i>-15,19</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>	
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>	
	<i>-15,19</i>	<i>0</i>		<i>15,19</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>	
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>	

Se lleva a cabo el mismo cálculo para el nudo 15-35, dado que estos forman parte de los elementos estructurales de las péndolas.

Barra Vertical Montante 13-33

$$L_Y = 1,50 \text{ m}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,11 * \frac{21000000}{1000}}{1,50 * 100} = 15,40$$

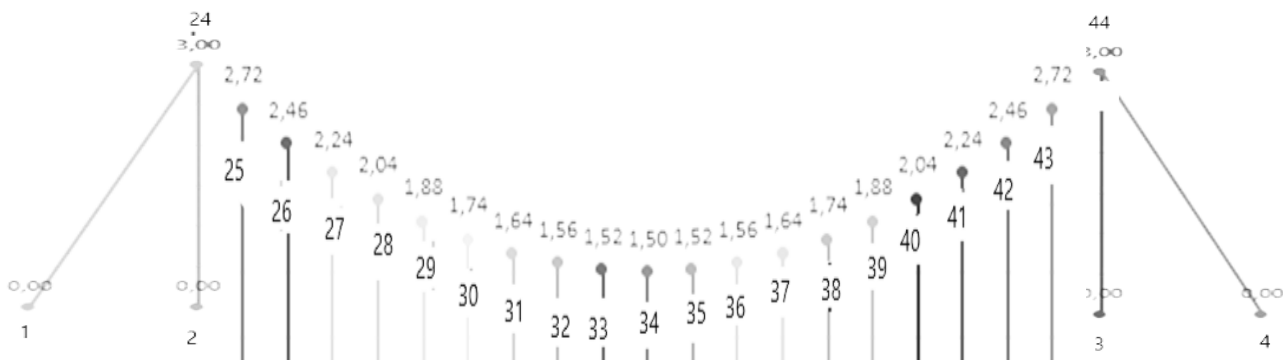
$$A = 0,11 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>		<i>RX</i>	<i>RY</i>		
<i>K12=</i>	<i>15,40</i>	<i>0</i>		<i>-15,40</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>	
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>	
	<i>-15,40</i>	<i>0</i>		<i>15,40</i>	<i>0</i>	<i>RX</i>	
	<i>0</i>	<i>0</i>		<i>0</i>	<i>0</i>	<i>RY</i>	

Este nudo pertenece a la mitad del puente, este es último elemento vertical que corresponde al puente colgante.

Cable Superior

Los elementos ubicados en la catenaria corresponden al cable superior, que se extiende desde el anclaje en el nudo 1 hasta el nudo 4, situado en el extremo opuesto. El recorrido sigue una secuencia continua de nudo a nudo, siguiendo la trayectoria parabólica.



Cable Superior 1-24

$$L_X = 12 \text{ m} \quad L_Y = 3 \text{ m} \quad L = 12,36 \text{ m}$$

$$\alpha = 75,964^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{12,36 * 100} = 6,11$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	0,35	1,43	-0,35	-1,43	<i>RX</i>
	1,43	5,75	-1,43	-5,75	<i>RY</i>
	-0,35	-1,43	0,35	1,43	<i>RX</i>
	-1,43	-5,75	1,43	5,75	<i>RY</i>

Cable Superior 24-25

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,28 \text{ m} \quad L = 1,03 \text{ m}$$

$$\alpha = 285,642^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,03 * 100} = 72,80$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>5,29</i>	<i>-18,9</i>	<i>-5,29</i>	<i>18,9</i>	<i>RX</i>
	<i>-18,9</i>	<i>67,5</i>	<i>18,9</i>	<i>-67,5</i>	<i>RY</i>
	<i>-5,29</i>	<i>18,9</i>	<i>5,29</i>	<i>-18,9</i>	<i>RX</i>
	<i>18,9</i>	<i>-67,5</i>	<i>-18,9</i>	<i>67,5</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 25-26

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,26 \text{ m} \quad L = 1,03 \text{ m}$$

$$\alpha = 284,574^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,03 * 100} = 73,16$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>4,63</i>	<i>-17,81</i>	<i>-4,63</i>	<i>17,81</i>	<i>RX</i>
	<i>-17,81</i>	<i>68,53</i>	<i>17,81</i>	<i>-68,53</i>	<i>RY</i>
	<i>-4,63</i>	<i>17,81</i>	<i>4,63</i>	<i>-17,81</i>	<i>RX</i>
	<i>17,81</i>	<i>-68,53</i>	<i>-17,81</i>	<i>68,53</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 26-27

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,22 \text{ m} \quad L = 1,02 \text{ m}$$

$$\alpha = 282,407^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,02 * 100} = 73,83$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	3,4	-15,49	-3,4	15,49	<i>RX</i>
	-15,49	70,42	15,49	-70,42	<i>RY</i>
	-3,4	15,49	3,4	-15,49	<i>RX</i>
	15,49	-70,42	-15,49	70,42	<i>RY</i>

Cable Superior 27-28

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,20 \text{ m} \quad L = 1,01 \text{ m}$$

$$\alpha = 281,31^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,01 * 100} = 74,13$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	2,85	-14,25	-2,85	14,25	<i>RX</i>
	-14,25	71,28	14,25	-71,28	<i>RY</i>
	-2,85	14,25	2,85	-14,25	<i>RX</i>
	14,25	-71,28	-14,25	71,28	<i>RY</i>

Cable Superior 28-29

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,16 \text{ m} \quad L = 1,01 \text{ m}$$

$$\alpha = 279,09^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,01 * 100} = 74,65$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>1,86</i>	<i>-11,64</i>	<i>-1,86</i>	<i>11,64</i>	<i>RX</i>
	<i>-11,64</i>	<i>72,78</i>	<i>11,64</i>	<i>-72,78</i>	<i>RY</i>
	<i>-1,86</i>	<i>11,64</i>	<i>1,86</i>	<i>-11,64</i>	<i>RX</i>
	<i>11,64</i>	<i>-72,78</i>	<i>-11,64</i>	<i>72,78</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 29-30

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,14 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 277,97^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 74,86$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>1,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>-1,43</i>	<i>10,28</i>	<i>RX</i>
	<i>-10,28</i>	<i>73,43</i>	<i>10,28</i>	<i>-73,43</i>	<i>RY</i>
	<i>-1,43</i>	<i>10,28</i>	<i>1,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>RX</i>
	<i>10,28</i>	<i>-73,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>73,43</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 30-31

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,10 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 275,711^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,22$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,74</i>	<i>-7,44</i>	<i>-0,74</i>	<i>7,44</i>	<i>RX</i>
	<i>-7,44</i>	<i>74,47</i>	<i>7,44</i>	<i>-74,47</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,74</i>	<i>7,44</i>	<i>0,74</i>	<i>-7,44</i>	<i>RX</i>
	<i>7,44</i>	<i>-74,47</i>	<i>-7,44</i>	<i>74,47</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 31-32

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,08 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 274,57^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,35$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,47</i>	<i>-5,99</i>	<i>-0,47</i>	<i>5,99</i>	<i>RX</i>
	<i>-5,99</i>	<i>74,87</i>	<i>5,99</i>	<i>-74,87</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,47</i>	<i>5,99</i>	<i>0,47</i>	<i>-5,99</i>	<i>RX</i>
	<i>5,99</i>	<i>-74,87</i>	<i>-5,99</i>	<i>74,87</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 32-33

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,04 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 272,29^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,53$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,12</i>	<i>-3,01</i>	<i>-0,12</i>	<i>3,01</i>	<i>RX</i>
	<i>-3,01</i>	<i>75,41</i>	<i>3,01</i>	<i>-75,41</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,12</i>	<i>3,01</i>	<i>0,12</i>	<i>-3,01</i>	<i>RX</i>
	<i>3,01</i>	<i>-75,41</i>	<i>-3,01</i>	<i>75,41</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 33-34

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,02 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 271,14^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,58$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,03</i>	<i>-1,51</i>	<i>-0,03</i>	<i>1,51</i>	<i>RX</i>
	<i>-1,51</i>	<i>75,55</i>	<i>1,51</i>	<i>-75,55</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,03</i>	<i>1,51</i>	<i>0,03</i>	<i>-1,51</i>	<i>RX</i>
	<i>1,51</i>	<i>-75,55</i>	<i>-1,51</i>	<i>75,55</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 34-35

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,02 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 88,85^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,58$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,03</i>	<i>1,51</i>	<i>-0,03</i>	<i>-1,51</i>	<i>RX</i>
	<i>1,51</i>	<i>75,55</i>	<i>-1,51</i>	<i>-75,55</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,03</i>	<i>-1,51</i>	<i>0,03</i>	<i>1,51</i>	<i>RX</i>
	<i>-1,51</i>	<i>-75,55</i>	<i>1,51</i>	<i>75,55</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 35-36

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,04 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 87,70^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,53$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,12</i>	<i>3,01</i>	<i>-0,12</i>	<i>-3,01</i>	<i>RX</i>
	<i>3,01</i>	<i>75,41</i>	<i>-3,01</i>	<i>-75,41</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,12</i>	<i>-3,01</i>	<i>0,12</i>	<i>3,01</i>	<i>RX</i>
	<i>-3,01</i>	<i>-75,41</i>	<i>3,01</i>	<i>75,41</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 36-37

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,08 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 85,42^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,35$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,47</i>	<i>5,99</i>	<i>-0,47</i>	<i>-5,99</i>	<i>RX</i>
	<i>5,99</i>	<i>74,87</i>	<i>-5,99</i>	<i>-74,87</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,47</i>	<i>-5,99</i>	<i>0,47</i>	<i>5,99</i>	<i>RX</i>
	<i>-5,99</i>	<i>-74,87</i>	<i>5,99</i>	<i>74,87</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 37-38

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,10 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 84,28^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 75,22$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>0,74</i>	<i>7,44</i>	<i>-0,74</i>	<i>-7,44</i>	<i>RX</i>
	<i>7,44</i>	<i>74,47</i>	<i>-7,44</i>	<i>-74,47</i>	<i>RY</i>
	<i>-0,74</i>	<i>-7,44</i>	<i>0,74</i>	<i>7,44</i>	<i>RX</i>
	<i>-7,44</i>	<i>-74,47</i>	<i>7,44</i>	<i>74,47</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 38-39

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,14 \text{ m} \quad L = 1,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 82,03^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,00 * 100} = 74,86$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>1,43</i>	<i>10,28</i>	<i>-1,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>RX</i>
	<i>10,28</i>	<i>73,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>-73,43</i>	<i>RY</i>
	<i>-1,43</i>	<i>-10,28</i>	<i>1,43</i>	<i>10,28</i>	<i>RX</i>
	<i>-10,28</i>	<i>-73,43</i>	<i>10,28</i>	<i>73,43</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 39-40

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,16 \text{ m} \quad L = 1,01 \text{ m}$$

$$\alpha = 80,91^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,01 * 100} = 74,65$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>1,86</i>	<i>11,64</i>	<i>-1,86</i>	<i>-11,64</i>	<i>RX</i>
	<i>11,64</i>	<i>72,78</i>	<i>-11,64</i>	<i>-72,78</i>	<i>RY</i>
	<i>-1,86</i>	<i>-11,64</i>	<i>1,86</i>	<i>11,64</i>	<i>RX</i>
	<i>-11,64</i>	<i>-72,78</i>	<i>11,64</i>	<i>72,78</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 40-41

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,2 \text{ m} \quad L = 1,01 \text{ m}$$

$$\alpha = 78,69^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,01 * 100} = 74,69$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>2,85</i>	<i>14,25</i>	<i>-2,85</i>	<i>-14,25</i>	<i>RX</i>
	<i>14,25</i>	<i>71,28</i>	<i>-14,25</i>	<i>-71,28</i>	<i>RY</i>
	<i>-2,85</i>	<i>-14,25</i>	<i>2,85</i>	<i>14,25</i>	<i>RX</i>
	<i>-14,25</i>	<i>-71,28</i>	<i>14,25</i>	<i>71,28</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 41-42

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,22 \text{ m} \quad L = 1,02 \text{ m}$$

$$\alpha = 77,59^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,02 * 100} = 73,83$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>3,4</i>	<i>15,49</i>	<i>-3,4</i>	<i>-15,49</i>	<i>RX</i>
	<i>15,49</i>	<i>70,42</i>	<i>-15,49</i>	<i>-70,42</i>	<i>RY</i>
	<i>-3,4</i>	<i>-15,49</i>	<i>3,4</i>	<i>15,49</i>	<i>RX</i>
	<i>-15,49</i>	<i>-70,42</i>	<i>15,49</i>	<i>70,42</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 42-43

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,26 \text{ m} \quad L = 1,03 \text{ m}$$

$$\alpha = 75,42^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,03 * 100} = 73,16$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>4,63</i>	<i>17,81</i>	<i>-4,63</i>	<i>-17,81</i>	<i>RX</i>
	<i>17,81</i>	<i>68,53</i>	<i>-17,81</i>	<i>-68,53</i>	<i>RY</i>
	<i>-4,63</i>	<i>-17,81</i>	<i>4,63</i>	<i>17,81</i>	<i>RX</i>
	<i>-17,81</i>	<i>-68,53</i>	<i>17,81</i>	<i>68,53</i>	<i>RY</i>

Cable Superior 43-44

$$L_X = 1 \text{ m} \quad L_Y = 0,28 \text{ m} \quad L = 1,03 \text{ m}$$

$$\alpha = 74,35^\circ$$

$$\frac{AE}{L} = \frac{0,36 * \frac{21000000}{1000}}{1,03 * 100} = 72,80$$

$$A = 0,36 \text{ cm}^2$$

	<i>RX</i>	<i>RY</i>	<i>RX</i>	<i>RY</i>	
<i>K12=</i>	<i>5,29</i>	<i>18,9</i>	<i>-5,29</i>	<i>-18,9</i>	<i>RX</i>
	<i>18,9</i>	<i>67,5</i>	<i>-18,9</i>	<i>-67,5</i>	<i>RY</i>
	<i>-5,29</i>	<i>-18,9</i>	<i>5,29</i>	<i>18,9</i>	<i>RX</i>
	<i>-18,9</i>	<i>-67,5</i>	<i>18,9</i>	<i>67,5</i>	<i>RY</i>

4.2.1.3 Matriz de rigidez global condensada

Tabla 1

Cálculo de la matriz de rigidez global condensada

	1		2		3		4		5	
1	0,35	1,43	0	0	0	0	0	0	0	0
	1,43	5,75	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	638,4	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	814,8	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	814,8	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0,35	-1,43	0	0
	0	0	0	0	0	0	-1,43	5,75	0	0
5	0	0	-638,4	0	0	0	0	0	1276,8	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,49

	6		7		8		9		10	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	-638,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
1	0	0	0	0	0	0	-0,35	-1,43	0	0
	0	0	0	0	0	0	-1,43	-5,75	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-814,8	0	0
3	0	0	0	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,49

	26		27		28		29		30	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-814,8
4	0	0	0	0	0	0	-0,35	1,43
	0	0	0	0	0	0	1,43	-5,75
5	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
6	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0	0	0
	0	9,39	0	0	0	0	0	0	0	0
7	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	10,31	0	0	0	0	0	0
8	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0
	0	0	0	0	0	11,32	0	0	0	0
9	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	12,28	0	0
10	0	0	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13,27

	11		12		13		14		15	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	-638,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-9,39	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-10,31	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-11,32	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-12,28	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-13,27

	31		32		33		34		35	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
6	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
11	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0	0	0
	0	14,08	0	0	0	0	0	0	0	0
12	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	14,8	0	0	0	0	0	0
13	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0
	0	0	0	0	0	15,19	0	0	0	0
14	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	15,4	0	0
15	0	0	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,19

	16		17		18		19		20	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	-638,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-14,08	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-14,8	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-15,19	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-15,4	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15,19

	36		37		38		39		40	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
11	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
16	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0	0	0
	0	14,8	0	0	0	0	0	0	0	0
17	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	14,08	0	0	0	0	0	0
18	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0
	0	0	0	0	0	13,27	0	0	0	0
19	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	12,28	0	0
20	0	0	0	0	0	0	-638,4	0	1276,8	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11,32

	21		22		23		24		25	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	-638,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-14,8	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-14,08	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-13,27	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-12,28	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-11,32

	36		37		38		39		40	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-14,8	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-14,08	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-13,27	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-12,28	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-11,32

	41		42		43		44	
16	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	-0,35	-1,43	0	0	0	0	0	0	0	0
	-1,43	-5,75	0	-814,8	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,49

	6		7		8		9		10	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	-638,4	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
21	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0	0	0
	0	10,31	0	0	0	0	0	0	0	0
22	-638,4	0	1276,8	0	-638,4	0	0	0	0	0
	0	0	0	9,39	0	0	0	0	0	0
23	0	0	-638,4	0	1276,8	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	8,49	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	5,64	-17,47	-5,29	18,9
	0	0	0	0	0	0	-17,47	888,05	18,9	-67,5
25	0	0	0	0	0	0	-5,29	18,9	9,92	-36,71
	0	0	0	0	0	0	18,9	-67,5	-36,71	144,52

	26		27		28		29		30	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	-4,63	17,81	0	0	0	0	0	0	0	0
	17,81	-68,53	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
21	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-10,31	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-9,39	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-8,49	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-9,39	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-10,31	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-11,32	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-12,28	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-13,27

	11		12		13		14		15	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	-4,63	17,81
	0	0	0	0	0	0	0	0	17,81	-68,53
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
26	8,03	-33,3	-3,4	15,49	0	0	0	0	0	0
	-33,3	148,34	15,49	-70,42	0	0	0	0	0	0
27	-3,4	15,49	6,25	-29,74	-2,85	14,25	0	0	0	0
	15,49	-70,42	-29,74	152,01	14,25	-71,28	0	0	0	0
28	0	0	-2,85	14,25	4,71	-25,89	-1,86	11,64	0	0
	0	0	14,25	-71,28	-25,89	155,38	11,64	-72,78	0	0
29	0	0	0	0	-1,86	11,64	3,29	-21,92	-1,43	10,28
	0	0	0	0	11,64	-72,78	-21,92	158,49	10,28	-73,43
30	0	0	0	0	0	0	-1,43	10,28	2,17	-17,72
	0	0	0	0	0	0	10,28	-73,43	-17,72	161,17

	31		32		33		34		35	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	-0,74	7,44	0	0	0	0	0	0	0	0
	7,44	-74,47	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
26	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-14,08	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-14,8	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-15,19	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-15,4	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15,19

	16		17		18		19		20	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,74	7,44
	0	0	0	0	0	0	0	0	7,44	-74,47
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
31	1,21	-13,43	-0,47	5,99	0	0	0	0	0	0
	-13,43	163,42	5,99	-74,87	0	0	0	0	0	0
32	-0,47	5,99	0,59	-9	-0,12	3,01	0	0	0	0
	5,99	-74,87	-9	165,08	3,01	-75,41	0	0	0	0
33	0	0	-0,12	3,01	0,15	-4,52	-0,03	1,51	0	0
	0	0	3,01	-75,41	-4,52	166,15	1,51	-75,55	0	0
34	0	0	0	0	-0,03	1,51	0,06	0	-0,03	-1,51
	0	0	0	0	1,51	-75,55	0	166,5	-1,51	-75,55
35	0	0	0	0	0	0	-0,03	-1,51	0,15	4,52
	0	0	0	0	0	0	-1,51	-75,55	4,52	166,15

	36		37		38		39		40	
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	-0,12	-3,01	0	0	0	0	0	0	0	0
	-3,01	-75,41	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
31	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	6		7		8		9		10	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-14,8	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-14,08	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-13,27	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	-12,28	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-11,32

	21		22		23		24		25	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
36	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,12	-3,01
	0	0	0	0	0	0	0	0	-3,01	-75,41
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
36	0,59	9	-0,47	-5,99	0	0	0	0	0	0
	9	165,08	-5,99	-74,87	0	0	0	0	0	0
37	-0,47	-5,99	1,21	13,43	-0,74	-7,44	0	0	0	0
	-5,99	-74,87	13,43	163,42	-7,44	-74,47	0	0	0	0
38	0	0	-0,74	-7,44	2,17	17,72	-1,43	-10,28	0	0
	0	0	-7,44	-74,47	17,72	161,17	-10,28	-73,43	0	0
39	0	0	0	0	-1,43	-10,28	3,29	21,92	-1,86	-11,64
	0	0	0	0	-10,28	-73,43	21,92	158,49	-11,64	-72,78
40	0	0	0	0	0	0	-1,86	-11,64	4,71	25,89
	0	0	0	0	0	0	-11,64	-72,78	25,89	155,38

	41		42		43		44	
36	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0
40	-2,85	-14,25	0	0	0	0	0	0
	-14,25	-71,28	0	0	0	0	0	0

	1		2		3		4		5	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	-0,35	1,43	0	0
	0	0	0	0	0	-814,8	1,43	-5,75	0	0

	6		7		8		9		10	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	11		12		13		14		15	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	16		17		18		19		20	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	21		22		23		24		25	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	-10,31	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	-9,39	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	-8,49	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	26		27		28		29		30	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	31		32		33		34		35	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	36		37		38		39		40	
41	0	0	0	0	0	0	0	0	-2,85	-14,25
	0	0	0	0	0	0	0	0	-14,25	-71,28
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

	41		42		43		44	
41	6,25	29,74	-3,4	-15,49	0	0	0	0
	29,74	152,01	-15,49	-70,42	0	0	0	0
42	-3,4	-15,49	8,03	33,3	-4,63	-17,81	0	0
	-15,49	-70,42	33,3	148,34	-17,81	-68,53	0	0
43	0	0	-4,63	-17,81	9,92	36,71	-5,29	-18,9
	0	0	-17,81	-68,53	36,71	144,52	-18,9	-67,5
44	0	0	0	0	-5,29	-18,9	5,64	17,47
	0	0	0	0	-18,9	-67,5	17,47	888,05

Fuente: En el cálculo de la matriz de rigidez, se empleo la ayuda de una hoja de cálculo Excel, donde la mismas nos determino una matriz de 44x44, elaboración propia.

4.2.1.4 Deformación y reacción resultados

Tabla 2
Resultados de la deformación y reacción

	Deformación	Reacción
1	0,000	-0,004
	0,000	-0,019
2	0,000	0,000
	0,000	13,324
3	0,000	0,000
	0,000	13,324
4	0,000	0,004
	0,000	-0,019
5	0,000	0,000
	152,020	0,000

	Deformación	Reacción
6	0,000	0,000
	-12,198	0,000
7	0,000	0,000
	8,091	0,000
8	0,000	0,000
	-80,040	0,000
9	0,000	0,000
	-45,147	0,000

10	0,000	0,000
	-41,294	0,000

	Deformación	Reacción
11	0,000	0,000
	-37,102	0,000
12	0,000	0,000
	-36,441	0,000
13	0,000	0,000
	-30,835	0,000
14	0,000	0,000
	-30,851	0,000
15	0,000	0,000
	-30,835	0,000

	Deformación	Reacción
16	0,000	0,000
	-36,441	0,000
17	0,000	0,000
	-37,102	0,000
18	0,000	0,000
	-41,294	0,000
19	0,000	0,000
	-45,147	0,000
20	0,000	0,000
	-80,040	0,000

	Deformación	Reacción
21	0,000	0,000
	8,091	0,000
22	0,000	0,000
	-12,198	0,000
23	0,000	0,000
	152,020	0,000
24	0,079	0,000
	-0,016	-9,410

25	543,270	0,000
	152,020	-0,410

	Deformación	Reacción
26	-88,415	0,000
	-12,198	-0,410
27	4,017	0,000
	8,091	-0,410
28	-436,633	0,000
	-80,040	-0,410
29	-218,273	0,000
	-45,147	-0,410
30	-190,571	0,000
	-41,294	-0,410

	Deformación	Reacción
31	-148,413	0,000
	-37,102	-0,410
32	-139,988	0,000
	-36,441	-0,410
33	0,666	0,000
	-30,835	-0,410
34	0,000	0,000
	-30,851	-0,410
35	-0,666	0,000
	-30,835	-0,410

	Deformación	Reacción
36	139,988	0,000
	-36,441	-0,410
37	148,413	0,000
	-37,102	-0,410
	190,571	0,000

38	-41,294	-0,410
39	218,273	0,000
	-45,147	-0,410
40	436,633	0,000
	-80,040	-0,410

	Deformación	Reacción
41	-4,017	0,000
	8,091	-0,410
42	88,415	0,000
	-12,198	-0,410
43	-543,270	0,000
	152,020	-0,410
44	-0,079	0,000
	-0,016	-9,410

Fuente: Así mismo con la ayuda de la hoja de cálculo en Excel, nos dio los resultados de las deformaciones y reacciones de los 44 nudos que tiene el prediseño que tiene el puente colgante de 20 metros de longitud, elaboración propia.

REFERENCIAS

- ACHS. (2015). *MANUAL DE PREVENCIÓN DE RIESGOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE PUENTES*. 112, 58.
- Bellmunt, J. (1983). NTP 123: Barandillas. *CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ASISTENCIA TÉCNICA- BARCELONA*, 3.
https://www.insst.es/documents/94886/326853/ntp_123.pdf/68d29f26-f97e-40bc-ac0b-526e5106b106?version=1.0&t=1617977221869. Acceso: 28/8/21.
- Blanco, E., Cervera, M., & Suárez, B. (2015). *Análisis Matricial d Estructuras*.
[http://cervera.rmee.upc.edu/libros/Analisis Matricial Estructuras.pdf](http://cervera.rmee.upc.edu/libros/Analisis%20Matricial%20Estructuras.pdf)
- Burbano, B. (2022). Universidad estatal del sur de manabí. *Universidad Estatal Del Sur De Manabí*, 8. [http://repositorio.unesum.edu.ec/bitstream/53000/3558/1/PONCE ROBLES GABRIELA NICOLE.pdf](http://repositorio.unesum.edu.ec/bitstream/53000/3558/1/PONCE%20ROBLES%20GABRIELA%20NICOLE.pdf)
- Cobo del Arco, D., & Bengoechea, A. (1996). *UNA APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE PUENTES COLGANTE, HORMIGON Y ACERO* 47(199) (p. 140).
- Cusba, D. (2011). ESTUDIO DE LAS CAUSAS Y SOLUCIONES ESTRUCTURALES DEL COLAPSO TOTAL O PARCIAL DE LOS PUENTES VEHICULARES DE COLOMBIA DESDE 1986 AL 2011, Y LA EVALUACIÓN DE LAS CONSECUENCIAS DEL DERRUMBAMIENTO DE UNO DE ELLOS. *PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA FACULTAD DE INGENIERÍA DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL BOGOTÁ D.C.*, 66(July), 276.
- Duarte, G. P. (2018). *MANUAL DE LA GESTIÓN DE RIESGO Y SEGURIDAD EN EXCAVACIONES DE CIMENTACIONES PROFUNDAS*. *Universidad La Gran Colombia*, 18.
- Empre, S. A. C. (2003). Procedimiento de Mantenimiento de Equipos y Máquinas. *Ingeniería Industrial*, 5(7), 1–12. <https://iso9001calidad.com/wp->

content/uploads/038-procedimiento-mantenimiento-equipos-maquinas.pdf

- Galindo Díaz, J. (2010). La Construcción De Puentes Colgantes En Colombia Durante El Siglo Xix: Entre La Tradición Y La Innovación. *Revista M*, 7(1), 12. <https://doi.org/10.15332/rev.m.v7i1.1012>
- Graña, & Montero. (2018). *Manual Básico De Grúas*. <https://fullseguridad.net/wp-content/uploads/2017/03/Manual-Básico-de-Gruas.pdf>
- Mena, J., & Ochoa, D. (2018). *Diseño del puente peatonal colgante con tablero de madera y guía constructiva de la estructura, ubicada sobre el río tigre, Cantón San Miguel de los Bancos, provincia de Pichincha* (Vol. 451). UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR.
- Nárdiz, C. (2017). La estética y el paisaje en los puentes de Juan José Arenas. *Revista de Obras Publicas*, 164(3586), 56–74.
- Organización Internacional del Trabajo. (2021). Equipos de protección personal (EPP). *Cepb*, 80(9), 1–12. <https://www.cepbo.org.bo/wp-content/uploads/2021/04/9-EQUIPOS-DE-PROTECCION-PERSONAL.pdf>
- OSHA. (2014). Compendio del sector de la construcción. *Osha 3530-09R*, 1–84. <https://www.osha.gov/Publications/osh3530.pdf>
- Palladares, M. R., & Rodríguez, W. (2008). Validación de la formulación numérica de la catenaria elástica con Ansys. *Escuela Regional de Matemáticas Universidad Del Valle - Colombia*, XVI(1), 63–85.
- Posipedia. (2016). Guía señalización y demarcación de áreas de trabajo. *Positiva Compañía de Seguros*.
- Sorozábal, J. (2004). Redes de seguridad (norma UNE-EN 1263:2004). *Dirección General de Política Tecnológica*.

- Tarragó, M., & González, L. (2005). 0-P. p.ginas 37_2 (105-106) _ Enhanced Reader.pdf.
Revista de Antropología Chilena, Chungará (Arica) Vol.37 No.2.
- Vargas, P. (2017). GUÍA PARA LA MANIPULACIÓN MANUAL DE CARGAS.
Universidad Manuela Beltrán Seccional Bucaramanga, 15.